

No. 15

超音速層流境界層における非粘性型不安定性

坂上 昇 史*, 西岡 通 男*

Inviscid Instability in Supersonic Laminar Boundary Layer

Shoji SAKAUE and Michio NISHIOKA

Osaka Prefecture University

The instability of supersonic flat-plate boundary layer flow disturbed by compression or expansion corner is investigated on the basis of the linear stability theory and through direct numerical simulations. We find that the parallel-flow stability theory can well predict the DNS results for the behavior of Tollmien-Schlichting waves. Furthermore, we have made the inviscid linear stability analysis to clarify that the inflectional instability really governs the boundary layer instability at such Mach number as 2.2, being far below the often cited value $M_1=4.0$.

Key Words : supersonic flow, boundary layer stability, Tollmien-Schlichting waves, linear stability theory, TVD scheme, inflectional instability

1. はじめに

次世代超音速旅客機の空気抵抗の低減や超音速風洞の低騒音化において、境界層の層流化が重要な課題である。その基礎研究として、筆者らは超音速境界層における微小攪乱の挙動を直接数値シミュレーション（TVD法）と線形安定性解析により調べている。

超音速境界層は、主流マッハ数が4を越すと速度分布の一般化変曲点による変曲点不安定に支配されることは、Mack^{1, 2)}の研究以来周知であるが、超音速旅客機の飛行マッハ数領域、例えば $M_1=2.2$ における変曲点不安定の重要性やそれが種々の条件によりどのように影響されるかについては従来から詳しい研究はない。そこで、主流マッハ数2.2の境界層流れにおけるT-S波動の挙動に注目し、まず、斜面による圧縮がその構造や挙動にどのように影響するか調べた。その結果、斜面の傾斜角が増すと、境界層速度分布の一般化変曲点における $\rho(\partial u/\partial y)$ が増加するのに伴って、攪乱の増幅率は増大することが明らかになった^{3, 4)}。このように、T-S波動は $M_1=2.2$ の低マッハ数領域においても変曲点不安定に支配されることがわかった。

本論文では、膨張過程によりT-S波動がどのような影響を受けるか調べた。さらに、本来非粘性の不安定性

要因である変曲点不安定に対し、非粘性の安定性解析も行い、数値解、粘性および非粘性安定性解析の3者の結果を比較し、圧縮・膨張による超音速境界層の不安定性について検討した。

2. 解析対象の流れ場

斜面を有する壁面上に形成された主流マッハ数 $M_1=2.2$ の2次元層流境界層流れを考え、図1のように壁面に沿って x 軸、それに垂直な方向に y 軸をとる。この図において基準長さ L は、N-S方程式を主流密度 ρ_1 、主流音速 c_1 、主流粘性係数 μ_1 を用いて無次元化するとき、 $Re = \rho_1 c_1 L / \mu_1 = 4500$ となるように設定されており、吸い込み式風洞を用いた実験に対応させると $L=0.78\text{mm}$ となる。平板と斜面の接点は $x/L=60$ の位置に設定し、平板の傾斜角は圧縮を伴う場合を正、膨張となる場合を負とする。

図2に壁面上の圧力と摩擦応力係数 C_f の流れ方向変化を示す。圧縮斜面では、非粘性流の場合、コーナー部分で斜め衝撃波が発生し、コーナーは不連続点となるが、粘性流の場合、コーナーの存在は壁面近くの逆流域低速流の向きを急変させ、 C_f 分布が図2(b)のように急変することを除くと平均流に対する不連続性の影響は顕著でない。逆に、膨張斜面の場合、境界層内の垂音速部を通してコーナーで発生する膨張波の影響が上流側へ伝わるが、その影響域は圧縮斜面に比べて狭く、圧縮の場合よ

*大阪府立大学工学部

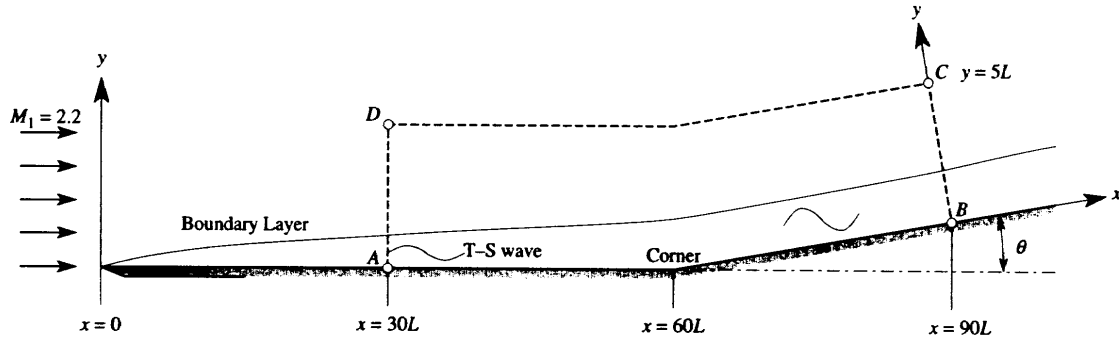


図1 計算領域

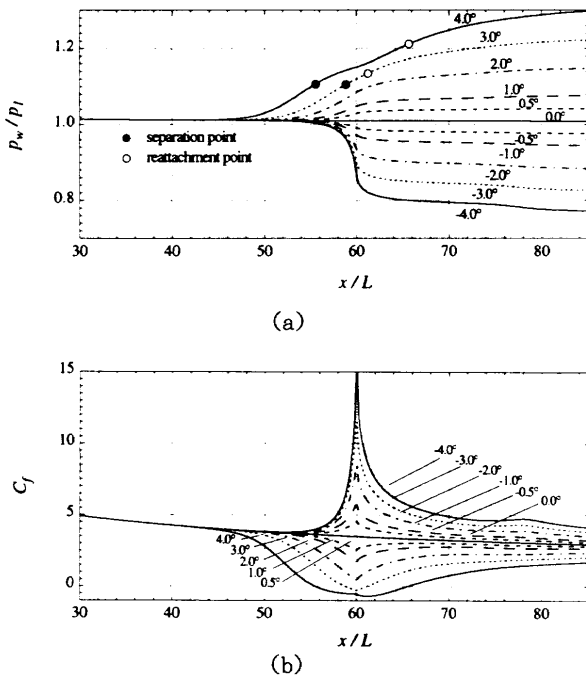


図2 斜面を過ぎる超音速境界層 ($M_1=2.2$) の(a)壁面上の圧力 p_w/p_1 と(b)摩擦応力係数 C_f 。斜面のコーナー位置: $x/L=60$, 図1参照。

りも急な変化となっている。

このような平均流場において、微小攪乱として、

$$[\bar{\rho}, \bar{u}, \bar{v}, \bar{p}, \bar{T}]'(x, y, t) = [\rho', u', v', p', T']'(y) \exp [i(\alpha x - \omega t)] \quad (1)$$

の形で与えられる空間増幅型の2次元攪乱を考え、その挙動を数値計算と局所平行流近似に基づく線形安定性解析¹⁾により調べた。今回解析の対象とした攪乱は、上流境界においてほぼ最大増幅率となるものであり、その固有値は、数値計算における基準量 L 、 c_i で無次元化するとき上流境界において次の値をとる：

$$\omega = 1.2469, \quad \alpha = 0.93390 - i 1.8072 \times 10^{-2}$$

3. 圧縮・膨張の影響下でのT-S波動の挙動

圧縮過程がT-S波動に及ぼす影響については、文献

3, 4に詳しいので、ここでは主として膨張の影響について述べる。図3は、傾斜角 $\theta = -4.0^\circ$ の場合の変動の振幅、位相の y 方向分布について数値解と安定性解析の結果を比較したものである。図3(a)は流れ方向の平均速度、(b)は変動の振幅、(c)は位相である。各変動の振幅は相対値が正しく表現されている。前述のように、膨張斜面の影響は上流側へあまり伝わらないので、コーナーの上流域では、平均速度、変動の振幅・位相分布は、平板境界層の場合とほぼ相似である。また、数値解と安定性解析の結果は、コーナー位置($x/L=60$)を除いて流れ場全体でよく一致している。

波数 α_r の流れ方向の変化について数値解と安定性解析の結果を図4に比較する。コーナー近傍の非平行流の影響が強い領域を除いて、両者はよく一致している。なお、コーナーの下流で大きな波打ちが見られるが、これについては後で述べる。

各 x 位置での一般化変曲点における $\bar{\rho}(\partial \bar{u} / \partial y)$ の大きさと増幅率 $-\alpha_i$ の関係を図5に示す。圧縮の場合¹⁾と同様、増幅率は一般化変曲点の $\bar{\rho}(\partial \bar{u} / \partial y)$ の増減に追従して変化するが、傾斜角が -2.0° を越えると、この一般化変曲点が消滅し、攪乱は減衰に転じる。なお、数値解はコーナー下流で一度増幅に転じ、安定解析の結果とのずれが大となる。この点について考える。

図6(a)に $\theta = -4.0^\circ$ の場合にコーナーから発生する膨張波の様子を、(b)はその時の圧力変動をそれぞれ等値線で示す。T-S波動の流下により膨張波に沿って伝わる新たな攪乱が現れている。この攪乱はT-S波動と周波数は同じであるが、マッハ波に沿って伝播するので位相速度(すなわち波数)は異なる。数値解ではこの影響を分離できないため、図4の波数の波打ちや図5の増幅率のずれがその結果現れると考えられる。

以上の結果をまとめると、流れの非平行性の影響が無視できない領域を除けば、局所的な平行流近似による線形安定性解析が微小攪乱の挙動を追跡する上で有効であり、また、その挙動は、各 x 位置での境界層の局所的な不安定特性(変曲点不安定の影響)により支配されると

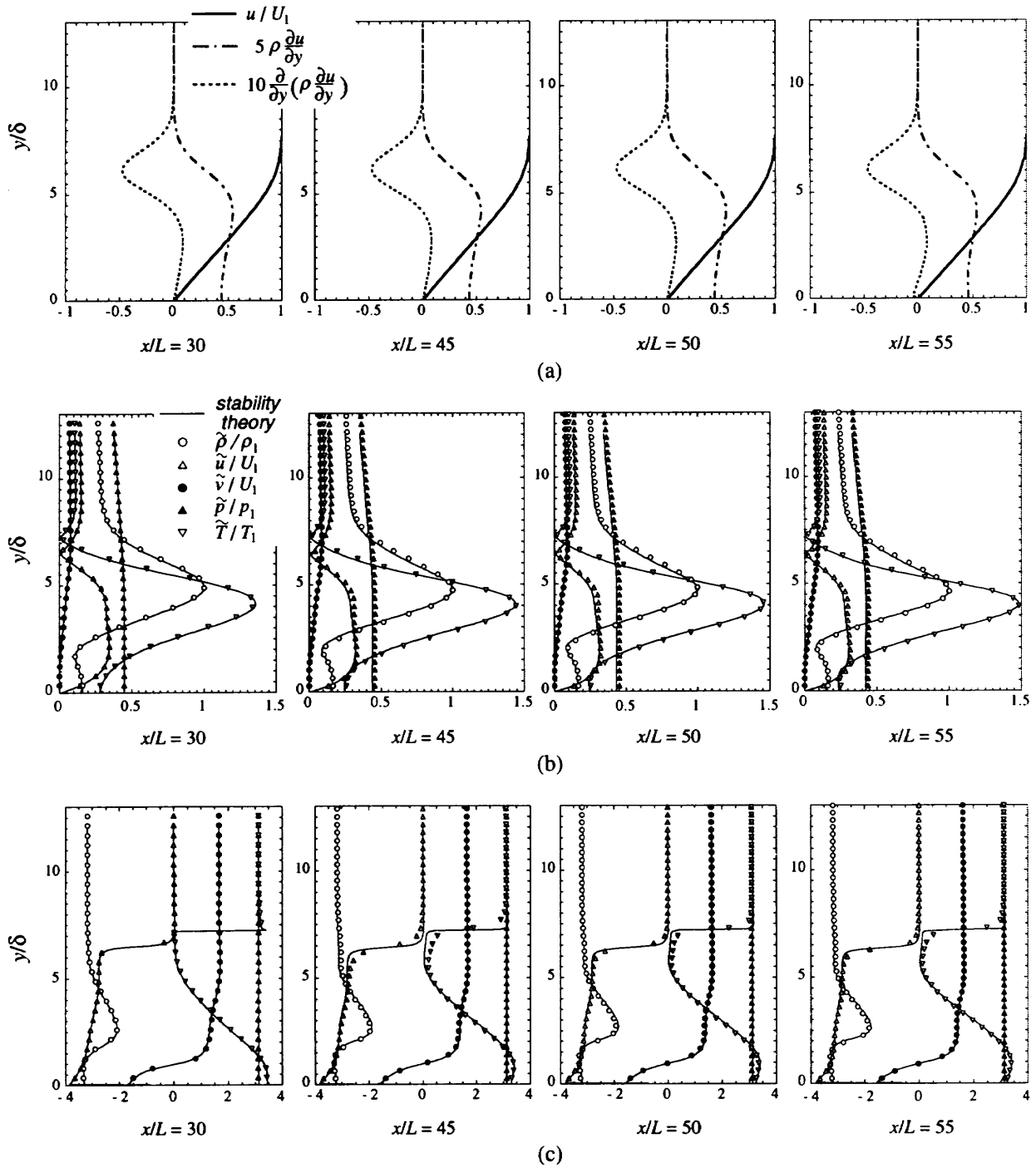


図3 膨張斜面周りのT-S波動に関する数値解と線形安定性解析との比較 ($M_1=2.2$, $\theta=-4.0^\circ$):
 (a)平均流の速度, (b)T-S波動の振幅, (c)位相, の y 方向分布。

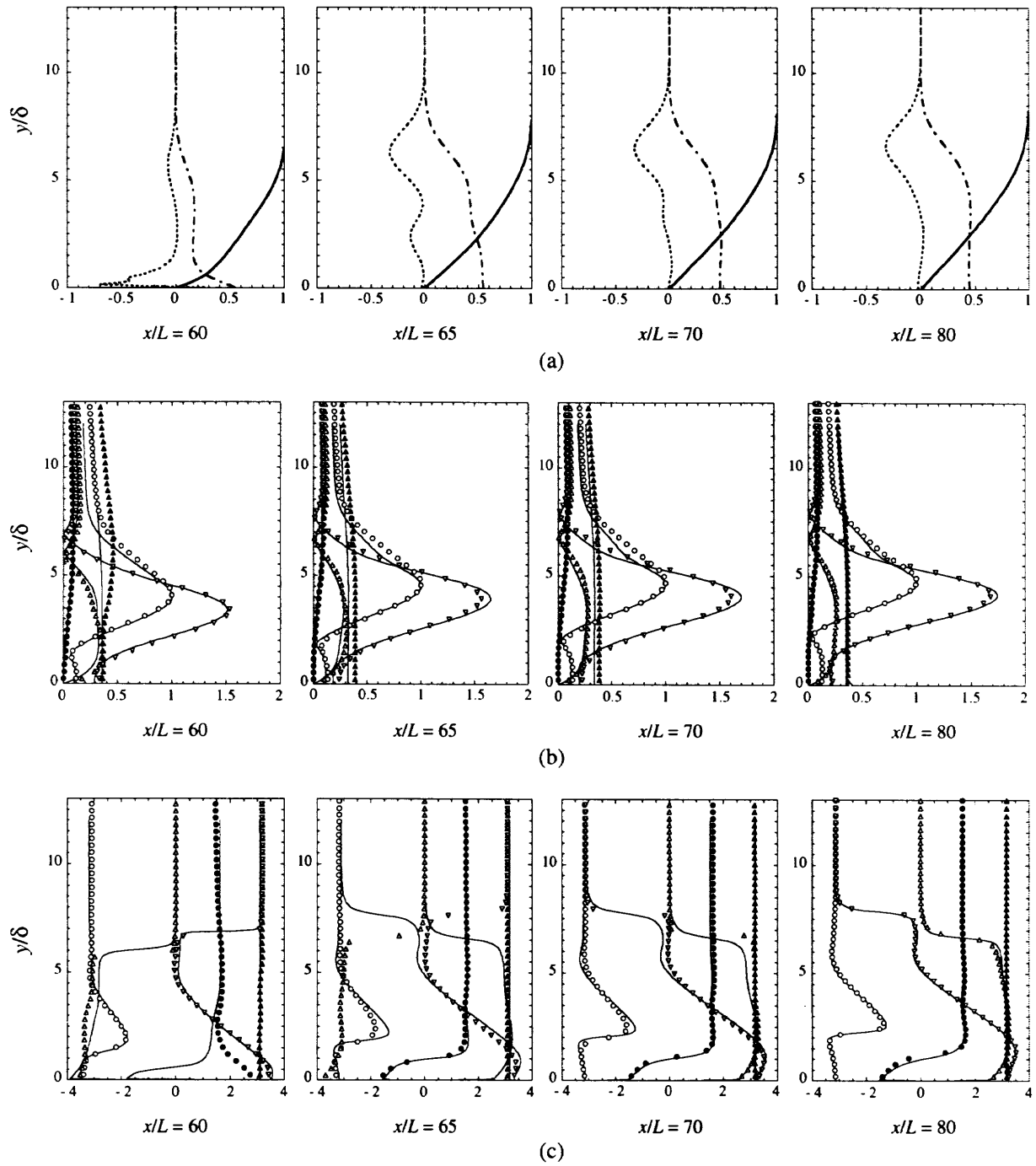


図 3 (つづき)

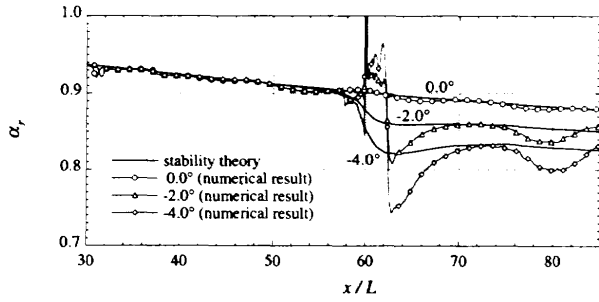


図4 膨張斜面周りのT-S波動に関する数値解と線形安定性解析との比較：波数 α_r ， $M_1=2.2$ 。

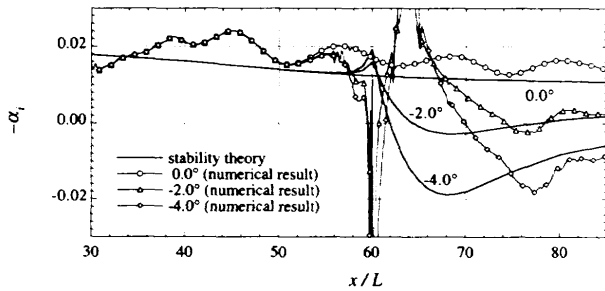


図5 膨張斜面周りのT-S波動に関する数値解と線形安定性解析との比較：増幅率 α_i ， $M_1=2.2$ 。

結論される。

4. 非粘性攪乱に対する安定解析

T-S波動の増幅率は、境界層分布の一般化変曲点における $\rho(\partial\bar{u}/\partial y)$ の値に追従して増減する。このことは、変曲点不安定が攪乱の挙動を支配することを示す証拠である。変曲点不安定は非粘性であるので、非粘性攪乱に対する線形安定性解析を行い、その点を考察する。

図7は、T-S波動と同じ角周波数を持つ非粘性攪乱に関し、(a)波数 α_r と(b)増幅率 $-\alpha_i$ の流れ方向変化を粘性安定性解析の結果と比較したものである。両者の波数 α_r は驚くほどよく一致している。一方、増幅率 $-\alpha_i$ について見ると、変化の傾向はよく合っているが、その値は、膨張斜面($\theta=-4.0^\circ$)の $x/L=70$ 近傍を除くと、非粘性攪乱の方が粘性攪乱より大である。一般に、粘性の影響は壁面近傍に限定され、変曲点不安定に対し境界層を安定化させる方向に働くことを考慮すると、 $M_1=2.2$ の超音速境界層におけるT-S波動の挙動は、本質的には非粘性の変曲点不安定に由来するといえる。また、粘性攪乱の方が増幅率が大きい部分は、図5より一般化変曲点が消滅し、この意味では、前節で述べたように境界層は安定化される領域であり、粘性型不安定の他に不安定要因はないと考えられる（なお、今の場合、粘性を考慮しても安定である）。

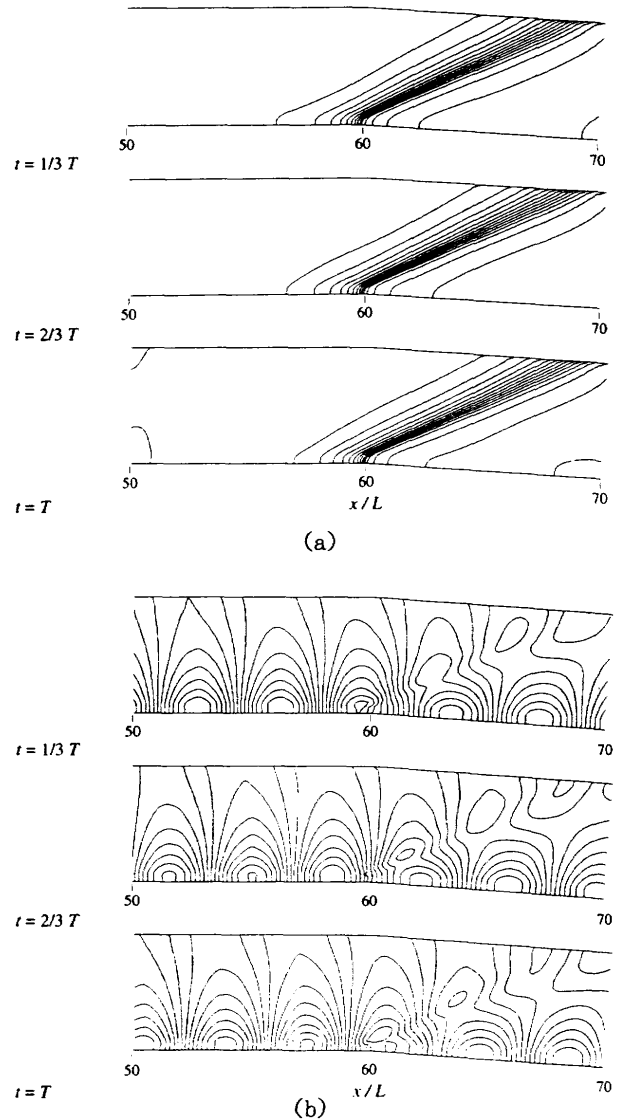


図6 膨張斜面を過ぎる流れ場：(a)コーナーで生じる膨張波，(b)圧力変動(\bar{p})の等値線図。

5. まとめ

主流マッハ数 $M_1=2.2$ の圧縮・膨張斜面周りの境界層におけるT-S波動の挙動をTVD法に基づく数値解で調べ、さらに、粘性・非粘性攪乱に対する局所平行流近似の線形安定性解析を行い、結果を比較した。重要な結論として、このような低マッハ数領域においても、T-S波動は、一般化変曲点に由来する変曲点不安定に支配されること、圧縮・膨張過程はこの変曲点不安定に直接影響を及ぼし、圧縮の場合は境界層の不安定化に、膨張の場合は安定化の方向に働くことを明らかにした。これらの知識は、超音速境界層の不安定性や層流制御を考える上で重要である。

引用文献

- 1) L. M. Mack : Computation of the stability of the laminar compressible boundary layer. Methods in Computational Physics, Vol. 4, Academic Press (1965) 247-299.
- 2) L. M. Mack : Linear stability theory and the problem of supersonic boundary-layer transition. AIAA J. 13 (1975) 278-289.
- 3) 坂上昇史, 西岡通男 : 圧縮斜面周りの超音速境界層における T-S 波動の挙動 ながれ, 15 (1996) 124-132.
- 4) 坂上昇史, 西岡通男 : 超音速境界層における T-S 波動の挙動と変曲点不安定 NAL-SP (to be submitted).

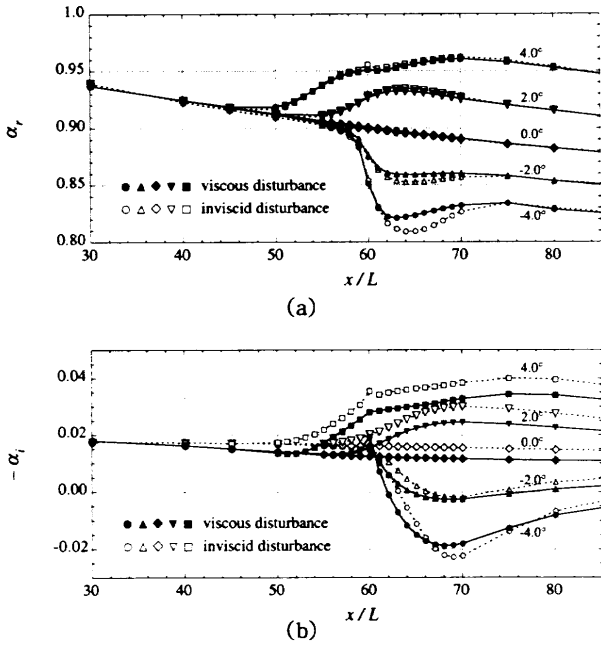


図7 粘性・非粘性攪乱に対する安定性解析：
 (a) 波数 α_r , (b) 空間増幅率 $-\alpha_i$ 。