

# 一様等方性乱流の微細構造

山本稀義<sup>1</sup>、末松和代<sup>1</sup>、生出伸一<sup>2</sup>、細川巖<sup>2</sup>

## Fine Structure of Homogeneous Isotropic Turbulence

Kiyoshi YAMAMOTO<sup>1</sup>, Kazuyo SUEMATSU<sup>1</sup>, Shin-ichi OIDE<sup>2</sup> and Iwao HOSOKAWA<sup>2</sup>

<sup>1</sup>National Aerospace Laboratory, Chofu, Tokyo 182

<sup>2</sup>The University of Electro-Communications, Chofu, Tokyo 182

Direct numerical simulation (DNS) of decaying homogeneous isotropic turbulence with a high resolution ( $512^3$  spatial mesh points) is carried out using the Numerical Wind Tunnel. Fine organized structures of the turbulent vorticity and temperature fields obtained by the simulation are visualized with a graphic work station. It is observed that the intense vorticity concentrates into local fine vortex tubes, but the intense temperature gradient concentrates into local sheet-like layers.

**Key Words :** isotropic turbulence, DNS, fine structure, vortex tube, passive scalar

### 1. はじめに

計算機の発達に伴って流体研究におけるCFDの役割は益々増大し、現在では理論及び実験と並ぶ第3の研究ツールとなってきた。この様なCFD発展の原動力となっているのは計算機の進歩で、近年並列計算機の開発によってその性能が飛躍的に向上した。航空宇宙技術研究所では1993年に新しい並列計算機である数値風洞(NWT)を開発したが<sup>1)</sup>、その理論的ピーク速度は280ギガフロップスに到達している。この様な状況において、乱流研究についても直接数値シミュレーション(DNS)が有効な成果を挙げるようになってきた<sup>2)</sup>。

### 2. 計算機の発達と乱流DNS

乱流DNSが重要な成果を挙げるようになったのはごく最近の1980年代に入ってからである。自然界の乱流は本質的に3次元性を持つので、DNSを有効に実行するためには、3次元ナビエ・ストークス方程式を高精度で解くことが必要となり、そのためには、高性能の計算機が要求されるからである。これに対して、計算機の発達の歴史を見ると、1960年代頃は主としてICの進歩

に支えられていたが、近年はそれだけではなく、ベクトル計算機や並列計算機のように、計算機の新しいアーキテクチャの開発によってその高速化が実現されてきている。図1は過去30年間における各時代の最高速の計算処理速度を持つ計算機(スーパーコンピューター)の開発の経緯を示す。図から分かる重要な事は、1960年代から今日まで最先端の計算機は指数関数的に進歩してきて、その高速化の割合は、ほぼ10年に2桁(図中の

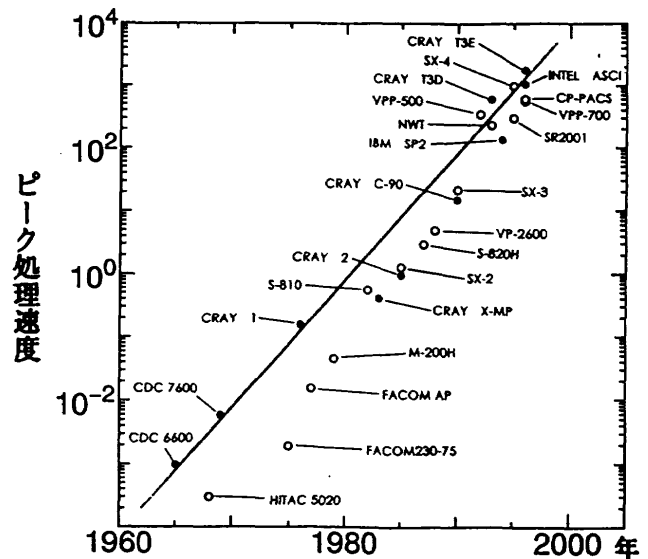


図1 高速計算機の性能向上の経過

<sup>1)</sup> 航空宇宙技術研究所

<sup>2)</sup> 電気通信大学

直線) となっていることである。その結果として、今日では30年前には想像も出来なかった大規模なDNSの実行が可能となってきた。乱流変動の最小スケールはコルモゴロフ・スケールであるが、レイノルズ数  $R$  の乱流について、このスケールまで計算するためには  $R^{9/4}$  個の格子点が必要となる。今日の並列計算機では格子点数が  $10^9$  個の計算は可能であるので、 $R = 10^4$  までのDNSが可能となってきている。一方、自然界ではこれ以下のレイノルズ数で乱流が実現する事が知られていて、チャンネル流や平板境界層についてDNSが大きな成果を挙げている所以である<sup>3)</sup>。他方、応用分野において、例えば航空工学では、必要となるレイノルズ数は  $10^7$  程度であるが、この流れのDNSに必要な計算格子点数は  $10^{16}$  となり、現在の並列計算機でもこれを計算することは到底不可能である。しかし、もし将来においても過去と同じ10年に2桁の割合で計算機の進歩が続くと仮定すれば、この格子点数のDNSも35年後には可能となり、この時DNSは実用コードとなる。一方、このような流れの研究段階はそのかなり前に終了していると考えられる。したがって、現在当面している単純形状乱流の未解明な問題の多くが解明されるのは今後それほど長くはないと推測される。しかし、これは乱流研究の必要性がなくなることを意味するわけではなくて、工学的に重要な大レイノルズ数の乱流や複雑形状乱流の実験的研究がその時点においても依然として重要であることは変わりがない。

この様な計算機の発達に対応して、一様等方性乱流のDNSは各時代の最先端の計算機を用いて挑戦されてきた。最近の例では、ベクトル計算機による空間格子点数  $128^3$  のDNSが Kerr (1985)<sup>4)</sup> と Yamamoto & Hosokawa (1988)<sup>5)</sup> によって、並列計算機では  $256^3$  のDNSが Vincent & Meneguzzi (1991)<sup>6)</sup> によって、さらに、 $512^3$  のDNSが Chen et al (1993)<sup>7)</sup>、Jimenez et al (1993)<sup>8)</sup> 及び Yamamoto (1994)<sup>9)</sup> によって実行され、乱流場の種々の構造が明らかにされてきた。

### 3. 基礎方程式

一様等方性乱流においては流れの周期性を仮定し、速度場  $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$  を

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \sum_{\mathbf{k}} \mathbf{u}(\mathbf{k}) \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}) \quad (1)$$

とフーリエ級数展開する。  $\mathbf{u}(\mathbf{k})$  の基礎方程式はナ

ビエ・ストークス方程式から

$$\frac{\partial \mathbf{u}(\mathbf{k})}{\partial t} = -i \sum_{\mathbf{k}'} \mathbf{u}(\mathbf{k}') \mathbf{k} \cdot \mathbf{u}(\mathbf{k} - \mathbf{k}') - ip(\mathbf{k}) - \frac{k^2}{R} \mathbf{u}(\mathbf{k}) \quad (2)$$

と導かれる。ここで、  $p(\mathbf{k})$  は圧力、  $R$  は初期乱流に基づいて定義されるレイノルズ数である。

乱流の初期条件はエネルギースペクトルを

$$E(k) = \frac{16}{3} \left( \frac{2}{\pi} \right)^{1/2} k^4 \exp(-2k^2) \quad (3)$$

と仮定し、これを実現する流れのアンサンブルをフーリエ成分について正規乱数によって発生させる<sup>10)</sup>。初期エネルギースペクトルが与えられるとレイノルズ数は、  $R = u_0 / \nu k_0$  と定義される。ここで、  $\nu$  は動粘性係数で、  $u_0 = \sqrt{2 \int E(k) dk}$ 、  $k_0$  は(3)式の最大値を与える波数 (= 1) である。(2)式の計算はフーリエ・スペクトル法を応用するが、この時(1)式のフーリエ級数展開は  $512^3$  個 (この数は空間格子点数と等価) を使用した。(詳細は文献10) 参照)

図2は(3)式に基づき発生させた乱流速度場を初期条件として計算された乱流場のエネルギースペクトル  $E(k)$  の発達過程を示す。図中の点線は(3)

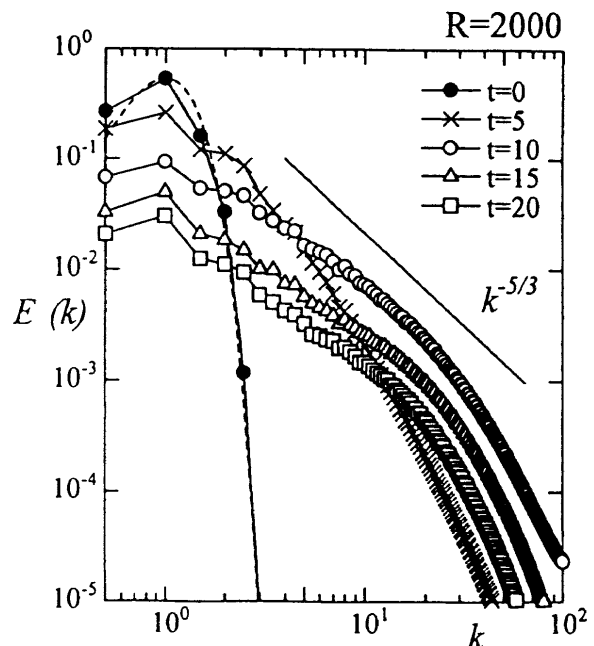


図2 エネルギースペクトルの時間的発達  
点線は初期スペクトル(3)を示す。

式を表す。エネルギーは時間と共にカスケード機構によって高波数成分に流れ、時刻  $t = 10$  で高波数領域が最も発達したエネルギースペクトルが得られている。その後エネルギースペクトルはほぼ同じ形状を保ちながら減衰していく。したがって、本DNSでは時刻  $t = 10$  で最も発達した乱流速度場が得られたと言えるので、この時刻の流れについて空間的構造を調べる。

#### 4. 一様等方性乱流の微細構造

等方性乱流研究の主たる目的は乱流の微細変動に含まれる普遍的構造を明らかにすることである。ここでは本DNSで得られた計算データを可視化して、乱流渦度場と温度場の空間的微細構造について調べる。渦度を  $\omega_i$ 、温度を  $\theta$  とした時その温度勾配を  $H_i = \partial\theta/\partial x_i$  と表すと、 $\omega_i$  と  $H_i$  の2乗に関しては

$$\frac{D}{Dt} \left( \frac{1}{2} \omega_i^2 \right) = \omega_i \omega_j S_{ij} - \frac{1}{R} \left[ \left( \frac{\partial \omega_i}{\partial x_i} \right)^2 - \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} \left( \frac{1}{2} \omega_i^2 \right) \right] \quad (4)$$

$$\frac{D}{Dt} \left( \frac{1}{2} H_i^2 \right) = -H_i H_j S_{ij} - \frac{1}{RP_r} \left[ \left( \frac{\partial H_i}{\partial x_i} \right)^2 - \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} \left( \frac{1}{2} H_i^2 \right) \right] \quad (5)$$

が導かれる。ここで  $P_r$  はプラントル数、 $S_{ij}$  は歪速度テンソルである。(4)、(5)は右辺の第1項の符号が正負で逆なことを除いて同型である。(4)式の右辺第1項は渦度のストレッチング項である。同様に(5)式の第1項は  $S_{ij}$  による  $H_i$  の引き延ばしの効果を表す。その時、符号が逆であることは伸長と圧縮を意味するが、その違いが  $\omega_i^2$  と  $H_i^2$  の空間構造にどの様に働くかは興味がある。

図3は時刻  $t = 10$  において乱流高渦度場が空間的に集中する領域を示す。図の様に微細な渦管が可視化されるが、これらの渦管の直径はコルモゴロフ・スケールの数倍であることが知られている。乱流中の高渦度領域はこの様な微細な渦管 (worms と呼ばれている<sup>5,8)</sup>) の集合からなっていることが最近のDNSから分かってきた<sup>4-10)</sup>。一方図4は高温勾配が集中する領域を示す。この場合は鳥瞰図で見ると3次元的に広がった領域であるが、その断面(図の右側面)を見ると紐状をしている

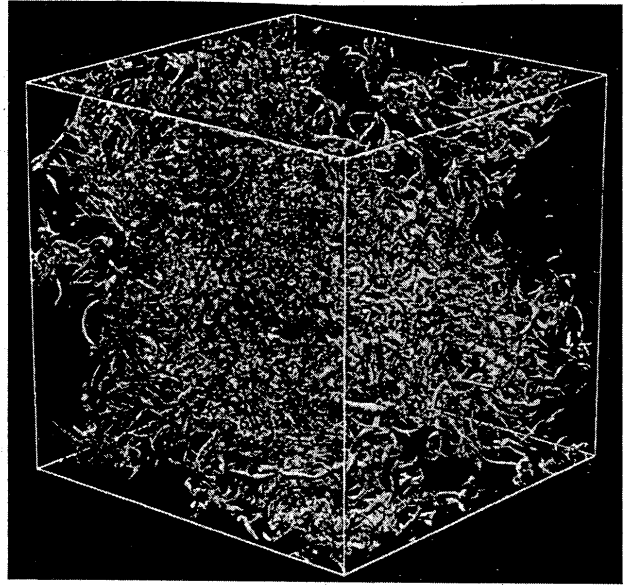


図3 発達した乱流中の高渦度集中領域の可視化 ( $t = 10$ )  
白線は全計算領域の  $1/2^3$  領域を示す。

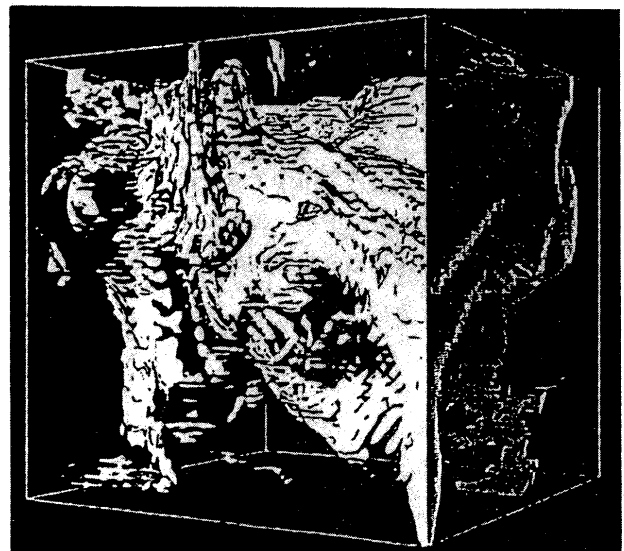


図4 発達した乱流中の高温勾配領域の可視化 ( $t = 10$ )  
白線は全計算領域の  $1/8^3$  領域を示す。

ので、高温度勾配の集中する領域はシート状の層を形成していることが分かる。そして、この様な層の厚さは再びコルモゴロフ・スケールの数倍の程度であることが分かってきた。

これらの構造がさらなる高レイノルズ数においても普遍的であるかはまだ確証はない。この点から言っても、DNSで得られたこの様な渦度場と温度勾配の微細構造について、実験的検証が待たれる所である。

### 参 考 文 献

- 1) 山本稀義：航技研数値風洞と乱流の数値シミュレーション、ながれ、14 (1995) 353.
- 2) Canuto, C. et al : *Spectral Methods in Fluid Dynamics* (Springer-Verlag, New York, 1988).
- 3) Kim, J., Moin, P. and Moser, R. : Turbulence statistics in fully developed channel flow at low Reynolds number, J. Fluid Mech. 177(1987) 133.
- 4) Kerr, R. M. : Higher Order derivative correlation and the alignment of small-scale structures in isotropic numerical turbulence, J. FluidMech. 153 (1985) 31.
- 5) Yamamoto, K. and Hosokawa, I. : A Decaying Isotropic turbulence Pursued by the Spectral Method, J. Phys. Soc. Japan, 57 (1988) 1532.
- 6) Vincent, A. and Meneguzzi, M. : The spatial structure and statistical properties of homogeneous turbulence, J. Fluid Mech., 225 (1991) 1.
- 7) Chen, S. et al : On statistical correlations between velocity increments and locally averaged dissipation inhomogeneous turbulence, Phys. Fluids A 5 (1993) 458.
- 8) Jimenez, J. et al: The structure of intense vorticity in isotropic turbulence, J. Fluid Mech. 255 (1993)65.
- 9) Yamamoto, K. : Direct Numerical Simulation of Isotropic Turbulence Using NAL Numerical Wind tunnel, in *Parallel Computational Fluid Dynamics : New Algorithms and Applications* ( Eds. Satofuka ,N. et al, Elsevier Science, 1995) 13.
- 10) 山本稀義、生出伸一、佐藤司、細川巖：乱流微細構造の可視化、航空宇宙技術研究所特別資料 NAL SP-35 (1997) 5.