

# 出発直後から非対称流れが生じるまでの球後流の構造

白山 晋

## A Transient Vortical Structure of Flow Past a Sphere

by

Susumu SHIRAYAMA

3-10-6-108 Uehara, Shibuya-ku, Tokyo, 151

### ABSTRACT

A transient vortical structure of flow past a sphere at moderate Reynolds numbers has been investigated using a computational method. As the Reynolds number increases, the vortical structure changes. First, a steady axisymmetric separated flow appears. Secondly, a steady non-axisymmetric flow is observed. And then, an unsteady flow structure occurs. In this paper, vortex lines are visualized in the wake region, and a mechanism of vortex shedding is discussed.

### 1. はじめに

球をすぎる流れにおいてもレイノルズ数(Re)の値の増加とともに、いくつかの特徴あるパターンの変化が観察されている。まず、 $Re=20$ 付近で剥離を生じる[1,2]。この後、剥離域の形状は涙型のものから楕円型のものへと変化し、剥離域は大きくなるもののレイノルズ数が130以下では非定常流は観測されていない[3]。近年、この130という値は低すぎるとされているが、それでも、円柱をすぎる流れ場における双子渦からカルマン渦列への移行と対比して考えると定常流から非定常流に移行するレイノルズ数は大きい。このため、円柱においては比較的容易に決定された定常流れから非定常流れへの臨界レイノルズ数を確定することが球では難しい。また、定常流から非定常流へは軸対称流からのホップ分岐ではなく、標準分岐の後にホップ分岐が起こることが指摘されている[4]。この点については後述する。いずれにしろ、軸対称流から非軸対称流への遷移においても、はじめに観察される非定常流でも対称面をもつことを見出されている。

流れが非定常性をもつと周期的に渦が放出される。この点ではカルマン渦と同様であり、それに対応したストローハル数が検出されている。そのパターンは渦列というよりは変形した渦輪のつながりという解釈がされることが多い。また、実験では対称面を保ちながら一方に偏りをもつ渦放出となるのに対し、数値計算の結果は一方向のモードと対称面に対し上下のモードの二つの渦放出のパターンを示す。これについては非定常流となるすべてのレイノルズ数において二つのパターンが共存する可能性とレイノルズ数による遷移の二通りの考えが示されている。さらにレイノルズ数が大きくなると対称面の回転が生じる(一つの渦放出が終わるまでは対称面は固定される)。この時点で実験においては、球自身が回転し、スパイラル状の後流が観察されているようである。但し、これは球の支持の問題であると思われる。数値計算では流れ方向の軸まわりにモーメントが発生するが、正負

のモーメントが交互に起こり、平均すると角運動量は保存される[5]。レイノルズ数がある程度大きくなると後流域で二つのストローハル数が観測され、あるレイノルズ数を境に高周波成分が消滅するという報告がある。一つは渦放出に伴うもので、もう一つはレイノルズ数 $10^3$ の後半から起こりはじめる軸対称剥離せん断層の不安定性に起因するものであるが、一方が消滅するという臨界レイノルズ数の存在は最近の実験結果によって否定されている[6](高レイノルズ数域まで二つのものが見出されている)。軸対称剥離せん断層の不安定性は、さらに高レイノルズ数となると初期に形成される渦輪のまわりにも高次の攪乱として現われる。この高次の攪乱の発達によって渦輪が崩壊する可能性があるはずである。

レイノルズ数 $10^5$ となると境界層が乱流へ遷移し、平均すると剥離点は後流側へ移動する。円柱の抵抗の急減現象に対し、球の場合は、平均の抵抗係数のReに対する変化を調べると、比較的なだらかに減少するようであるが[7]、この点はよくわかっていない。

レイノルズ数が増えると様々なパターン現われ、それぞれにおいて、軸対称性が崩れることは古くから着目されているが、この非対称な流れ場の構造は確定していない。しかしながら、広いレイノルズ数の範囲で、衝撃的出発による流れでも、静止状態からゆっくり加速した流れでも、初期渦として渦輪が形成し、その渦輪がある対称面をもって傾くことで軸対称の流れ場が壊されることが、実験、数値計算によって明らかにされてきている。この初期の渦輪の傾きにより球表面の剥離域に二つの焦点を生じる[2]。この焦点の付近には一定時間、強いせん断応力が生じている。周期的な渦放出が発生しはじめるとこの応力は小さくなる。オイルフローによる可視化実験では、特に高いレイノルズ数において、この初期に生じる焦点のパターンが残るはずである。このため実際とは異なる流れの構造を類推してしまう危険性がある。

また、線形安定性解析によってもこの渦輪の傾きを誘起する低次の攪乱(軸まわりに波数1のモード)が

励起することが確認されている。

初期における軸対称から面対称への移行は波数1の攪乱により促されているようであるが、この攪乱の性質は線形安定性計算の範囲でもすべてが明らかにされたわけではない。また、その後には生じる $O(100)$ 程度のレイノルズ数における対称面を持つ周期的な流れ、高レイノルズ数での非対称流れは、波数1の攪乱によっては予測できていない。2次元円柱を過ぎる流れ場における線形安定性解析から成長攪乱をもとにしてカルマン渦の発生を予測した成果とは何かしらの相違点があるものと思われる。

本稿では、剥離後、軸対称から面対称への移行、さらに周期的な渦放出が起こる過渡的な現象について調べる。いくつかのレイノルズ数に対して、この過程のメカニズムを明らかにするために数値実験を行う。特にレイノルズ数が200から300の間に報告されている二種類の不安定性とそれに伴う遷移に着目し、渦放出の二つのパターンが定常な非軸対称流れに起因しているものかどうかを調べる。具体的には傾いた渦輪がそのままの状態で定常解に移行するという標準分岐とその後のホップ分岐の間の攪乱の振る舞いに着目し、線形安定性解析を数値的に行うことで、遷移を誘起する攪乱について考察する。

## 2. 計算手法

本稿では非圧縮性流体に対するナビエ・ストークス方程式を、MAC法と一次精度のFractional Step法のいずれかの方法で数値的に解析した。図1に球の幾何的な配置と格子を示す。

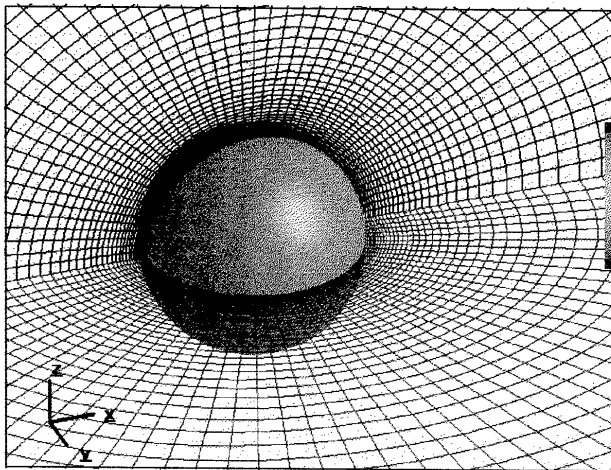


図1 格子図.

また、レイノルズ数が250程度までは定常解が得られるので、定常解を基本解として数値的な線形安定性解析を行う。用いる方程式は以下の線形化したナビエ・ストークス方程式である。速度 $\mathbf{u}$ と圧力 $p$ を基本場 $(\mathbf{U}, P)$ と攪乱成分 $(\tilde{\mathbf{u}}, \tilde{p})$ に分ける。攪乱成分に対する方程式は、

$$\nabla \tilde{\mathbf{u}} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \tilde{\mathbf{u}}}{\partial t} + (\tilde{\nabla} \tilde{\mathbf{u}}) \mathbf{U} + (\mathbf{U} \tilde{\nabla}) \tilde{\mathbf{u}} = -\tilde{\nabla} \tilde{p} + \frac{1}{Re} \Delta \tilde{\mathbf{u}}, \quad (2)$$

となる。これらの方程式を離散化すると、攪乱成分 $(\tilde{\mathbf{u}}^{n+1}, \tilde{p}^{n+1})$ と $(\tilde{\mathbf{u}}^n, \tilde{p}^n)$ に対する線形方程式が得られ

るので、係数行列の固有値を求めることで線形安定性を調べることができる。固有値を求める方法はいくつかのものがあるが、ここではEriksson-Rizzi[8]をベースとした千葉の方法[9]を、線形化した攪乱成分に対する方程式に適用する。

## 3. 結果

はじめに点数 $71 \times 51 \times 48$ の格子を用いて、(i)  $Re = 200$ , (ii)  $Re = 240$ , (iii)  $Re = 280$ の3ケースの計算を行った。抵抗係数はそれぞれ(i)  $C_D = 0.774$ , (ii)  $C_D = 0.723$ , (iii)  $C_D = 0.681$ であった。但し、ケース(iii)は時間平均値をとった。

はじめに(i)の場合であるが、図2に示す軸対称の定常解が得られた。実は出発条件の問題で初期に非軸対称の攪乱が混入してしまう。計算を進めるにつれ、この攪乱の消えることが図3に示す $C_y$ と $C_z$ の時間変化からわかる。本稿と同様の手法で行った過去の計算でも攪乱が減衰することが示されている[1]。他の実験、数値計算での非軸対称流に遷移するレイノルズ数は175~250と報告されている。種子田の130という結果[3]は主流の乱れと球の支持の影響であると思われる。

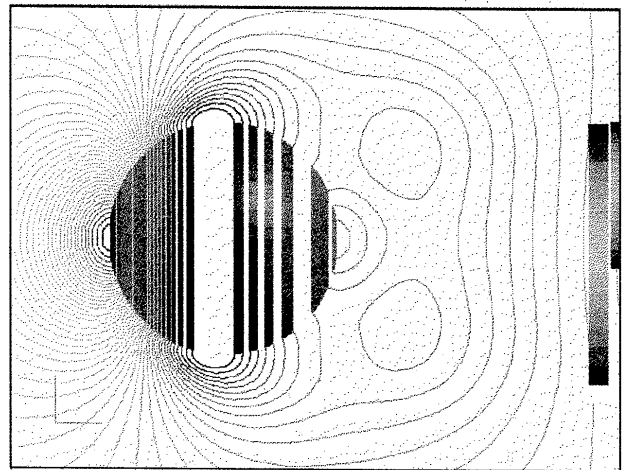


図2 圧力分布図 ( $Re=200$ ).

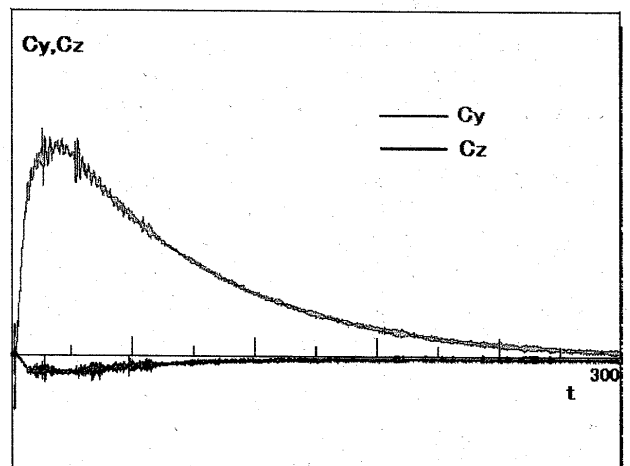


図3  $C_y, C_z$ の時間変化 ( $Re=200$ ).

次に(ii)の場合であるが、圧力分布で見ると傾いた渦輪が定常的に存在していることが示される(図4)。 $C_y$ と $C_z$ の時間変化もこのパターンを示唆している

(図5)。つまり、軸対称物体を過ぎる定常な非軸対称流れが存在するわけである。この構造は後に現れる一方に偏った渦放出を説明するものと思われる。

可能性がある。現時点ではこれ以上のことはわからなかったが、このようなVortex Loopの時間変化を力学的に解釈することによっても流れ場の遷移過程が定性的に予測できることが示されたと思われる。

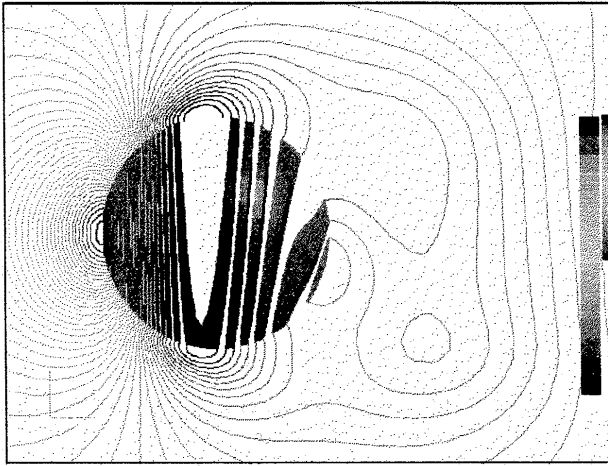


図4 圧力分布図 (Re=240)

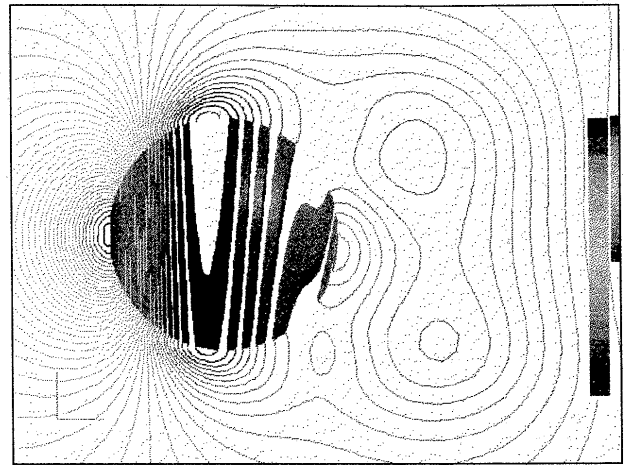


図6a 圧力分布図 (Re=280).

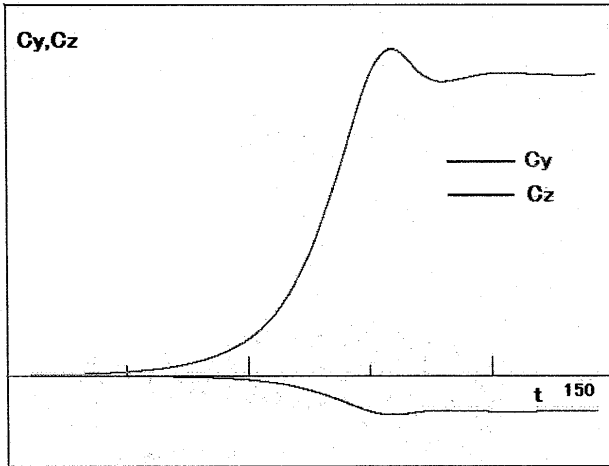


図5  $C_y, C_z$ の時間変化 (Re=240).

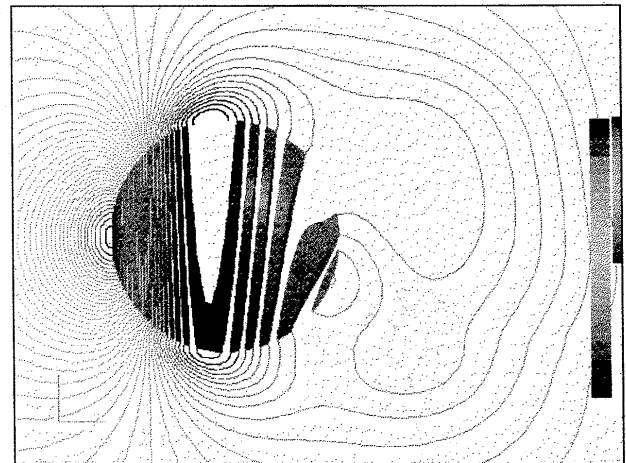


図6b 圧力分布図 (Re=280).

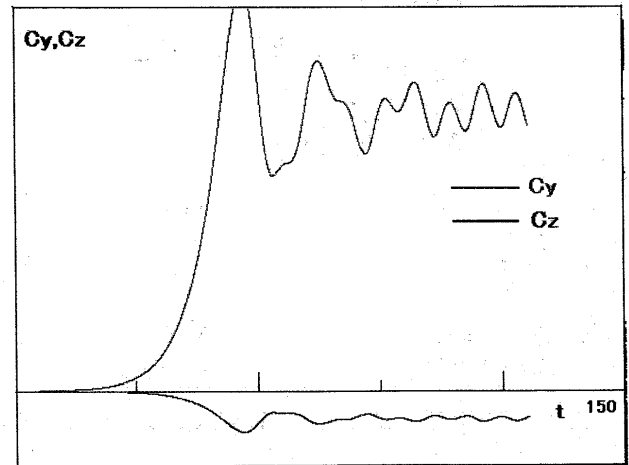


図7  $C_y, C_z$ の時間変化 (Re=280).

(iii)の場合であるが、傾いた渦輪が対称面を保ちながら、対称面に直角な軸を持って振動し、渦放出を行っている様子が捉えられた。図6に圧力分布の時間変化を示す。図7に $C_y$ と $C_z$ の時間変化を示す。レイノルズ数が500の場合、渦線の時間変化を可視化した結果として、軸対称から面対称への移行が初期渦輪の傾きで起こることは確認されている[2]。これは $Re = 280$ の場合でも同じであろう。 $Re = 500$ では、その後の渦構造を決定するために重要な要素は、流れ方向の対称面に垂直な断面に置かれた渦輪を中央で二つ折とした様な形状の渦要素であることがわかっている(図8)。この要素が境界層と干渉し、カルマン渦に似た周期的な渦放出を誘起しているようである。一方、 $Re = 280$ では、基本流として傾いた渦輪が定在しているようである。この点が $Re = 500$ の場合と異なる。

図9に $Re = 280$ の物体表面と対称面での絶対渦度分布の時間変化を示す。また、図10は瞬間渦線を表している。 $Re = 280$ の絶対渦度、および、渦線分布からは近傍場に初期渦と同様の強い傾いた渦輪が観察される。 $Re = 500$ の場合のように初期渦が流された後に別の構造が現れるのではなく、基本流として傾いた渦輪が残る、別のメカニズムで渦放出が起こっている

球を過ぎる流れ場における定常流から非定常流に移行するレイノルズ数は比較的大きいといつてよい。剥離域は大きく、かつ、剥離域後の軸対称せん断層を確定するための後流域は球直径の10倍以上はあるものと思われる。領域を大きくとらないと流出境界条件

の影響が現われてしまう。事実、前節で示した線形安定性解析は領域の取り方、格子、境界条件の影響を強く受け、現時点ではうまくいっていない。

今回の計算から軸対称を破るはじめの遷移は標準分岐である可能性が高く、その後、ホップ分岐に到ると思われる。但し、Tomboulidesらの計算も今回の計算もこの傾向をとらえているものの正当性を与えるまでの精度はないと考えられる。つまり、主流場を確定することも難しく、数値的な線形安定性解析を精度よく行うためには空間分解能も不足している。このため、 $Re = 280$ と $Re = 500$ の渦構造の違いも確証を得ることができなかった。研究を進めるにはさらに多くの計算結果が必要である。

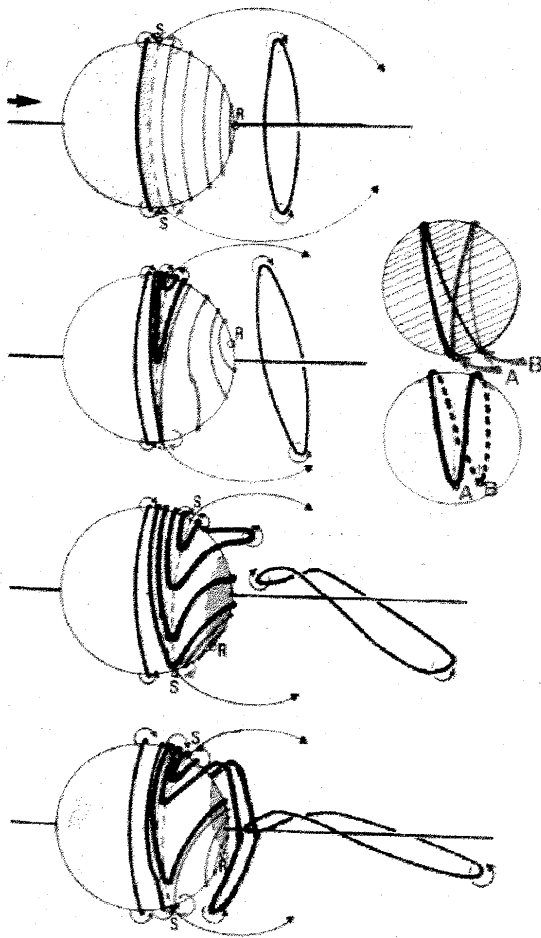


図8 渦線の時間変化 ( $Re=500$ ).

### 参考文献

1. Shirayama, S. and Kuwahara, K., AIAA-87-0461, 1987.
2. Shirayama, S., AIAA Journal, vol.30, no.2, 1992.
3. Taneda, S., Journal of Physical Society of Japan, vol.11, no.10, 1956.
4. Tomboulides, A.G., Orszag, S.A. and Karniadakis, G.E., AIAA-93-0546.
5. 白山 晋, "三次元流れの剥離構造の数値的研究", 東京大学工学博士論文, 1987年4月

6. Kim, H.J. and Durbin, P.A., Phys. Fluids 31(11), 1988.
7. Achenbach, E., J. Fluid Mech. vol.51(3), 1972.
8. Eriksson, L.E. and Rizzi, A., J. Comput. Phys. vol.57, 1985.
9. 千葉 賢, 航技研特別資料 SP-33, 1996.

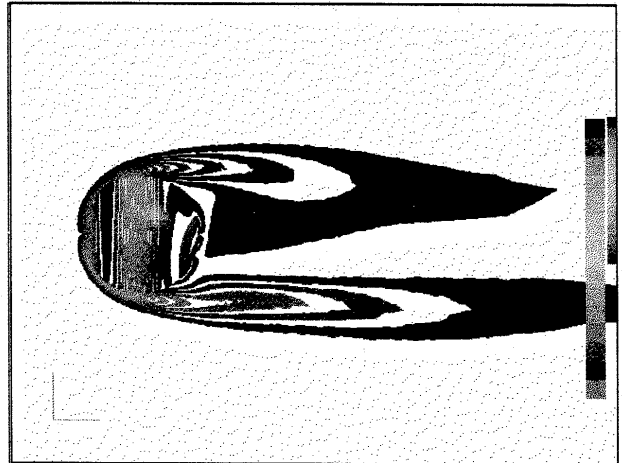


図9a 絶対渦度分布図 ( $Re=280$ )

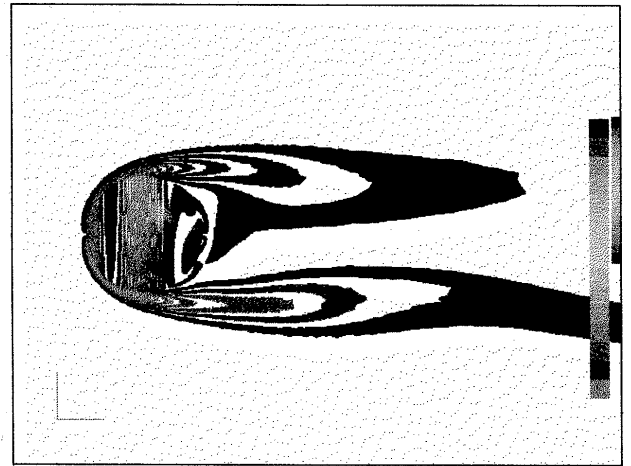


図9b 絶対渦度分布図 ( $Re=280$ )

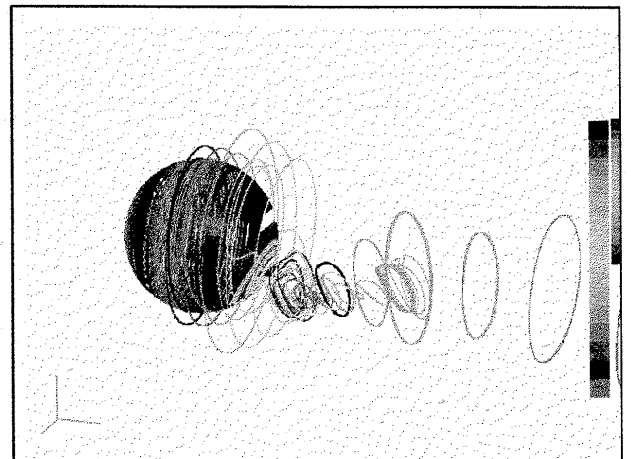


図10 瞬間渦線図 ( $Re=280$ )