

チャンネル流遷移の直接シミュレーション

山本稀義¹、高橋直也²、神部勉³

Direct Numerical Simulation of Channel Flow Transition

Kiyoshi YAMAMOTO¹, Naoya TAKAHASHI² and Tsutomu KAMBE³

ABSTRACT

Direct numerical simulation of channel flow transition is conducted on the Numerical Wind Tunnel. A Chebyshev-collocation method is applied for the calculation of the Navier Stokes equation. For the super-critical transition, the simulation starts with an initial velocity given as the basic flow plus small disturbances, and the evolution of these disturbances is pursued until the flow breaks down to turbulence. On the other hand, the secondary instability induced by a flow given as the basic flow plus a Tollmien-Schlichting wave with a large assigned amplitude is simulated for the sub-critical transition. Numerical results obtained by the simulation agree well with ones obtained by the linear stability theory and experiments.

1. はじめに

次世代航空機の重要な基盤技術である層流制御は航空機周りの境界層を出来るだけ層流に保つことによって航空機の抵抗を削減し、燃料効率の高い航空機を開発する技術である。航空機の巡航時の全抵抗の約60%は摩擦抵抗であると言われていたが、航空機周りの境界層は殆ど乱流であるので、これは殆ど乱流摩擦抵抗である。一般に、乱流摩擦抵抗は層流に比べて著しく大きいので、航空機周りの乱流境界層を少しでも層流に変えることが出来れば、摩擦抵抗は大幅に削減できる。しかし、この技術を航空機設計に応用するためには、設計段階において予め境界層の遷移を精密に予測することが必要となるが、遷移位置を精密に算定出来る方法はまだ開発されていない。これには乱流遷移の基礎的な力学機構がまだ十分解明されていないことが大きな要因となっている。

境界層が層流から乱流へ遷移する力学機構は理論的には線形安定性理論によって研究されてきた。しかし、乱流遷移は最終的には3次元攪乱の非線形増幅によって実現するので、線形理論のみで遷移位置を予測出来る流れは多くはない。一方、応用分野の航空機設計等で翼面境界層の遷移位置予測法として使

用されている e^N 法は線形安定理論に基づく計算法であるので、種々の遷移過程における線形増幅領域を明確に把握することは e^N 法の適用限界を明らかにする上でも重要である¹⁾。本研究は翼面境界層の遷移で重要な役割を果たしているTS波不安定による遷移の力学機構を明らかにする目的で、同じTS波型遷移機構を持つ基本的なチャンネル流の遷移過程の直接シミュレーションを行い、その力学機構を調べた。

2. 計算方法の説明

座標系を図1の様に平均流 U の方向に x 、壁に垂直に z 、これらに垂直方向に y をとり、流れを U ($=1-z^2$)と変動成分 u の和として $U+u(x,t)$ と表す。

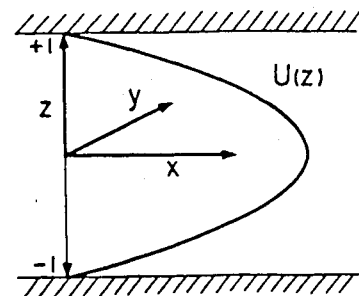


図1 チャンネル流

1) 航空宇宙技術研究所、2) 東京大学大学院

3) 東京大学理学部

\mathbf{u} は x 、 y 方向に周期性を仮定し

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \sum_{k_x} \sum_{k_y} \mathbf{u}(k_x, k_y, z, t) \exp(ik_x x + ik_y y) \quad (1)$$

とフーリエ級数展開して表す。ナビエ・ストークス方程式

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = -\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{u} - \nabla P + \frac{1}{R} \Delta \mathbf{u} \quad (2)$$

の計算は、 x 、 y 方向にフーリエ・スペクトル法、壁に垂直方向 (z) にチェビシエフ・コロケーション法を適用し、時間積分には Adams-Bashforth-Crank-Nicolson 法が使用された²⁾。(2)式で $\boldsymbol{\omega}$ は渦度、 R はレイノルズ数で、チャンネルの半幅と U の中心(最大)速度で定義される。計算には航技研の並列計算機数値風洞が使用された。

チャンネル流の臨界レイノルズ数 R_c は線形安定理論から 5772 と導かれている³⁾。レイノルズ数が R_c より大きい場合は微小攪乱の線形増幅から遷移が実現する。一方、レイノルズ数が R_c より小さい場合は微小攪乱の線形増幅は実現しないので、初期速度場にあらかじめ有限増幅 ($\cong 10^{-2}$) の TS 波を加えたバイパス遷移の DNS を行う⁴⁾。これは実験における振動リボンによる強制的遷移をシミュレーションしている⁵⁾。

3. 超臨界 ($R > R_c$) 遷移の DNS

超臨界遷移のシミュレーションとして、 $R = 10000$ の DNS を実施した。図2は遷移過程における攪乱の種々のモードの発達過程を示す。横軸は無次元時間で、縦軸 E は乱れのフーリエ成分 (k_x, k_y) のエネルギー (の2倍)

$$E(k_x, k_y) = \int |\mathbf{u}(k_x, k_y, z)|^2 dz \quad (3)$$

を表す。図中の実線は2次元攪乱 $E(k_x, 0)$ 、破線は3次元攪乱 $E(k_x, k_y)$ を示し、 $0 \leq k_x, k_y \leq 7$ のモードの発達過程が描かれている。攪乱の初期条件は

$$E(k_x, k_y) = 10^{-10} \quad \text{for } 0 \leq |k_x|, |k_y| \leq 7 \\ = 0 \quad \text{otherwise}$$

と与えられた。

時間と共に2次元のTS波 $E(1,0)$ が指数関数的に増幅する結果が得られているが、これは線形増幅の特徴で、その勾配は線形安定理論の増幅率とよく一致している。さらに、このTS波の $E(1,0)$ の値がほぼ 10^{-4} に到達すると3次元攪乱 (図中の破線) が急激に成長してきて、流れは直ちに乱流に遷移することがわかる。この様な3次元攪乱の増幅は、TS波の振幅が 10^{-2} (E では 10^{-4}) を超えた場合に発生す

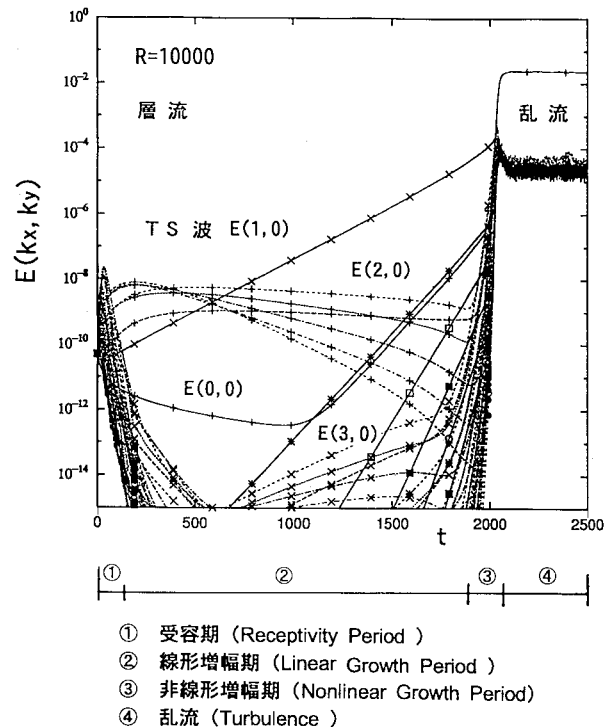


図2 超臨界遷移 ($R = 10000$) のシミュレーション
実線は2次元モード $E(k_x, 0)$ 、破線は3次元モード $E(k_x, k_y)$ を示す。

る2次的 (非線形) 不安定性から誘起された現象で、実験的観測ともよく一致している。

チャンネル流の遷移過程は図2の様に①～④の4つの期間に分類することが出来る。まず期間①は、初期にランダムに与えられた攪乱の各モードが線形安定性に従って最も減衰率の小さい固有の分布に変形する期間で、受容期と呼ばれている。この時期においては不安定となるTS波成分があっても (図中の $E(1,0)$)、その分布がTS波固有の分布でない場合は、余分な部分が減衰するまで、TS波の全エネルギーも減衰する。この受容期は図2では $t \approx 100$ までと考えられる。

TS波の固有の分布が形成されると、そのエネルギーは線形安定理論で予測されている指数関数的成長を始める。この時、安定なその他のモードもそれぞれに固有の分布が形成されていて、各個に線形安定性に従って減衰していく。この様な線形増幅期②の期間は $t \cong 100 \sim 1800$ である。その後は3次元モードの非線形増幅期③となり、各モード間の相互作用が強くなっている。この期間はだいたい $t = 1800 \sim 2000$ である。最後に $t \cong 2000$ 以後は発達した乱流④である。ここでは、各モード間の相互作用は緊密

で、それらのエネルギーレベルもほぼ同程度となっている。図2の結果を見ると③の変化は急激であるが、これは時間スケールが大きいせいで、局所的に拡大して見れば③のなかでも様々な非線形力学過程が観測出来る。本計算で各モードに与えられた初期エネルギーの値 10^{-10} は風洞実験と比較した場合に極めて小さい値である。この様な小さい攪乱の流れを実験的に観測することは難しい。

本シミュレーションの①～③の間を遷移期間と考えると、そのうちTS波の線形増幅期間は80%以上にもなっている。従って、線形増幅期間から全遷移期間を推定しても良い近似値が得られると考えられるので、前記の e^N 法による遷移位置予測は初期攪乱のレベルが非常に小さい場合はよい近似となると言える。反対に、初期攪乱の大きい場合は線形増幅期間は相対的に短くなるので、 e^N 法の精度はよくなると言える。また、本計算は攪乱の時間的増幅を計算した結果であるが、空間的増幅の場合についても座標変換すれば同様に考えることが出来る。

4. 亜臨界遷移のDNS

実験的にはレイノルズ数が R_0 以下でも乱流に遷移することが知られているが、この様な遷移過程をシミュレーションするためには初期に大きな攪乱または大振幅のTS波を加えておくことが普通である。これは実験で振動リボンによって大振幅攪乱を加えて遷移を誘起することに対応している⁵⁾。図3は $R = 5000$ で初期にTS波のエネルギーを $E(1,0) = 1.4 \times 10^{-4}$ と与えた場合の遷移過程の計算結果を示す。TS波 $E(1,0)$ 以外の攪乱成分は $E(k_x, k_y) = 10^{-12}$ と与えられた。これは丁度図2 ($R = 10000$)の時刻 $t = 1800$ 頃のTS波の状態を与えた場合とも考えることが出来て、TS波による2次不安定性によって3次元攪乱が増幅される場合のシミュレーションである。

5. TS波による遷移の制御

次世代航空機開発の基盤技術である層流制御は乱流境界層への遷移を抑制して層流領域を多くすることによって摩擦抵抗の削減を図ることを目指す技術である。そのためには遷移のメカニズムを解明すると共に遷移過程を効率的に制御するための種々のパラメータの特性を明らかにすることが重要である。3節で述べたように、TS波型遷移においては初期

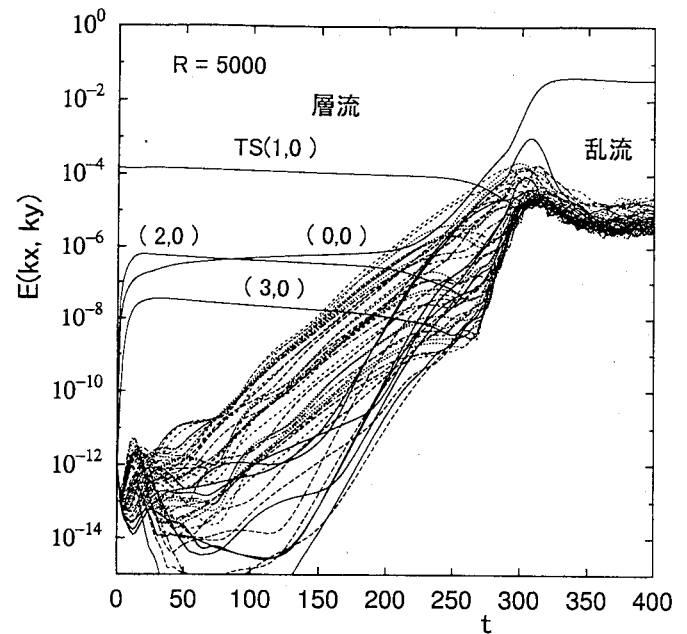


図3 亜臨界遷移($R = 5000$)のシミュレーション
実線は2次元モード $E(k_x, 0)$ 、破線は3次元モード $E(k_x, k_y)$ を示す。

攪乱の中からはまずTS波が不安定となり、それが成長して大振幅を持つと3次元攪乱が不安定となり、その結果乱流に遷移する。これらの過程で、TS波の不安定性はレイノルズ数に依存して基本流が保有している必然的性質である。一方、3次元攪乱の不安定化はTS波の発達に伴って発生する2次的な現象であるので、TS波の成長を抑制することが出来れば不安定化を抑制することが出来る。そこで、前述の $R = 10000$ の遷移過程の発達途中の段階において、それまで成長してきたTS波のエネルギーを減少させた場合の遷移過程をシミュレーションしてみる。図4は図2のシミュレーションの $t \approx 1400$ において $E(1,0) \approx 10^{-6}$ まで発達したTS波のエネルギーを $E(1,0) \approx 10^{-8}$ まで下げた場合($t \approx 800$ の値)の遷移過程のシミュレーション結果を示す。TS波 $E(1,0)$ の減少と共に $E(2,0)$ や $E(3,0)$ 等の2次元攪乱(実線)は直ちに反応して、 $E(1,0)$ が丁度2桁少なかった時刻($t \approx 800$)の頃の値にたち戻る。一方3次元攪乱(破線)には反応するものと反応しないものが存在する。まず、 $t \approx 1400$ において 10^{-11} より大きくて、かつ、反応を示さない破線が6本見られるが、これらは全て $k_x = 0$ のモード $E(0, k_y)$ であるが、これらは後の遷移には大きく寄与しないことが知られている。一方これら以外の3次元成分(破

線)はTS波の減少に直ちに反応して減少している。結局、 $E(0, k_y)$ の成分を除いて、その他のモードの状態はTS波と共にほぼ $t \approx 800$ の状態に戻っている。その結果、乱流への遷移時刻は図2の $t \approx 2000$ から $t \approx 2600$ と遅くなり、遷移の制御が可能であることが示された。しかし、現実の流れの中でこの様なTS波のエネルギーの削減を如何に実現するかは難しい問題である。唯、ここではTS波 $E(1,0)$ のみを制御することによって、その制御に使用した運動量は極めて小さい量であるにも関わらず、流れ全体の遷移の抑制が出来ることを報告する。

6. むすび

翼境界層の遷移で重要なTS波型遷移の力学機構を解明するため、同じ遷移機構を持つチャンネル流遷移のDNSを実施した。超臨界遷移としてレイノルズ数が10000、亜臨界遷移として5000の遷移過程がシミュレーションされた。計算結果は線形安定理論及び従来の実験結果とよく一致し、本シミュレーションの精度が検証された。また、遷移過程の途中でTS波の振幅を減少させることによって、流れ全体の遷移を効率的に制御出来ることを示した。

参 考 文 献

- 1) Srokowski, A. J. & Orszag, S. A. : AIAA Paper 77-1222 (1977).
- 2) Canuto, C. et al: *Spectral Methods in Fluid Dynamics*, Springer Verlag, 1988.
- 3) Orszag, S. A. : J. F. M., Vol. 50 (1971) 689.
- 4) Yamamoto, K. : Numerical Simulation on Laminar-Turbulent Transition of Channel Flow with Simulated Wall Roughness, in *Laminar-Turbulent Transition* (ed. Kobayashi, R., Spriger, 1995) 245.
- 5) Nishioka, M. et al: J. Fluid Mech. Vol. 72 (1975) 731-751.

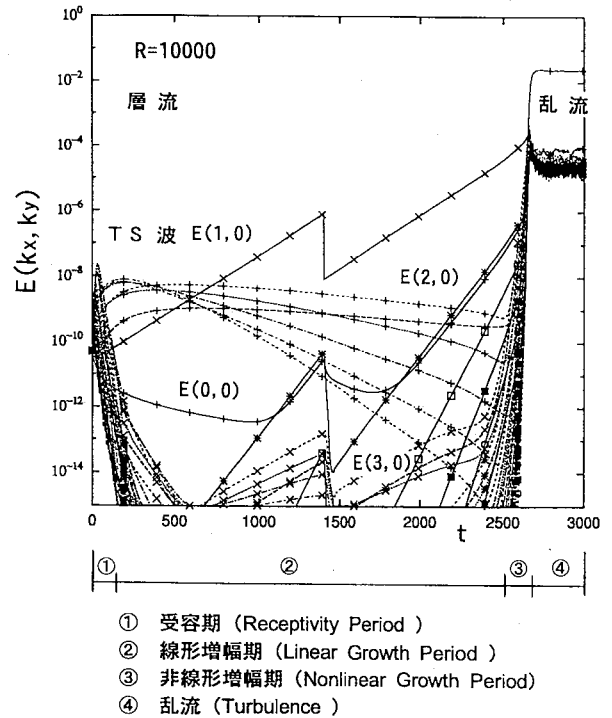


図4 TS波による遷移過程制御のシミュレーション ($R=10000$)
 実線は2次元モード $E(k_x, 0)$ 、破線は3次元モード $E(k_x, k_y)$ を示す。