

No. 5

高レイノルズ数乱流の統計的性質

蒔田 秀治*, 関下 信正*, 佐々 浩司**

Statistical Properties of High-Reynolds Number Turbulence

Hideharu MAKITA, Nobumasa SEKISHITA

Toyohashi University of Technology

and Koji SASSA

Kochi University

Statistical properties of turbulence fields of $R_\lambda = 80 \sim 393$ were experimentally examined. Turbulence intensities, energy spectrum and pdf of velocity fluctuations were obtained and anisotropic tensor spectrum was introduced. The relation between the turbulence energy and the invariant Π of the anisotropic tensor showed that return to isotropy process proceeded decay process in the downstream region where the turbulence attained self similarity. The inertial subrange defined as $l_D \sim l_G$, where l_D is the scale of the maximum dissipation, and l_G is the scale of the largest locally isotropic eddy, covered the wavenumber range of more than one order of magnitude for $R_\lambda = 393$. The decay rate and the Kolmogorov constant of $R_\lambda \rightarrow \infty$ were also estimated.

Key Words : isotropic turbulence, energy spectrum, local isotropy, decay

1. はじめに

現在、直接数値計算により乱流場の微細構造の解明¹⁻³⁾に関心が持たれているが、それに伴って風洞実験等によって乱流の諸現象の本質を抽出していくことの重要性も増している。これまで、一様等方性乱流に関する実験的研究は、主に格子乱流場を用いて、減衰特性の解明⁴⁾、Kolmogorovの理論⁵⁾の検証⁶⁾、微細構造の間欠性の発見⁷⁾、乱流モデルの検証⁸⁾等が行われ、理論的研究と共に大きな貢献を果たしてきた。この種の実験には高レイノルズ数乱流場を実現することが不可欠である。著者らは乱流発生装置を開発し⁹⁾、高レイノルズ数乱流の統計的性質を解明してきた¹⁰⁻¹²⁾。本報告では、乱流場の減衰特性を明らかにする。また、新しく非等方テンソルスペクトルを導入し¹³⁾、慣性小領域の定義に関して、蒔田と飯田¹⁰⁾が提案した最大等方渦スケール l_c の妥当性を検証すると共に、局所等方性についての議論を行う。

2. 大規模乱流場の実現

風洞の測定胴 ($0.7 \times 0.7 \times 6\text{m}^3$) 上流に乱流発生装置⁹⁾ (図1) を設置し、乱流レイノルズ数 $R_\lambda = 80 \sim 393$ の一様性乱流を形成した。表1に $R_\lambda = 393$ の本乱流場の基本的な性質を示す。本乱流場は、通常の実験室規模の風洞乱流としては大規模な乱流場である。また、比較のために $R_\lambda = 25$ の格子乱流の実験も行った。計測には、定温度型熱線流速計とXプローブ (検査体積 $0.6 \times 0.6 \times 0.2\text{mm}^3$) を用いた。熱線に沿った流れによる冷却や高次モーメントの省略による誤差は、長野と田川¹⁴⁾の方法にて補正を行った。

3. 減衰特性

本乱流場の減衰過程の特徴を明らかにするために、非等方テンソル b_{ij} ²¹⁾

$$b_{ij} = \frac{u_i u_j}{q^2} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (1)$$

の不変量 $\Pi (= b_{ij} b_{ji})$ ²²⁾ と乱流エネルギー $q^2 (= \overline{u_1^2} + \overline{u_2^2} + \overline{u_3^2})$ の関係を、図2に示す。格子乱流場は図中

* 豊橋技術科学大学

** 高知大学理学部

表 1 乱流特性量による各乱流場の比較

Experiment	U (m/s)	u'/U (%)	L_{ux} (mm)	λ_g (mm)	η (mm)	R_L	R_λ	u'/v'
Present work	7.0	12.1	398	9.7	0.21	16130	393	1.19
Conventional grid turbulence ¹⁵⁾	10.0	2.22	24	4.9	0.29	355	72	1.0
Large pressurized wind tunnel ¹⁶⁾	61.0	1.97	47.8	2.4	0.047	13300	669	1.23
Aximetric jet ¹⁷⁾	54	—	—	—	—	—	662	—
Boundary layer in large wind tunnel ¹⁸⁾	43.2	0.07	—	—	0.09	—	1450	1.45
Huge wind tunnel ¹⁹⁾	20.0	—	—	—	—	—	2720	—
Atmospheric turbulence ²⁰⁾	4.3	12.0	—	144	1.05	—	4830	—

U : 主流方向の平均流速, u' : 主流方向変動速度の RMS 値, v' : 直角方向変動速度の RMS 値 L_{ux} : 縦方向のインテグラルスケール, λ_g : 横方向のマイクロスケール, η : Kolmogorovスケール, R_L : L_{ux} を基にした乱流レイノルズ数, R_λ : λ_g を基にした乱流レイノルズ数

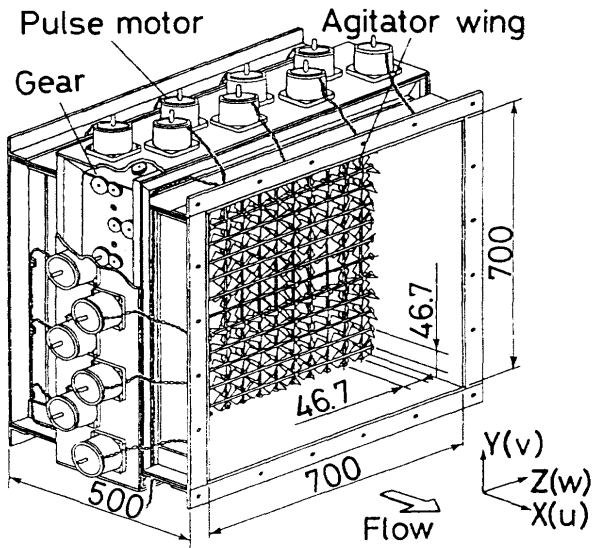


図 1 乱流発生装置 (単位: mm)

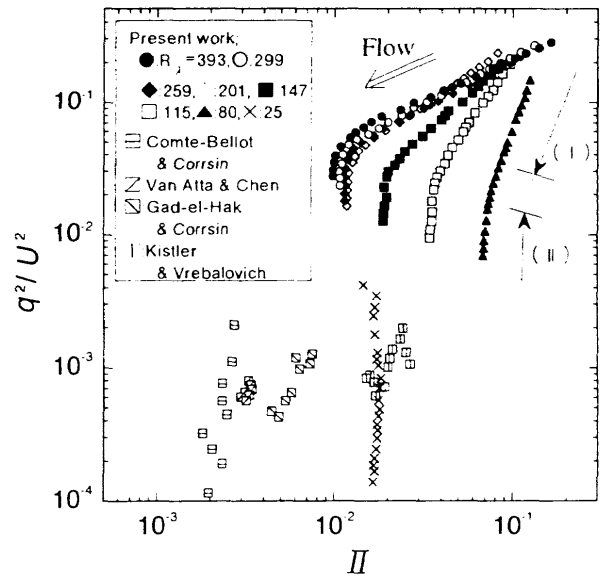


図 2 乱流エネルギーと異方性の関係

の勾配が大きく、減衰が全域で支配的であるのに対し、本乱流場は、上流側に勾配の緩い等方化領域 (i) とその下流に勾配の急な減衰領域 (ii) が存在する。等方化領域では、 R_λ が大きいほど勾配は緩く、減衰領域までに達成される異方度は小さくなる。従って、減衰領域では R_λ により不変量 Π が異なるが、 $R_\lambda \geq 200$ では格子乱流と同程度の異方性を有する準等方性乱流場が形成されている。

時田と飯田¹²⁾ は、最大等方渦スケール l_G を導入し、乱流場が自己相似状態に達する流れ方向距離の推定法を提案した。すなわち、

$$T_L / T_{OI} \geq 2^2 \sim 2^3 \quad (2)$$

ここで、 T_L は減衰の特性時間 $[=-q^2 (dq^2/dt)^{-1}]$, T_{OI} は乱流を発生させた時 ($X/M=0$) の渦の特性時間 $[=l_G / u_c, u_c = (q^2/3)^{1/2}]$ である。図 2 における遷移領域では $T_L / T_{OI} = 3.79 \sim 7.94$ であり、式 (2) が満足

されると乱流場が自己相似状態に達し、減衰が支配的となる。

図 3 に、 $R_\lambda = 393$ における乱流エネルギーの減衰曲線を示す。 q^2 や、減衰領域の u'^2 および v'^2 の減衰に関しては、べき乗則

$$\begin{aligned} q^2 &\sim (Ut/M - Ut_0/M)^{-n_q} \\ u'^2 &\sim (Ut/M - Ut_0/M)^{-m_u} \\ v'^2 &\sim (Ut/M - Ut_0/M)^{-m_v} \end{aligned} \quad (3)$$

が適用できるが、等方化領域での u'^2 や v'^2 の減衰特性を、式 (3) で表すことはできない。そこでは、各成分間のエネルギー交換を考慮しなければならない²³⁾。

減衰率 n_q の乱流レイノルズ数依存性を図 4 に示す。 $R_\lambda \geq 200$ の時、 R_λ の増加にともない n_q は減少している。 R_λ が十分に大きくなると、 n_q は Loitsiansky²⁴⁾ の理論値 $10/7$ や Tatsumi & Kida²⁵⁾ の数値計算結果と同

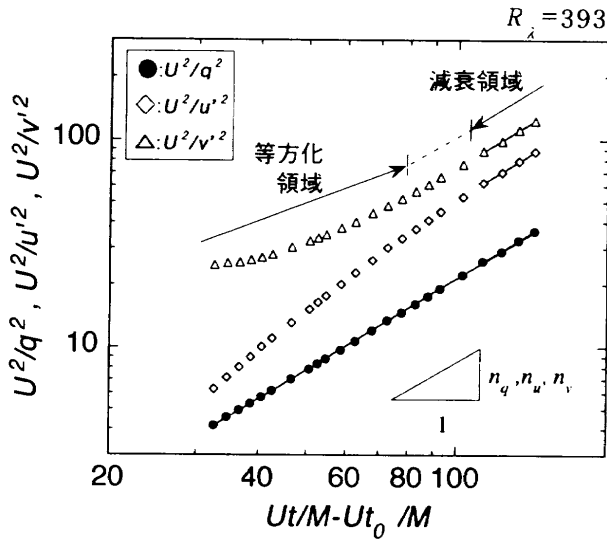


図3 乱流エネルギーの減衰

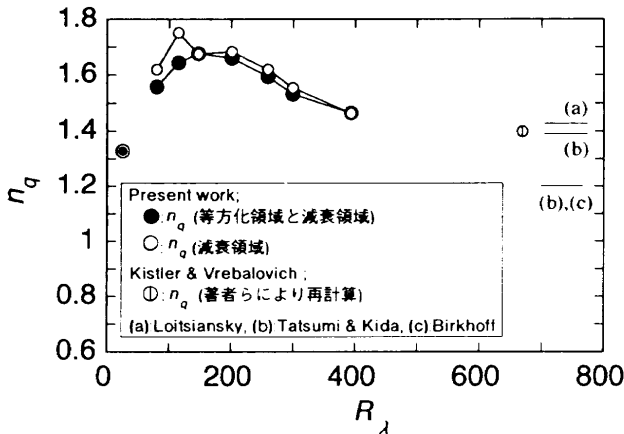


図4 減衰率 n_q の乱流レイノルズ数依存性

程度の値を持つことが、本実験結果から推察される。

4. 速度場の確率密度分布

図5に、主流方向の変動速度 u と変形速度 $\partial u / \partial t$ の確率密度分布 (PDF) を示す。 u のPDF がほぼガウス分布であるのに対して、乱流場の小規模構造を表す $\partial u / \partial t$ のPDF は、他の研究結果^{2,26)}と同様に、ガウス分布から大きくずれており、小振幅と大振幅変動成分の存在確率が多い。すなわち、微細構造に間欠性が存在することがわかる。また、正の大振幅の確率に比べ負の大振幅の確率が大きいのは、Tennekes²⁷⁾によると、渦糸の伸長による渦度の生成が生じていることを示している。

5. 普遍平衡理論と局所等方性

Kolmogorov⁵⁾ は、乱流レイノルズ数が十分に大きい時、慣性小領域中の3次元スペクトル $E(k)$ を散逸 ε のみで表した。すなわち、

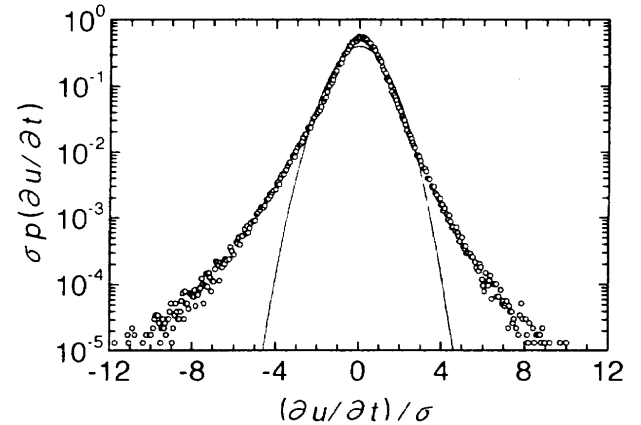
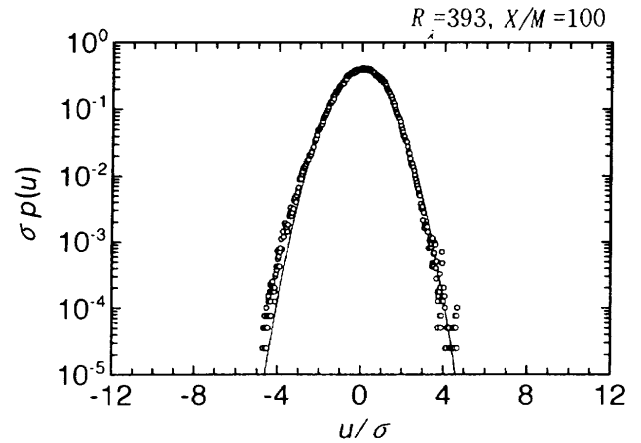


図5 速度変動と変形速度の確率密度分布

$$E(k) = \alpha \varepsilon^{2/3} k^{-5/3} \quad (4)$$

ここで、 α はKolmogorov 定数と呼ばれる普遍定数であり、等方性を仮定した場合、1次元スペクトル E_1 及び E_2 のKolmogorov 定数 α_1 、 α_2 と次の関係を持つ。

$$\alpha = 55 \alpha_1 / 9 = 55 \alpha_2 / 12 \quad (5)$$

3次元スペクトルを直接計測することは難しく、一般に1次元スペクトルから $\alpha_{1,2}$ を決定する。式(4)をKolmogorov スケール $\eta [=(\nu^3 / \varepsilon)^{1/4}]$ 、 ν : 動粘性係数] とKolmogorov 速度 $v_k [=(\varepsilon \nu)^{1/4}]$ で無次元化すると次式の様になる。

$$A_{1,2}(k\eta) = E_{1,2}(k\eta) \cdot (k\eta)^{5/3} \quad (6)$$

なお、慣性小領域において $A_{1,2}$ は一定値を持つ。

$$A_{1,2}(k\eta) = \alpha_{1,2} \quad (7)$$

著者等は、波数空間での乱流渦 (eddy) の形状を調べるため、1次元エネルギースペクトル $E_{ii}(k)$ を用いて、非等方テンソルスペクトル $b_{ii,k}$ を以下のように定義した。

$$b_{ii,k} = \frac{E_{ii}(k)}{E_{11}(k) + E_{22}(k) + E_{33}(k)} - \frac{1}{3} \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (8)$$

慣性小領域で $-5/3$ 乗則を、粘性散逸領域ではHeisenbergのスペクトル分布²⁸⁾ $E_{11} \sim (2\nu^2)^{-2} \varepsilon^2 k^{-7}$ を仮定すると、各波数領域で渦形状が等方的であった場合の $b_{11,k}$ の値を、次の様に導出することができる。等方性が仮定された場合、 E_{11} と E_{22} の関係は

$$E_{22} = \frac{1}{2} \left(E_{11} - k \frac{\partial E_{11}}{\partial k} \right) \quad (9)$$

となる²⁹⁾。この時、各波数領域での E_{22}/E_{11} 、 $b_{11,k}$ の値は以下の様になる。

低波数領域 : $E_{22}/E_{11} = 1/2$, $b_{11,k} = 1/6$

慣性小領域 : $E_{22}/E_{11} = 4/3$, $b_{11,k} = -2/33$

粘性散逸領域 : $E_{22}/E_{11} = 4$, $b_{11,k} = -2/9$

図6(a)に、 $R_\lambda = 393$, $X/M = 100$ における1次元エネルギースペクトルを示す。図中の矢印は、インテグラルスケール L_{ur} 、最大等方渦スケール l_G 、マイクロスケール λ_f 、散逸最大の渦スケール l_D に相当する波数を示す。慣性小領域を $l_G \sim l_D$ の範囲で表すとき¹¹⁾、 $R_\lambda = 393$ の本スペクトル分布には1桁以上の慣性小領域が存在している。厳密には、本スペクトル分布の慣性小領域における勾配は、 $-5/3$ よりも若干緩い。山本³⁰⁾も $R_\lambda = 134$ のスペクトル分布に関して同様のことを指摘している。Taylorの凍結仮説³¹⁾を採用していることの影響とも考えられ、著者らは、Champagne¹⁷⁾の方法にて補正を試みたが、自己相似領域におけるスペクトルの分布形状についてはほとんど影響がないことを確認した。

本乱流場では、慣性小領域の勾配が若干緩いために、図6(b)に示す様に、式(6)で定義した $A_{1,2}$ は慣性小領域($l_G \sim l_D$)で一定値を持たない。 $R_\lambda = 626$ の噴流場を用いたChampagne¹⁷⁾の結果や $R_\lambda = 1450$ の境界層中で求めたSaddoughi & Veeravalli¹⁸⁾の結果でも慣性小領域の $A_{1,2}$ の分布は完全に一定値を持たない。慣性小領域($l_G \sim l_D$)の範囲にて $A_{1,2}$ を平均し、Kolmogorov定数を算出したところ、 $R_\lambda \geq 200$ の場合、 $\alpha_1 = 0.56$ であった。この値は、 $R_\lambda \rightarrow \infty$ と考えられる大気乱流³²⁾や数値計算³³⁾の結果と良い一致を示している。

式(8)で定義した非等方テンソルスペクトルを、図6(c)に示す。低波数領域($\sim l_G$)では、 L_{ur} 以下において $b_{11,k} > 1/6$ であり、この領域での渦形状は異方的である。 l_G を境に、 l_G よりも高波数の $b_{11,k}$ はほぼ $-2/33$ で一定になっていることから、 l_G が最大等方渦スケールであり、かつ、慣性小領域の最大渦スケールを表すものと見なして良いことがわかる。慣性小領域($l_G \sim l_D$)

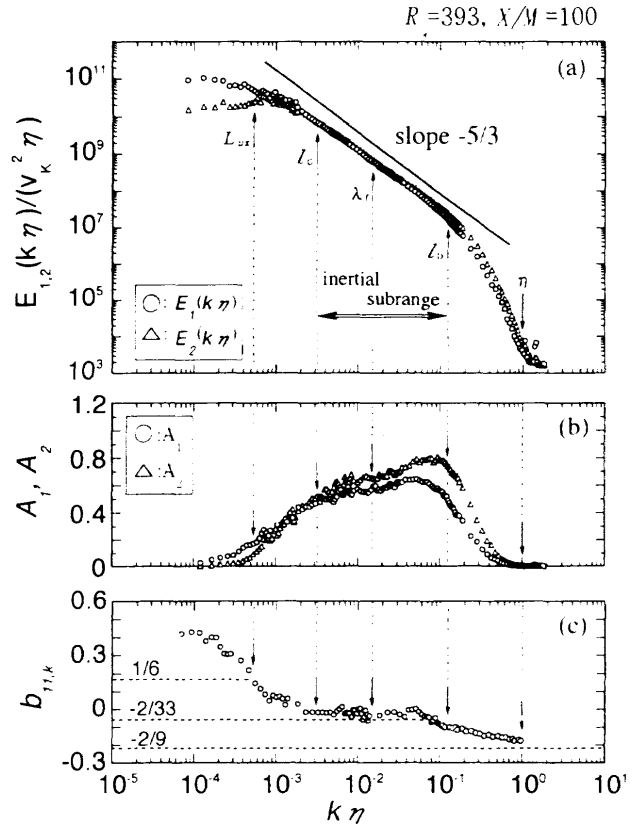


図6 (a) 1次元エネルギースペクトル
(b) 関数 A_1, A_2
(c) 非等方テンソルスペクトル

では $b_{11,k} \approx -2/33$ であり、局所等方的である。しかし、慣性小領域の最小渦スケールは、厳密には、 l_D より大きいものと考えられ、これに関しては、現在検討中である。粘性散逸領域($l_D \sim$)で $b_{11,k}$ が一定値を持つかどうかは、Xプローブの空間分解能や電氣的雑音のため、速度変動が正確に計測できず、確認できていない。それは本研究の今後の課題として残されている。

6. まとめ

乱流発生装置を用いて、 $R_\lambda = 80 \sim 393$ の一様性乱流場を風洞中に実現し、乱流エネルギーの減衰特性と普遍平衡理論を調べた。その結果、大規模乱流場の減衰率やKolmogorov定数を決定した。また、非等方テンソルスペクトルを用いて $l_G \sim l_D$ を慣性小領域と決定することの妥当性を証明すると共に、確率密度分布により乱流場の微細構造中に間欠性の影響が表れることを示した。

参考文献

- 1) Vincent, A. & Meneguzzi, M., J. Fluid Mech., 225 (1990), 1.
- 2) Hosokawa & Yamamoto, J. Phys. Soc. Japan, 58 (1989), 20.

- 3) Jiménez, J., Wray, A., Saffman, P. G. & Rogallo, R. S., *J. Fluid Mech.*, **255** (1993), 65.
- 4) Mohamed, M. S. & LaRue, J. C., *J. Fluid Mech.* **219** (1990), 195.
- 5) Kolmogorov, A. N., *C. R. Acad. Sci. URSS*, **30** (1941), 301.
- 6) Schedvin, J., Stegen, G. R. & Gibson, C. H., *J. Fluid Mech.*, **65** (1974), 561.
- 7) Batchelor, G. K. & Townsend, A. A., *Proc. Roy. Soc., A* **199** (1949), 238.
- 8) Anselmet, F., Gagne, Y., Hopfinger, E. J. & Antonia, R. A., *J. Fluid Mech.*, **140** (1984), 63.
- 9) 蒔田・佐々・岩崎・飯田, *機論*, 54-495 B (1987), 3173.
- 10) 蒔田・飯田, *機論*, 55-515 B (1989), 1847.
- 11) 蒔田・飯田, *機論*, 56-522 B (1990), 342.
- 12) 蒔田・飯田, *機論*, 56-522 B (1990), 351.
- 13) 蒔田・関下, *機論*, 論文No.951517, 投稿中
- 14) 長野・田川・機論, 54-503 B (1988), 1642.
- 15) Comte-Bellot, G. & Corrsin, S., *J. Fluid Mech.* **25** (1966), 657.
- 16) Kistler, A. L. & Vrebalovich, T., *J. Fluid Mech.* **26** (1966), 37.
- 17) Champagne, F. H., *J. Fluid Mech.*, **86** (1978), 67.
- 18) Saddoughi, S. G. & Veeravalli, S. V., *J. Fluid Mech.* **268** (1994), 333.
- 19) Gange, Y., Hopfinger, E. J. & Frisch, U., in *New Trends in Nonlinear Dynamics and Pattern Forming Phenomena*, 1989, Plenum Press.
- 20) Sheih, C. M., *Phys. Fluids*, **14** (1971), 201.
- 21) Rotta, J. C., *Z. Phys.* **129** (1951), 547.
- 22) Lumley, J. L. & Newman, G., *J. Fluid Mech.* **82** (1977), 161.
- 23) 蒔田・関下・機論, 62-594 B (1996).
- 24) Loitsiansky, L. G., *NACA TM No.1079* (1945).
- 25) Tatsumi, T. & Kida, S., *J. Phys. Soc. Japan*, **49** (1980), 2014.
- 26) Van Atta, C. W. & Chen, W. Y., *J. Fluid Mech.* **44** (1970), 145.
- 27) Tennekes, H., *Phys. Fluid*, **11** (1968), 669.
- 28) Heisenberg, W., *Zeitschrift fur Physik*, **124** (1948), 628.
- 29) Hinze, J. O., *Turbulence*, (1975), McGraw-Hill.
- 30) 山本, *ながれ*, 14-5(1995), 353.
- 31) Taylor, G. I., *Proc. Roy. Soc. London, A* **164** (1938), 476.
- 32) Bradshaw, P., *NPL Aero Report*, **1220** (1967).
- 33) Kida, S. & Murakami, Y., *Phys. Fluid*, **30** (1987), 2030.

