

No. 4

超音速境界層における T-S 波動の受容性について

坂上昇史*, 西岡通男*

A Numerical Study on the Receptivity Process Generating Tollmien-Schlichting Waves in Supersonic Laminar Boundary Layer

Shoji SAKAUE and Michio NISHIOKA

Osaka Prefecture University

The objective of the present study is to obtain a better understanding of boundary layer receptivity. A direct numerical simulation is made on the basis of TVD scheme to investigate the generating process of Tollmien-Schlichting waves in supersonic laminar boundary layer flow. The external disturbance is introduced as a boundary condition by forcing weak sinusoidal u -fluctuation on a narrow strip of the wall. Results of the simulation clearly show the process by which T-S wave develops from the local (x -dependent) Stokes layer due to the external disturbance.

Key Words : supersonic flow, boundary layer receptivity, Tollmien-Schlichting waves, TVD scheme

1. はじめに

次世代超音速旅客機の開発において重要な空気力学的課題とされているものの1つに翼面上の境界層の層流制御が挙げられる。その実現のためには層流から乱流への遷移過程をよく知る必要がある。

境界層遷移のごく初期段階の予測に安定性理論は非常に有効であるが、遷移を予測し制御するためには外乱が微小攪乱を励起する過程、すなわち、受容過程について知ることが重要である。微小攪乱の発生過程とその必要条件を知らなければ、いろいろな外乱環境において遷移の発生を正確に予測することはできない。非圧縮流の場合、T-S 波動が励起されるためには局所的で x 方向に強さの変化する Stokes 層の発生が必要であることが Nishioka-Morkovin¹⁾ 以来、多くの実験的、理論的、数値的研究により示されている²⁾。しかしながら、超音速境界層における微小攪乱の発生過程とその必要条件についてはほとんど知られていない。

そこで、本研究では超音速境界層における微小攪乱の受容過程について詳しく知るために、壁面上で時間的に振動する速度変動攪乱による T-S 波動の発生過程を数値計算により調べた。

2. 数値計算法

T-S 波動が励起されるためには前述のように局所的な Stokes 層の発生が必要である。Asai-Nishioka²⁾ は非圧縮流についてこのような Stokes 層を発生させるために

$$u = u_w(x)\sin(\omega t),$$

$$u_w(x) = \begin{cases} A_w(\cos^2(\pi(x-x_0)/2s)) & \text{for } |x-x_0| \leq s \\ 0 & \text{for } |x-x_0| > s \end{cases} \quad (1)$$

で表される壁面上の狭い範囲 ($2s$) において角振動数 ω で時間的に振動する x 方向の速度成分 u を与え、励起された波動の強さは外乱に含まれる T-S 波動の波数スベクトルの強さ

$$F(\alpha) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} u_w(x)e^{-i\alpha x} dx$$

$$= \frac{A_w}{4\pi} \left(\frac{2}{\alpha} + \frac{s}{\pi - \alpha s} - \frac{s}{\pi + \alpha s} \right) \sin(\alpha s) \quad (2)$$

に比例することを明らかにした。

本研究においても(1)式で表される攪乱を壁面上に与え、その強さ A_w と x 方向のスケール $2s$ を変えることにより、超音速境界層における T-S 波動の受容される条件を調べる。計算対象は、図1のような平板上に形成される主

* 大阪府立大学

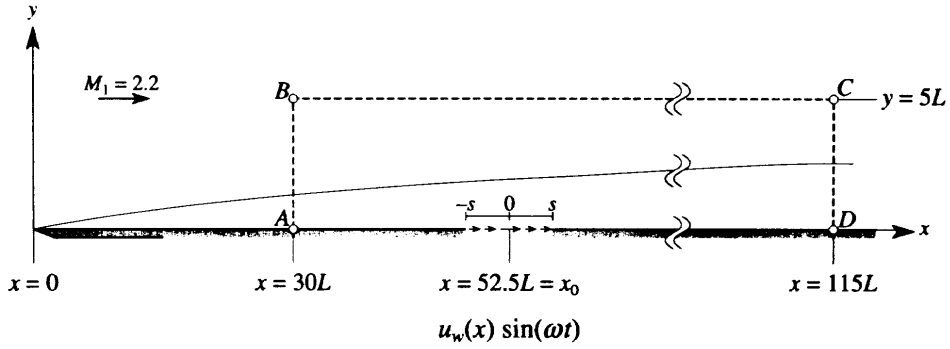


図1 解析の対象とする流れ場

流マッハ数 $M_1=2.2$ の超音速層流境界層を考え、流れ方向に x 軸、平板と垂直な方向に y 軸をとる。上流、下流境界をそれぞれ $x/L=30, 110$ に設定し、攪乱の原点 (x_0) を $x_0/L=52.5$ に設定する。ここで、基準長さ L は $Re = \rho_1 c_1 L / \mu_1 = 4500$ となるように設定されており、吸い込み式風洞を用いた実験に対応させると $L=0.78\text{mm}$ である。また、格子点数は $(n_x, n_y) = (800, 160)$ 、格子間隔は境界層内で $(\Delta x/L, \Delta y/L) = (0.125, 0.0125)$ とし、境界層外では不等間隔格子とする。

数値計算は、対流項については Chakravarthy - Osher³⁾ の 3 次精度 TVD スキームを適用し、粘性項は

2 次精度の中心差分を適用して離散化する。また、時間積分には 2 次精度の陽解法を用いる。

3. T-S 波動の励起過程

(1)式で表される壁面上の速度変動攪乱の角振動数は $\omega = 1.2469$ とする。この角振動数の T-S 波動は、外乱の原点において $\alpha = 0.9099 - i 0.0132$ の固有値をもつ増幅攪乱であり、その波長 λ は $\lambda/L = 6.91$ となる。外乱の強さは $A_w = 0.03 U_1$ に固定し、その x 方向のスケール $2s$ のみを変化させる。まず、外乱の x 方向のスケール $2s/L = 5.6$ (T-S 波動の波長の 81%) とする。導入する外乱の強さは十分小さく、励起される波動の挙動は線形安

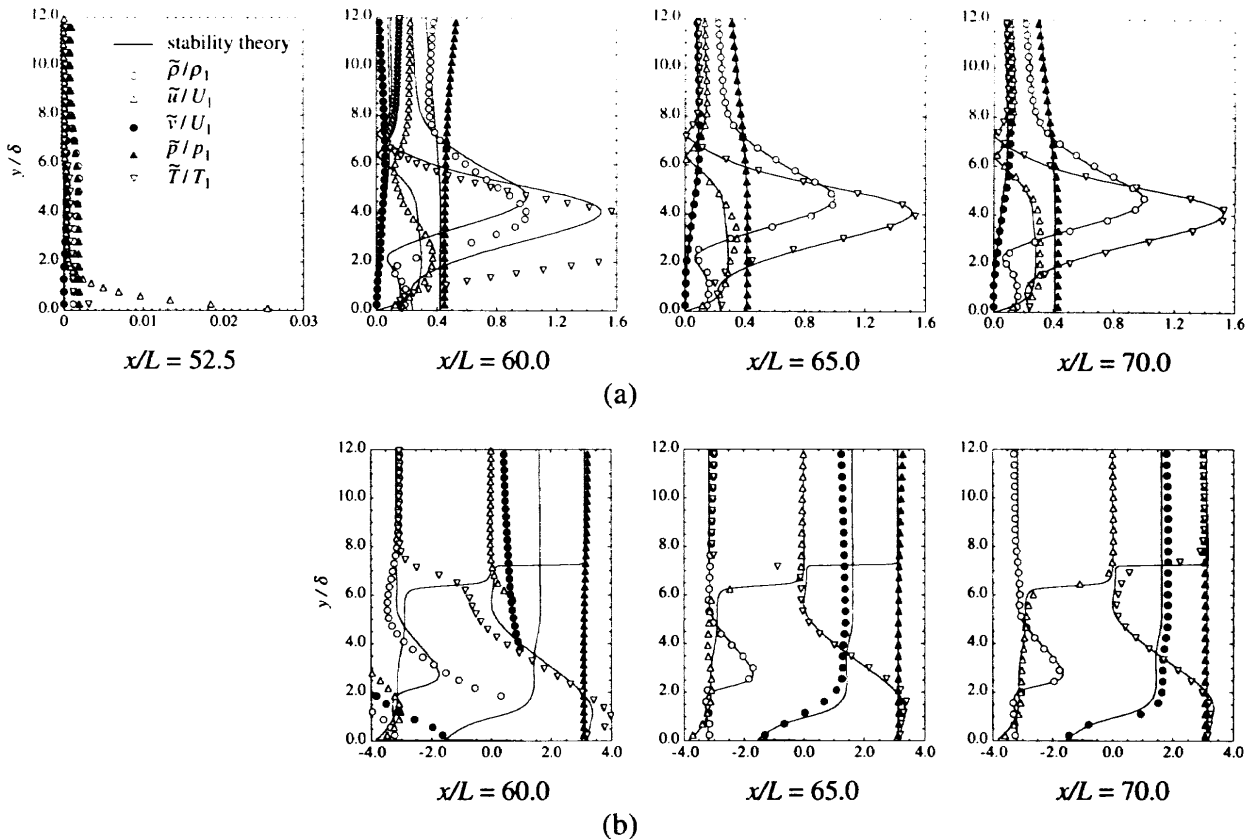


図2 励起された波動に関する数値解と安定性解析の比較 ($2s/L=5.6$):
(a) 波動の振幅, (b) 位相 (rad) の y 分布

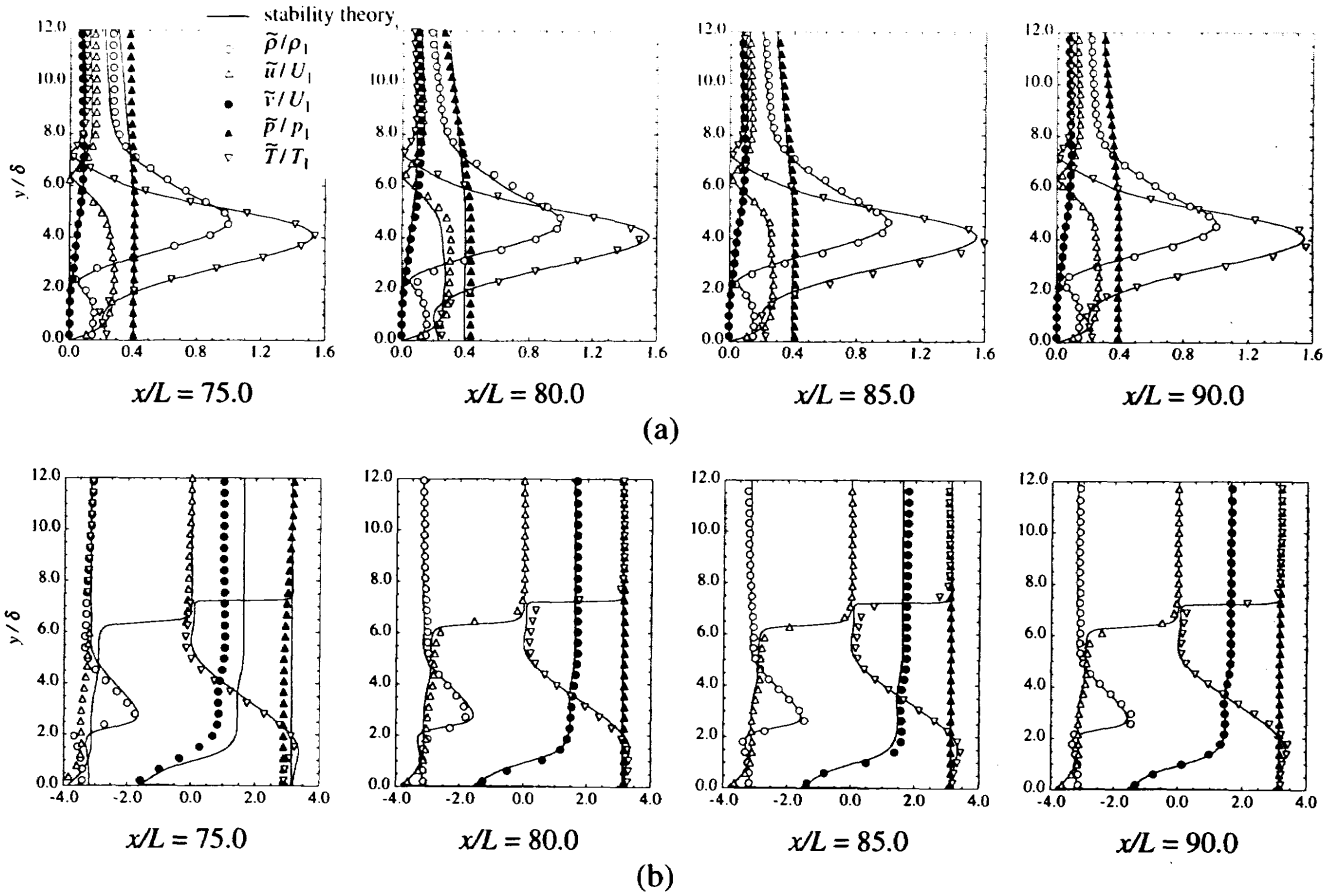


図2 (つづき)

定性理論によって予測可能である。

まず、励起された変動の振幅と位相を各断面位置での安定性解析による T-S 波動モードの固有関数と比較する。図 2 (a) は密度変動 $\tilde{\rho}$ の最大値で正規化した変動の振幅、図 2 (b) は位相の各 y 分布である。励起された変動は、攪乱の原点から約 2 波長下流の $x/L = 65$ 付近でほぼ T-S 波動とみなせる構造を持っている。また、外乱として壁面上に速度変動を与えているにもかかわらず、攪乱のすぐ下流 ($x/L = 60$) で境界層速度分布の一般化変曲点近傍において密度および温度変動が大きくなっている。図 3 に励起された変動の発達の様子を安定性解析による T-S 波動モードの固有値と比較する。図 3 (a) は波数 α_r 、図 3 (b) は空間増幅率 $-\alpha_i$ の x 方向変化である。 $x/L \geq 65$ において両者はほぼ一致しており、攪乱源から約 2 波長下流で T-S 波動が励起されている。以上の結果より、一般化変曲点に伴う変曲点不安定性に支配される超音速境界層においても、非圧縮流と同様、壁面に形成される Stokes 層により T-S 波動が励起されていることが確認できる。

次に、外乱のスケールを $2s$ を変化させ励起される波動の強さを調べた。図 4 (a) は $x/L = 90$ での速度変動 \tilde{u} の最大値と外乱のスケール $2s$ の関係を、図 4 (b) は

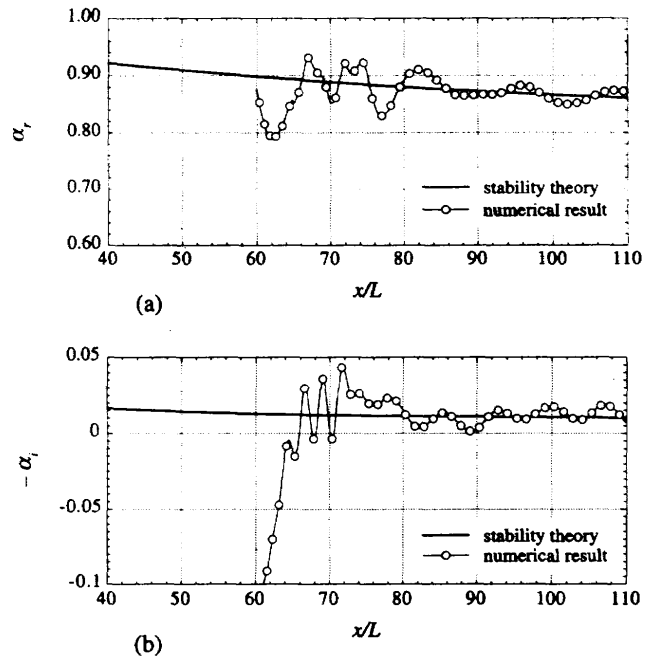


図3 励起された波動に関する数値解と安定性解析の比較 ($2s/L = 5.6$) :

(a) 波数 α_r 、(b) 空間増幅率 $-\alpha_i$ の x 分布。

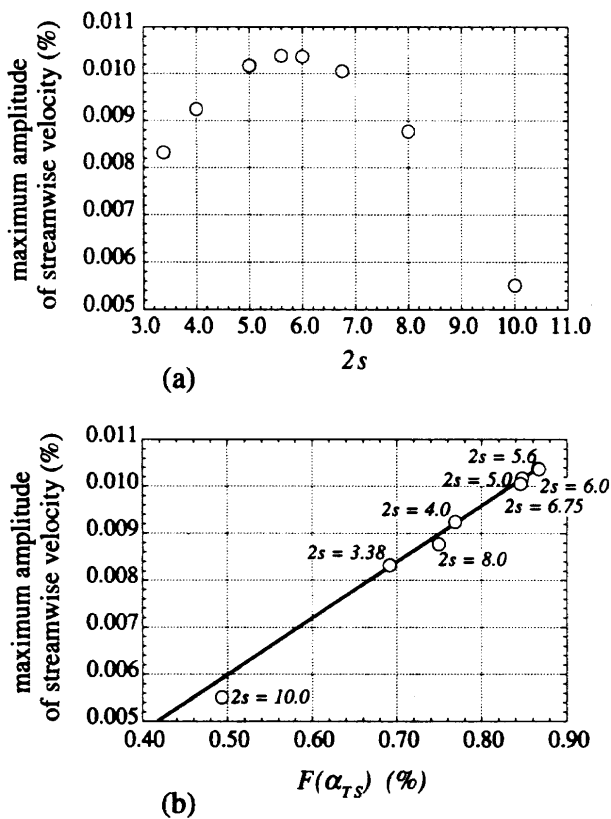


図4 外乱の強さと励起される波動の関係：
 (a) \hat{u}_{\max} (at $x/L=90$) vs. $2s$,
 (b) \hat{u}_{\max} (at $t/L=90$) vs. $F(\alpha_{TS})$.

同位置での速度変動 \hat{u} の最大値と(2)式で表される外乱に含まれる T-S 波動の波数スペクトル $F(\alpha_{TS})$ の関係を表す。励起された波動の強さは $F(\alpha_{TS})$ に比例している。壁面の速度変動攪乱により励起される T-S 波動の強さは、変曲点不安定に支配される超音速境界層においても、非圧縮流の場合と同様、その外部攪乱の特性長さ(外乱のスケール $2s$)、すなわち、外乱に含まれる T-S 波動の波数スペクトルの強さに支配される。また、励起された T-S 波動はほぼ $-\alpha_i$ で増幅しているので、その強さを

$$\hat{u}(x) = C \exp(-\alpha_i x) F(\alpha_{TS}) \quad (3)$$

で表すと、 $C=0.012$ となる。これは、非圧縮の平面 Poiseuille 流の場合²⁾ の $1/20$ 程度である。これは、圧縮流の場合、壁面上の速度変動攪乱によって圧力変動(圧縮・膨張波)が誘起され、そのエネルギーが消費されるためであると考えられる。

4. まとめ

本研究では、外部攪乱による超音速層流境界層中の T-S 波動の励起について数値計算により調べた。T-S 波動を発生させるための攪乱源として局所的で x 方向に強さの変化する時間的に正弦振動する x 方向の速度成分 u を壁面の狭い領域に与えた。T-S 波動は、攪乱源からわずか 2 波長下流においてその発達が観察された。また、今回のシミュレーションにより、超音速層流境界層中に励起される T-S 波動は、非圧縮流の場合と同様、外乱に含まれる T-S 波動の波数スペクトルの強さに比例することを明らかにした。

本研究は部分的に文部省の科学研究費(課題番号 0845 5465)の援助を受けた。

引用文献

- 1) Nishioka, M., M. Morkovin : Boundary layer receptivity to unsteady pressure gradients : Experiments and overview, *J. Fluid Mech.*, **171** (1986) 219-261.
- 2) Asai, M., Nishioka, M. : A numerical study on the receptivity process generating Tollmien-Schlichting waves, *Fluid Dynamics Research*, **12** (1993) 229-239.
- 3) S. R. Chakravarthy, S. Osher : A new class of high accuracy TVD schemes for hyperbolic conservation laws, *AIAA 85-0363* (1985).