

宇宙機まわりの三次元実在機体解析

黒滝卓司*1 山本行光*2

3-D Real Gas Flow Analysis around Space Vehicles

by

Takuji Kurotaki*1, Yukimitsu Yamamoto*2

ABSTRACT

In the present study, three dimensional analyses around reentry vehicles having complex shapes are performed by solving Navier-Stokes equations considering real gas effects.

Three dimensional full Navier-Stokes equations which have chemically and thermally non-equilibrium effects are considered by using Park's two-temperature model and the vibrational relaxation model from the SSH theory. For the time integration, an efficient numerical algorithm of an implicit finite difference method applicable to the parallel computer is developed, which is modified from LU-SGS scheme. For convective terms, AUSMDV scheme generalized into the non-equilibrium flow case is applied.

Numerical analyses around the fore body of HYFLEX and the complete shape of HOPE are performed and pressure and wall heat flux distributions are shown and discussed. Distribution of free electron density around the reflectmeter on the body of HYFLEX to research the blackout phenomena is also obtained.

1. はじめに

大気圏再突入宇宙機の設計データを風洞試験からのみ得ることは、技術的にもコスト的にも不可能であり、従って数値解析によるアプローチが有望な手段となる。さらに最近、揚力係数、ピッチングモーメント係数等の機体の基本的な空力特性を推定する場合にも、実在気体効果の及ぼす影響が無視できないことが明らかになってきており、風洞試験を補う意味でも、数値解析に期待される役割はますます大きくなっている。

一方、カプセル型再突入物体を除き、一般に大気圏再突入宇宙機の形状は航空機と同等の複雑な3次元形状をしており、これらの物体周りの数値解析を行う場合には、3次元解析が必須となる。しかし、実在気体効果を含む解析の場合には、通常の完全気体の場合に比べ、必要とする計算機のメモリーが大きく、かつそれに伴い計算に要する時間も増加するため、実在気体効果を含む3次元解析は、未だ一部で行われているに過ぎず、十分な解析例が蓄積されているとは言い難い。従って、これらの解析データの蓄積及び、風洞試験データや実フライトデータとの比較検証をワークショップ等で体系的に行っていくことは、大きな意義を有することと思われる。

本報告では、以上の研究課題を推進するために、複雑な3次元形状を有する大気圏再突入宇宙機周りの実在気体効果を含む解析を目的として開発した3次元極超音速解析コードの概要及び、解析結果について述べる。

2. 基礎方程式

基礎方程式系として、化学的及び熱的非平衡を考慮した3次元 Full ナビエ-ストークス方程式を考える。気体モデルとして7成分24反応空気モデル (O₂, N₂, O, N, NO, NO⁺, e⁻)

を用い、e⁻を除く各化学種に連続の方程式を適用する。また、解離反応速度に及ぼす分子振動緩和の影響を入れるため Park の2温度モデル^{[1], [2]}を用い、並進・回転及び振動・電子励起エネルギーモードはそれぞれ平衡状態にあるとする(代表温度をそれぞれ T, T_v で表わす)。これらの仮定のもとに、基礎方程式はデカルト座標系で以下のように表される。

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(E - E_v) + \frac{\partial}{\partial y}(F - F_v) + \frac{\partial}{\partial z}(G - G_v) = S \quad (1)$$

ここに、

$$Q = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ E_t \\ E_{vib} + E_e \\ \rho_s \end{bmatrix}, E = \begin{bmatrix} \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ \rho uw \\ u(E_t + p) \\ u(E_{vib} + E_e) \\ \rho_s u \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ \rho vw \\ v(E_t + p) \\ v(E_{vib} + E_e) \\ \rho_s v \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} \rho uw \\ \rho vw \\ \rho w^2 + p \\ w(E_t + p) \\ w(E_{vib} + E_e) \\ \rho_s w \end{bmatrix}, E_v = \begin{bmatrix} \tau_{xx} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ u\tau_{xx} + v\tau_{xy} + w\tau_{xz} - q_x \\ -q_{vex} \\ -\rho_s u_s^d \end{bmatrix}$$

$$F_v = \begin{bmatrix} \tau_{yx} \\ \tau_{yy} \\ \tau_{yz} \\ u\tau_{yx} + v\tau_{yy} + w\tau_{yz} - q_y \\ -q_{vey} \\ -\rho_s v_s^d \end{bmatrix}, G_v = \begin{bmatrix} \tau_{zx} \\ \tau_{zy} \\ \tau_{zz} \\ u\tau_{zx} + v\tau_{zy} + w\tau_{zz} - q_z \\ -q_{vez} \\ -\rho_s w_s^d \end{bmatrix}$$

$$S = \left[0, 0, 0, 0, W_v + W_e - p_e \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right), W_s \right]^T$$

ρ : 密度、u, v, w : 速度、p : 圧力

E_t : 単位体積当たり全エネルギー

E_{vib}, E_e : 単位体積当たり振動、電子励起エネルギー

τ_{xx}, τ_{yy}, τ_{zz}, τ_{xy}, τ_{xz}, τ_{yx}, τ_{xz}, τ_{zy} : viscous stress

*1 三菱電機(株)鎌倉製作所, Kamakura Works, Mitsubishi Electric Corporation
*2 航空宇宙技術研究所, National Aerospace Laboratory

q_x, q_y, q_z : total heat transfer rate

$q_{\text{vex}}, q_{\text{vey}}, q_{\text{vez}}$: 振動、電子励起モードにおけるheat transfer rate

u_s^d, v_s^d, w_s^d : diffusion velocity

W_v, W_e, W_s : それぞれ振動エネルギー、電子励起エネルギー、気体種密度のソース項

添字 s : 気体種 (O_2, N_2, O, N, NO, NO^+) ; 1 ~ 6

である。化学反応速度定数は Park によって提唱されたモデル、輸送係数は kinetic theory を基礎にして構築したものを用いた [1], [2]。なお、流れは定常とし、層流境界層のみを考慮した。また、振動・電子エネルギー方程式のソース項に現れる分子振動緩和時間のモデル化には、SSH理論 [3], [4] を使用した。通常用いられている Landau-Teller 型のモデルでは、並進温度が約 8,000K 以上において分子振動緩和時間を過小評価してしまうことが知られているが、SSH理論ではこれを避けることができる。

3. スキーム

基礎方程式 (1) は無次元化された後、一般座標系に変換された後解かれる。一般座標系における基礎方程式系は、以下のように表わされる。

$$\frac{\partial \bar{Q}}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial \xi} (\bar{E} - \bar{E}_v) + \frac{\partial}{\partial \eta} (\bar{F} - \bar{F}_v) + \frac{\partial}{\partial \zeta} (\bar{G} - \bar{G}_v) = \bar{S} \quad (2)$$

ここに、 J : ヤコビアン、

$$\bar{Q} = \frac{Q}{J}, \bar{S} = \frac{S}{J}, \bar{E} = \frac{1}{J} [\xi_x E + \xi_y F + \xi_z G] \text{ e. t. c.}$$

である。

(2) 式の解法には陰解法を基本的に用いる。その際、NWT等の並列計算機の使用を前提とし、かつベクトル化による高速化も考慮して、時間積分には、Lower-upper symmetric Gauss-Seidel (LU-SGS) scheme [5] をベースにして新たに導出した、3次元並列計算に適するスキームを使用した。ただし、格子点が多いためメモリの制約から陰解法を用いることが困難な場合には、陽解法 (オイラー法) も併用した。

ここでは、陰解法の時間積分に使用するスキームについて概要を述べる。まず (2) 式を線形化し、 Δ 形式で記述する。

$$\left[I + \Delta \tau (D_\xi A + D_\eta B + D_\zeta C - Z) \right] \Delta \bar{Q} = \Delta \tau \text{ RHS} \quad (3)$$

ただし、

$$A = \frac{\partial \bar{E}}{\partial \bar{Q}}, B = \frac{\partial \bar{F}}{\partial \bar{Q}}, C = \frac{\partial \bar{G}}{\partial \bar{Q}}, Z = \frac{\partial \bar{S}}{\partial \bar{Q}}$$

$$\text{RHS} = - \left[D_\xi (\bar{E} - \bar{E}_v) + D_\eta (\bar{F} - \bar{F}_v) + D_\zeta (\bar{G} - \bar{G}_v) - \bar{S} \right]$$

I : 単位行列、 D_ξ, D_η, D_ζ : 差分オペレーター、 $\Delta \tau$: 無次元時間刻みである。

LU-SGSスキームでは、それぞれ非負及び非正の固有値を持つヤコビアンマトリクス (もとのヤコビアンマトリクスに添え字 +, - を付けて表わす) を以下のように近似する。

$$A^\pm = \frac{1}{2} [A \pm \kappa \sigma(A) I], B^\pm = \frac{1}{2} [B \pm \kappa \sigma(B) I], C^\pm = \frac{1}{2} [C \pm \kappa \sigma(C) I]$$

ただし、

$$\sigma(A) = \max \left\{ \lambda(A) \right\}_{\text{e.t.c.}}$$

κ : 定数、 λ : 固有値である。

これらの近似を用いると、(3) 式は最終的に次の形に因数分解される。

$$L D^{-1} U \Delta \bar{Q} = \Delta \tau \text{ RHS} \quad (4)$$

ただし、

$$L = D - \Delta \tau \left[\frac{A_{i-1,j,k}^+}{\Delta \xi} + \frac{B_{i,j-1,k}^+}{\Delta \eta} + \frac{C_{i,j,k-1}^+}{\Delta \zeta} \right]$$

$$U = D + \Delta \tau \left[\frac{A_{i+1,j,k}^-}{\Delta \xi} + \frac{B_{i,j+1,k}^-}{\Delta \eta} + \frac{C_{i,j,k+1}^-}{\Delta \zeta} - Z \right]$$

$$D = [I + \Delta \tau \bar{\chi}] I$$

$$\bar{\chi} = \frac{\kappa \sigma(A)}{\Delta \xi} + \frac{\kappa \sigma(B)}{\Delta \eta} + \frac{\kappa \sigma(C)}{\Delta \zeta}$$

である。

(4) 式の形からわかるように、マトリクス D が単位行列の定数倍になっているため、結局最終的に係数マトリクスは 2つの係数マトリクスに因数分解されたことになる。さらに、スイープ方向を $i+j+k=\text{const.}$ の対角面上にとると、完全にベクトル化可能であることが知られている。従って、単一のプロセッサを持つベクトル計算を行う場合には、最速のスキームの一つであり、現在広く用いられている。しかし、このスキームをNWTのような並列計算機にそのまま用いようとした場合、各ローカルプロセッサ内での添え字の付け替え (i, j, k の 3次元空間から s 番目の対角面上の l 番目のポイントという 2次元空間への写像) を行うアルゴリズムの構築に困難が生じ、事実上、上記のメリットを最大限に生かすことは困難となる。

そのため、本解析では、LU-SGSスキームをベースとして、新たに並列計算に適する時間積分スキームの構築を行った。まず、(4) 式中の係数マトリクス L 及び U を以下の形にさらに因数分解を行う。

$$L \approx \left(D - \Delta \tau \frac{A_{i-1,j,k}^+}{\Delta \xi} \right) D^{-1} \left(D - \Delta \tau \frac{B_{i,j-1,k}^+}{\Delta \eta} \right) D^{-1} \left(D - \Delta \tau \frac{C_{i,j,k-1}^+}{\Delta \zeta} \right)$$

$$U \approx \left(D + \Delta \tau \frac{A_{i+1,j,k}^-}{\Delta \xi} \right) D^{-1} \left(D + \Delta \tau \frac{B_{i,j+1,k}^-}{\Delta \eta} \right) D^{-1} \left(D + \Delta \tau \left(\frac{C_{i,j,k+1}^-}{\Delta \zeta} - Z \right) \right)$$

上式をもとの (4) 式に代入して、若干の近似を施すと、以下の式を得る。

$$L^\xi \cdot L^\eta \cdot L^\zeta \cdot U^\xi \cdot U^\eta \cdot U^\zeta \Delta \bar{Q} = \Delta \tau (I + 5 \Delta \tau \bar{\chi}) \text{ RHS} \quad (5)$$

ただし、

$$L^\xi = \left(D - \Delta \tau \frac{A_{i-1,j,k}^+}{\Delta \xi} \right), L^\eta = \left(D - \Delta \tau \frac{B_{i,j-1,k}^+}{\Delta \eta} \right)$$

$$L\zeta = \left(D - \Delta\tau \frac{C_{i,j,k+1}^+}{\Delta\zeta} \right), U\zeta = \left(D + \Delta\tau \frac{A_{i+1,j,k}}{\Delta\zeta} \right)$$

$$U\eta = \left(D + \Delta\tau \frac{B_{i,j+1,k}}{\Delta\eta} \right), U\zeta = \left(D + \Delta\tau \left(\frac{C_{i,j,k+1}}{\Delta\zeta} - Z \right) \right)$$

である。

(5) 式を用いると、添え字の変換の手続きが不必要で、スイープ方向も LU-ADI 法などと同様に i, j, k 方向であるため、並列計算に適している。ただし 6 回の係数マトリクスの反転が必要となるが、それぞれの反転マトリクスは、もとの LU-SGS 法と同様、上三角行列あるいは下三角行列であるためスカラー反転であり、さらに、 A^{+} 等を計算する際に固有値を用いた近似を使用しているため、計算量はそれほど問題とならない。

また、非平衡流の場合には、一般に左辺の反転すべき係数マトリクスにソース項マトリクス S のヤコビアン Z が含まれる (例えば、上式 $U\zeta$ 式中の Z) が、これは一般に密なマトリクスとなるため、反転には緩和法等の反復法を必要とする。この非効率性を避けるため、ソース項のヤコビアンを対角行列で近似する Diagonal Implicit 法^[6]を組み合わせしており、以上の構成により、並列化及びベクトル化可能な陰解法アルゴリズムが構築される。

対流項の評価に関しては、AUSMDV スキーム^[7]を非平衡流に拡張したものを用い、空間 2 次精度で定式化を行った。ただし、カーバンクル現象を避けるため、衝撃波付近では、Hanel のFVSスキームに切り替えている^[7]。

4. 境界条件

本解析では、壁面境界条件として、壁面に直交する方向での圧力勾配を 0、速度及び温度に関してはすべり無しを仮定した。壁面における並進温度 T_w は、一定あるいは、フライトデータから推定した分布を与え、振動・電子励起温度は壁面における並進温度 T_w に等しいとした。壁面における触媒性については、全ケースについて非触媒壁を仮定し、それぞれの気体種の質量分率の壁面に直交する方向における勾配が 0 という条件を課した。

また、流れは機体中心線に関して対称とし、半機形状の格子を用いた。

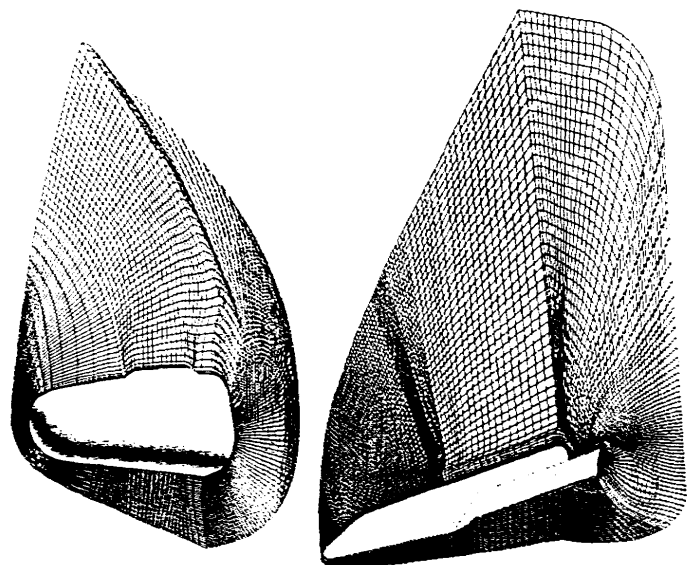
5. 解析ケース及び計算格子

解析条件として、HYFLEX 前胴部形状及び HOPE 形状の 2 ケースを選択した。それぞれの解析条件を表 5.1 に示す。また、各形状に対する計算格子を図 5.1 に示す。

解析には航技研の NWT を用い、HYFLEX 前胴部形状は 8 PE、HOPE 形状は 9 PE を使用した並列計算を行った。ただし、前者の場合は陰解法を用いたが、後者に対しては格子点が多く、メモリーの点を考慮して陽解法を採用した。

表 5.1 解析条件

	HYFLEX前胴部形状	HOPE 形状
高度 [km]	48.1	90
マッハ数	11.35	25.522
迎角 [deg.]	49	40
一様流速度 [m / s]	3687.2	7244.7
一様流温度 [K]	262.61	199.05
一様流静圧 [Pa]	96.38	1.0903
壁面温度 [K]	フライトデータから推定した分布値を入力	1366
格子点数	機軸方向 50 点 外部空間方向 60 点 周方向 89 点 計 267000 点	機軸方向 130 点 外部空間方向 60 点 周方向 95 点 計 741000 点



(a) HYFLEX 前胴部形状 (b) HOPE 形状
図 5.1 計算格子

6. 解析結果

図 6.1 及び図 6.2 にそれぞれ HYFLEX 前胴部周りの圧力分布、壁面空力加熱率分布を示す。また、図 6.3 及び図 6.4 にそれぞれ対称面における圧力及び壁面空力加熱率分布を示す。圧力分布に関しては、衝撃波及び淀み点周囲の圧力共に良く捕えられている。壁面空力加熱率分布に関しては、図 6.4 から判断する限りでは、比較的良好な分布が得られているように見えるが、図 6.3 からわかるように、淀み点付近において若干の数値振動が現われている。考えられる要因としては、この解析ケースでは、壁面温度が一定ではなく分布で与えていること、壁面上の格子点と空間方向の隣の格子点との距離が一定ではないこと (空力加熱は両点における温度勾配を用いて算出している) 等が関連しているものと推定される。

また、実際の HYFLEX のフライトでは、ブラックアウト現象の解明のためにリフレクトメータを搭載し、電波の反射率を測定したが、その位置における電子数密度を図 6.5 に示す。数密度の最大値は $10^{11} / \text{cm}^3$ 程度であり、従来の解析結果^[8]とはほぼ同等の値が得られているが、壁面から約 5mm のにピークを持つ若干異なる分布が得られた。

図 6.6 及び図 6.7 にそれぞれHOPE周りの圧力分布、壁面空力加熱率分布を示す。また、図 6.8 及び図 6.9 にそれぞれ対称面における圧力及び壁面空力加熱率分布を示す。HOPE形状の解析ケースの場合には、HYFLEX前胴部のケースで見られた壁面空力加熱率の数値振動は見られず、滑らかな分布が得られている。

実在気体効果の一例として、機体軸に垂直な断面における並進温度分布を図 6.10 に示す。機体上面にリング状に高温部が生じているのが観察される。また、図では見えないが、胴体と垂直翼に挟まれた領域も同様に高温になっている。図 6.11 に示したO原子の質量分率分布の例からわかる様に、淀み点付近及び主翼前縁部で解離したO、N原子及びNO分子の層は、最初は機体表面に付着しているが、このケースの様な高迎角の場合には、急激に途中で機体から剥がれ、リング状の解離気体層を衝撃層内に形成する。この層内では、後流に向かうにつれて解離機体の再結合が起こり、その結果リング状の高温部が発生するものと思われる。さらに、胴体と垂直翼に挟まれた領域では、胴体、主翼及び垂直翼からそれぞれ発生した解離気体層が複雑に干渉していることが予想される。このような実在気体効果が、全機空力特性にどの程度の影響を及ぼしているか等のより詳細な検討は今後の課題である。

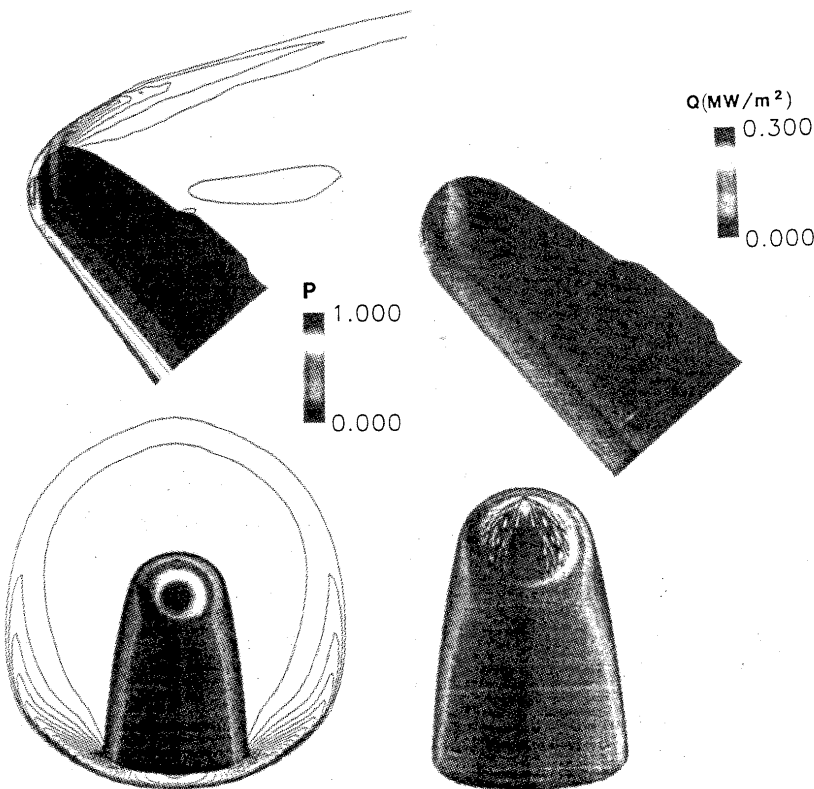


図 6.1 HYFLEX 前胴部圧力分布

図 6.2 HYFLEX 前胴部空力加熱率分布

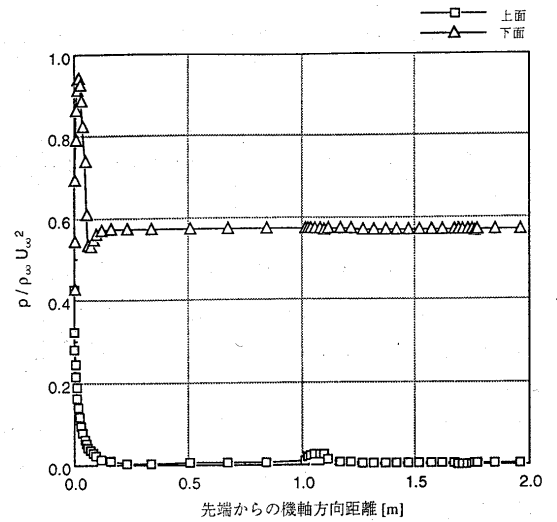


図 6.3 HYFLEX 前胴部対称面壁面圧力分布

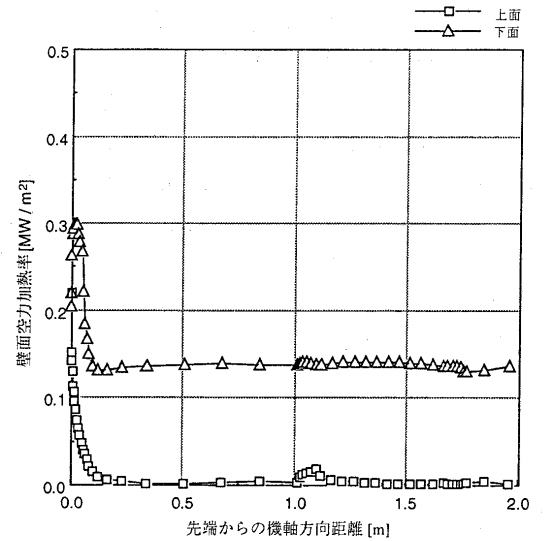


図 6.4 HYFLEX 前胴部対称面空力加熱率分布

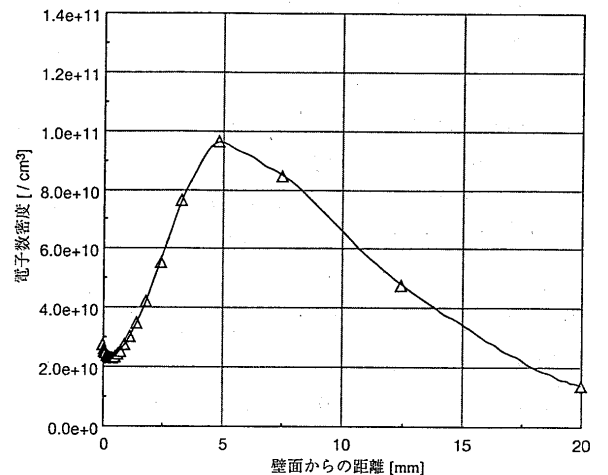
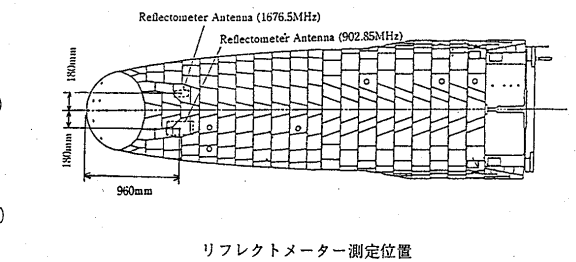


図 6.5 リフレクトメータ位置における電子密度分布

7. 結論

複雑な3次元形状を有する大気圏再突入宇宙機周りの実在気体効果を含む解析を目的として、3次元極超音速解析コードを開発し、本報告では、コードの概要及びHYFLEX前胴部形状及びHOPE形状の解析例について記述した。

いずれの解析ケースにおいても、収束解が得られ、結果自体も妥当と考えられるものであり、今回開発した解析コードが、大気圏再突入宇宙機等の開発や、極超音速流の研究に十分適用可能である見通しがついたと考えられる。

今後の課題としては、他の解析コードで得られた結果との詳細な比較検討、今回並列計算用に新たに導出した時間積分スキームの効率性やロバスト性のチェック、HYFLEX前胴部形状の解析ケースで見られた空力加熱率の数値振動の修正、実在気体効果の全機空力特性に及ぼす影響の詳細な検討等が考えられる。

参考文献

- [1] Park, C., Nonequilibrium Hypersonic Aerothermo-dynamics, John Wiley & Sons, Inc., 1990.
- [2] Gnoffo, P.A., Gupta, R.N. and Shinn, J.L., "Conservation Equations and Physical Models for Hypersonic Air Flows in Thermal and Chemical Nonequilibrium", NASA TP-2867, 1989.
- [3] Thivet, F., Perrin, M.Y. and Candel, S., "A Unified Nonequilibrium Model for Hypersonic Flows", Phys. Fluids, A3, pp. 2799-2812, 1991.
- [4] Schwartz, R.N., Slawsky, Z.I. and Herzfeld, R.N., "Calculation of Vibrational Relaxation Times in Gases", J. Chem. Phys., 20, PP. 1591-1599, 1954.
- [5] Yoon, S. and Kwak, D., "Implicit Methods for the Navier-Stokes Equations", Computational Technology for Flight Vehicles, Vol. I, pp.535-547, 1990.
- [6] Eberhardt, S. and Imaly, S., "A Diagonal Implicit Scheme for Computing Flows with Finite-Rate Chemistry", AIAA Paper 90-1577, 1990.
- [7] Wada, Y. and Liou, M.-S., "A Flux Splitting Scheme with High-Resolution and Robustness for Discontinuities", AIAA Paper 94-0083, 1994.
- [8] 伊藤健 他, "リフレクトメータによる機体まわりのプラズマ電子密度測定", HYFLEX/HOPE シンポジウム講演前刷集, pp.155-161, 1996.

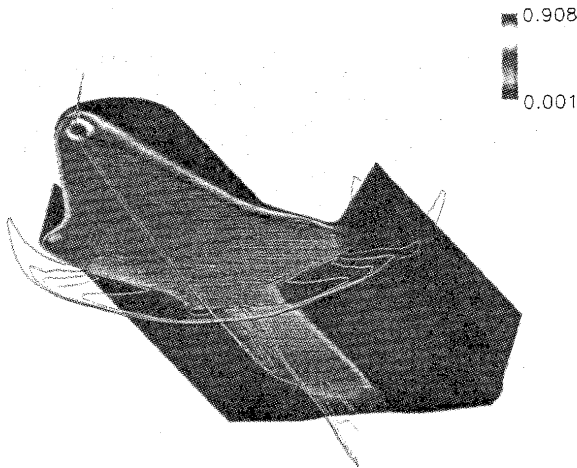


図 6.6 HOPE 圧力分布

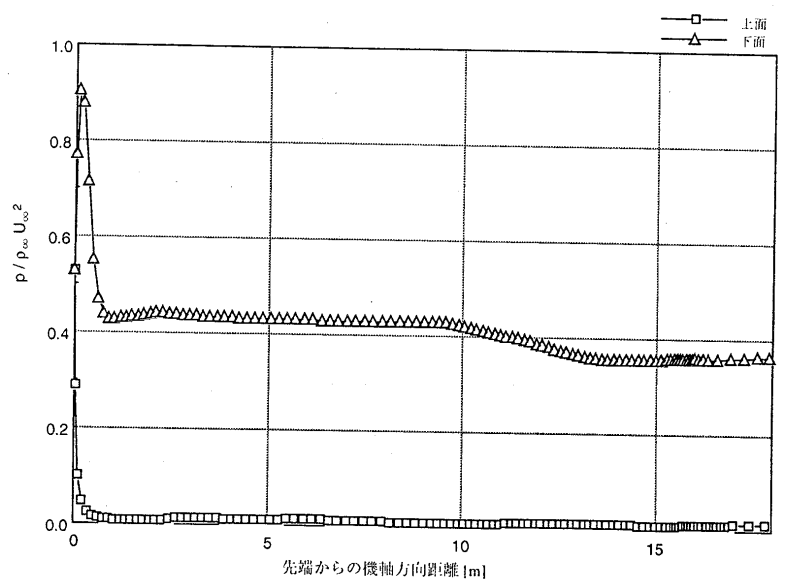


図 6.8 HOPE 対称面壁面圧力分布

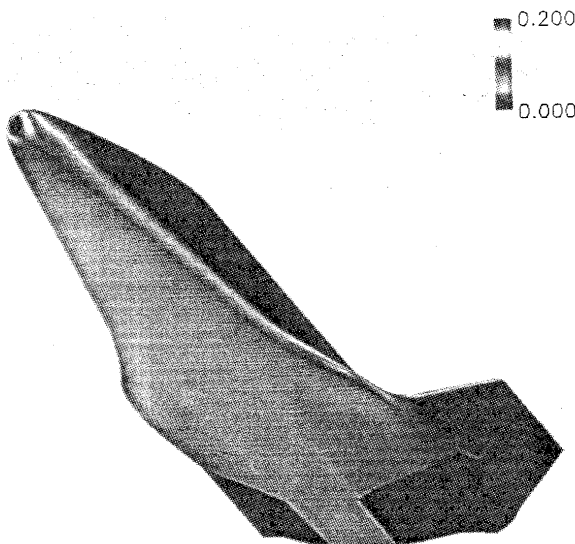


図 6.7 HOPE 空力加熱率分布

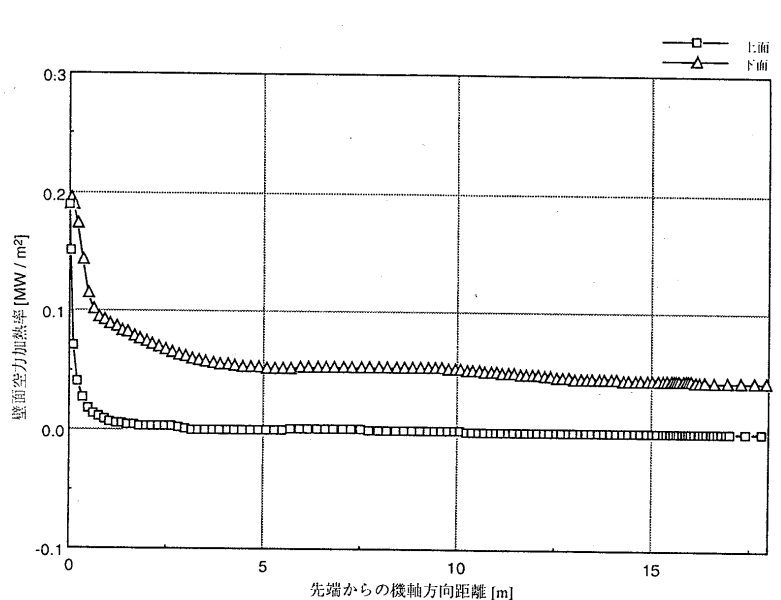


図 6.9 HOPE 対称面空力加熱率分布

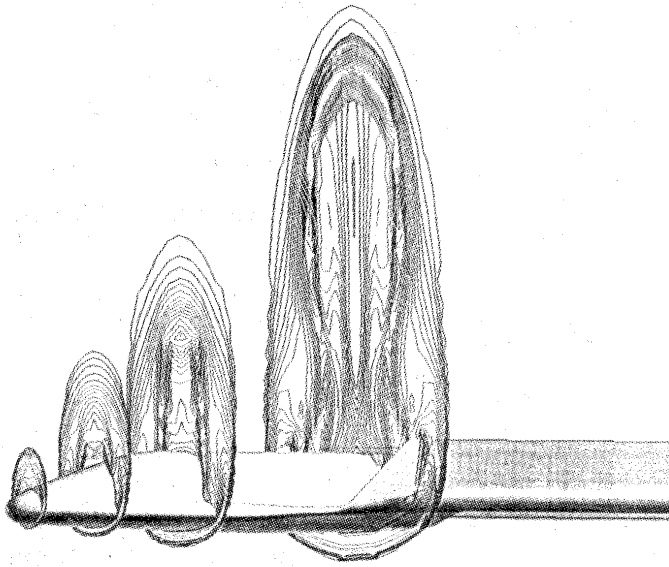


图 6.10 HOPE 並進温度分布

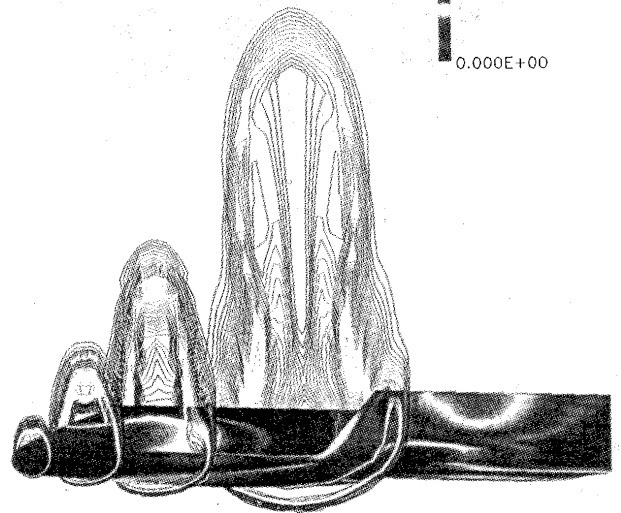
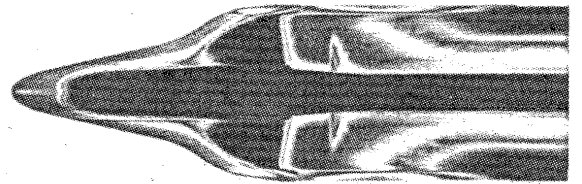
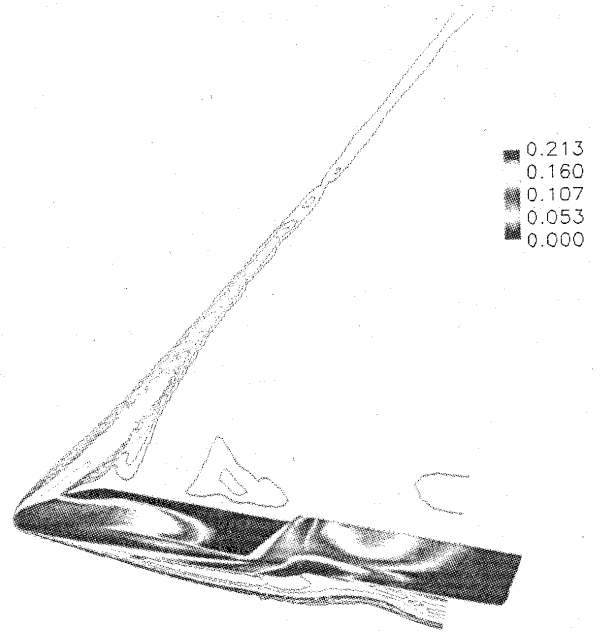


图 6.11 HOPE O₂ 分子質量分率分布