

# 入射マッハ波に対する超音速境界層の受容性

坂上昇史（阪府大工），西岡通男（阪府大工）

## Supersonic boundary layer receptivity to incident Mach waves

Shoji SAKAUE and Michio NISHIOKA

Dept. of Aerospace Eng., Osaka Prefecture University

### ABSTRACT

To obtain a better understanding of the coupling between external disturbances and excited boundary layer fluctuations, the receptivity of supersonic boundary layer to Mach wave is examined numerically at a freestream Mach number 2.2. On the basis of potential flow theory, we first describe the periodic Mach wave radiated from small disturbance source and reflected at solid wall. Then, we examine the receptivity to the periodic Mach wave penetrating into supersonic boundary layer. The result shows that the excited boundary layer fluctuation is found to be governed by the forced wave due to the forcing field in the freestream along the boundary layer.

**Key Words:** supersonic boundary layer instability, boundary layer receptivity, laminar flow control

### 1. はじめに

本研究の主題は、超音速境界層の音波に対する受容性である。超音速機が大気中を巡航する場合、翼境界層は静穏な主流環境の中にある。このような翼境界層の乱流遷移を超音速風洞実験で模擬する場合、風洞側壁上の乱流境界層から放射される音波の影響を受け、それが境界層固有の増幅攪乱を励起する場合には当然遷移が早まることになる。したがって、超音速流中を伝わる音波の性質を把握し、境界層に入射する音波が励起する攪乱についてよく調べる必要がある。

Mack<sup>1)</sup>は、波状壁を流れる非粘性流の圧力変動が境界層に入射するときに励起される攪乱を、非粘性流の応答と線形安定性理論に基づく粘性攪乱を重ね合わせた強制攪乱として表し、その振幅が平板前縁から成長し、入射する変動の強さの数倍に達することを示している。また、Kendall<sup>2)</sup>は、超音速風洞中に置かれた平板境界層に発生する変動を測定し、その振幅変化を上述の Mack の計算と比較して風洞中に存在する音波攪乱が固有攪乱を励起すると結論している。しかし、彼らは、超音速流中を伝わる音波攪乱が境界層におよぼす影響や、強制攪乱 (forced wave) とは性質の異なる固有攪乱 (free wave) が発生する過程などは明らかにしていない。

T-S波動を励起するための条件としては、音波に伴う速度変動から壁上での滑り無し条件により生成される渦度場がT-S波動の波数  $\alpha_{TS}$  成分を含むことが必要である<sup>3)</sup>。超音速境界層の場合も、壁上に周期的な  $u$  変動（流れ方向の速度変動）を導入したとき発生するT-S波動の振幅が  $u$  変動に含まれる  $\alpha_{TS}$  のフ

ーリエ成分に比例することが示されている<sup>4)</sup>（図1）。本研究では、図1に見られる局所的でかつ周期振動する攪乱源から放射されるマッハ波が入射するときの超音速境界層の受容性を数値計算により調べた。まず、振動するマッハ波による外乱を明確にするために、攪乱源から放射されるマッハ波を微小攪乱に対するポテンシャル方程式を用いて記述してその特徴を調べ、さらに、このマッハ波が境界層に入射するときに励起される攪乱を数値計算により調べた。

### 2. マッハ波の発生と壁面への入射

簡単のため、マッハ数  $M$ （速度  $U$ ）の一樣な超音速のポテンシャル流を考え、流れの方向に  $x$  軸、流れと垂直な方向に  $y$  軸をとる（図2）。変動が微小でかつ角周波数  $\omega$  で周期的であるとすると、流れ場は微小擾乱に対する速度ポテンシャル

$$\tilde{\phi}(x, y, t) = \phi(x, y) \cdot \exp(i\omega t)$$

を導入して次式で表せる。

$$(M^2 - 1) \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + 2i\omega \frac{M^2}{U} \frac{\partial \phi}{\partial x} - \frac{\omega^2 M^2}{U^2} \phi = 0 \quad (1)$$

また、マッハ波を放射する周期変動する攪乱源は、 $y$  方向の速度変動について次のように記述される。

$$\tilde{v}(x, t) = v(x) \cdot \exp(i\omega t)$$

マッハ波が図2のように攪乱源から  $y$  方向に  $h$  離れた壁面に入射する場合、速度ポテンシャル  $\phi$  は(1)式より次のように得られる。

$$\phi(x, y) = -\frac{1}{m} \int_0^{x_1} F(\xi) d\xi - \frac{1}{m} \int_0^{x_2} G(\xi) d\xi \quad (2)$$

$$\begin{aligned}
 x_1 &= x - m y > 0, \\
 x_2 &= x - m(2h - y) > 0, & m = \sqrt{M^2 - 1} \\
 F(\xi) &= u(\xi) \exp\left[-\frac{i\omega M^2}{U m^2}(x - \xi)\right] \\
 &\quad \times J_0\left[\frac{\omega M}{U m^2}\sqrt{(x - \xi)^2 - m^2 y^2}\right] \\
 G(\xi) &= u(\xi) \exp\left[-\frac{i\omega M^2}{U m^2}(x - \xi)\right] \\
 &\quad \times J_0\left[\frac{\omega M}{U m^2}\sqrt{(x - \xi)^2 - m^2(2h - y)^2}\right]
 \end{aligned}$$

ここで、 $J_0(z)$ は零次のベッセル関数である。(2)式第1項の積分は攪乱源から右上へ向かうマッハ線を、第2項は壁面で反射することによって右下へ向かうマッハ線を鏡像を用いて表している。マッハ数が  $M = 2.2$ 、角周波数が図1の場合と同じ  $\omega L/U_1 = 0.126$  (無次元化の基準量については次節参照) のマッハ波の圧力変動場を(2)式より求めると図3(a)のようになる。図(b)は図1のマッハ波の入射をEuler方程式に基づく数値計算で求めたものである。攪乱源から引いたマッハ線上で変動の振幅が最大となり、(2)式で示されるマッハ数  $M$  と角周波数  $\omega$  によって定まる波長をもった変動が現れることがわかる。 $M = 2.2$  の場合のこの変動の波数と角周波数の関係を求めると図4のようになり、T-S波動のそれとは位相速度の差によりずれていることがわかる。

### 3. 入射マッハ波による超音速境界層の応答

主流マッハ数  $M = 2.2$  の超音速境界層に図1のマッハ波が入射するときに境界層内に励起される攪乱を考える。座標原点を流入境界におき、座標原点での排除厚さ  $\delta_1$  を基準長さ  $L$  として、 $0 \leq x/L \leq 300$ 、 $0 \leq y/L \leq 31$  (以下単に  $x, y$  で表す) の領域を扱い、レイノルズ数を  $Re = \rho_1 U_1 L / \mu_1 = 2196$  とする。このとき、下流境界での排除厚さは  $1.826L$  である。入射するマッハ波は、文献4)において壁上の  $u$  変動を主流速度の3%とした場合に放射されるものと同一で(図1:  $u$  変動の最大値は主流速度の0.028%)、角周波数は  $\omega L/U_1 = 0.126$  である。この角周波数のT-S波動はほぼ増幅率最大となる(図4○印)。

振動マッハ波が境界層に入射するときの変動場を圧力変動と渦度変動の瞬間等値線で図5に示す。この変動場は、図3の変動が境界層の外縁に沿って存在するときの境界層の応答である。渦度変動は、 $20 \leq x \leq 60$  ではT-S波動とは明らかに異なるが、 $x \geq 80$  では典型的なT-S波動のパターンとよく似ている。ただし、その波長は主流中の圧力変動(および後述する非粘性流の壁上の  $u$  変動)と同じで、T-S波動とは異なる。また、 $x = 150$  付近で渦度は弱くなるがこの傾向はどの時刻においても現れる。

マッハ波が入射する場合に励起される攪乱の振

幅・位相の  $x$  方向変化を壁上の渦度変動で図6に示す。外乱としての非粘性流の  $u$  変動(図3(b)の壁上)と、線形安定性解析によって得られるT-S波動の振幅・位相の変化を併せて示す。渦度変動は振幅・位相変化とも外乱の  $u$  変動の変化とほぼ同じであり、この外乱による強制解(攪乱)が変動場を支配している。このように非粘性流の壁上の  $u$  変動が外乱の強さの目安となる。さて、位相変化に注目すると外乱の  $u$  変動がその最大値の1/3以下になる  $x \geq 250$  では渦度変動の位相変化はT-S波動の勾配に近い。また、 $x = 150$  付近に見られる渦度の減衰は、強制解(外乱の  $u$  変動に由来する渦度変動)の他に粘性型波動が存在することを示唆している。

境界層内の攪乱の構造を  $u$  変動の振幅と位相の  $y$  方向分布で図7に示す。横軸は  $\eta = (y/x) Re_x^{1/2}$  ( $x$ : 平板前縁からの距離)であり、実線は線形安定性理論によるT-S波動の  $u$  変動分布である。マッハ波の入射点( $x = 45$ )で励起される攪乱の振幅はマッハ波の最大  $u$  変動の約2倍である。下流に行くにしたがって、外乱の  $u$  変動は減衰し、境界層内の攪乱はT-S波動の分布に近づく。このことからわかるように、マッハ波の入射によってT-S波動が励起されると判断できる。しかし、ここでの計算領域内ではT-S波動が卓越することはない。

マッハ波が境界層に入射する場合に励起される攪乱としては、前述のとおり強制解が支配的となるが、その渦度変動にはT-S波タイプの渦度パターンが認められる。つまり、強制攪乱はT-S波と同様の粘性型である。このタイプの渦度の集中は、強さによって3次元的な非線形発達に導き境界層を早期に遷移させる原因となる。特にマッハ波の入射点近傍ではその強さが大きいことから、マッハ波が強い場合には入射点から遷移に至る可能性があると考えられる。

### 3. まとめ

超音速流中の局所的で周期振動する攪乱源から放射されるマッハ波が境界層に入射するときの受容過程を数値計算で調べた。その結果、入射するマッハ波に対する境界層の応答は、マッハ波に伴って現れる境界層外縁に沿った外乱によって作られる強制解(強制攪乱)が支配的となることを示した。

### 引用文献

- 1) L. M. Mack (1987) AGARD Rep. No.709.
- 2) J. M. Kendall (1975) *AIAA J.* **13**, 3, 290-299.
- 3) M. Nishioka, M. V. Morkovin (1986) *J. Fluid Mech.* **171**, 219-261.
- 4) S. Sakaue, M. Nishioka (1997) Proc. of the 7th ACFM, 271-274.

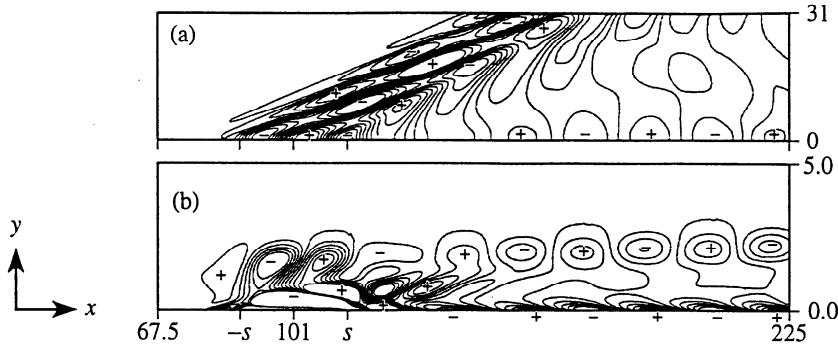


図1 壁面上に周期的な流れ方向の速度変動攪乱を与えたときの変動場：  
(a)圧力変動，(b)渦度変動の瞬間等値線図。

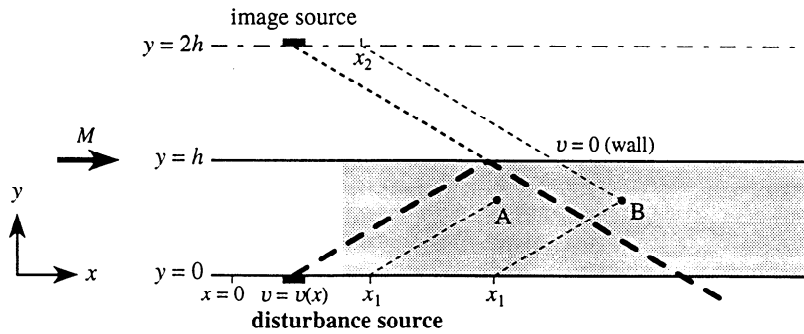


図2 周期振動する攪乱源から放射されるマッハ波とその壁面への入射

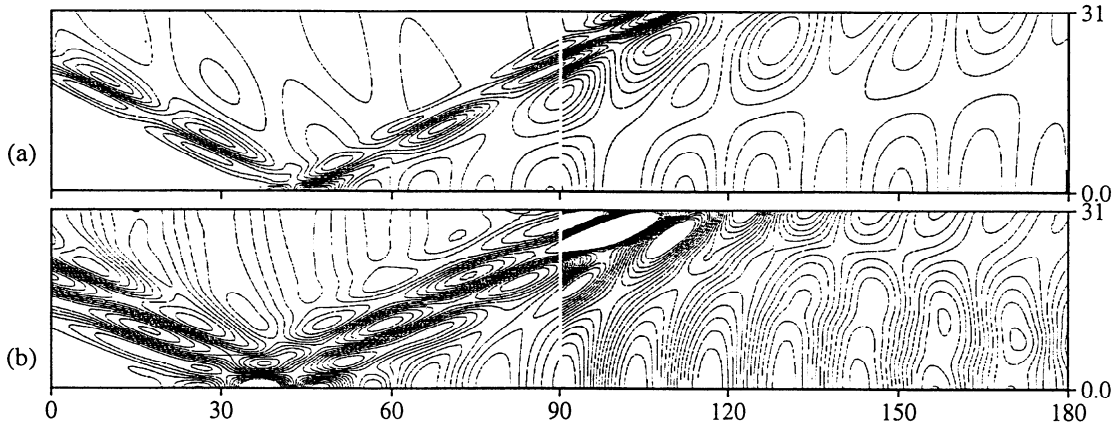


図3 壁面に入射するマッハ波（圧力変動の瞬間等値線図：角周波数； $\omega L/U_1 = 0.126$ ）：(a) ポテンシャル流理論，(b) 図1のマッハ波が入射する場合の数値計算結果（Euler方程式）。

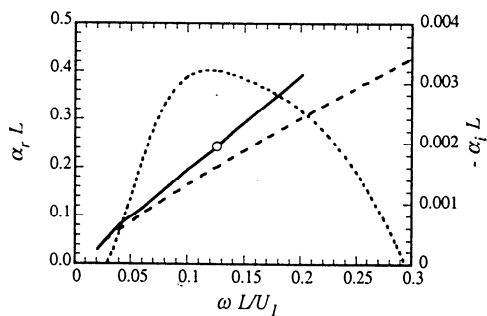


図4 振動するマッハ波(実線：図3の壁上)とT-S波動(破線： $M_1 = 2.2, Re_{\delta_1} = 3000$ )の波数と角周波数の関係．点線：T-S波動の空間増幅率．

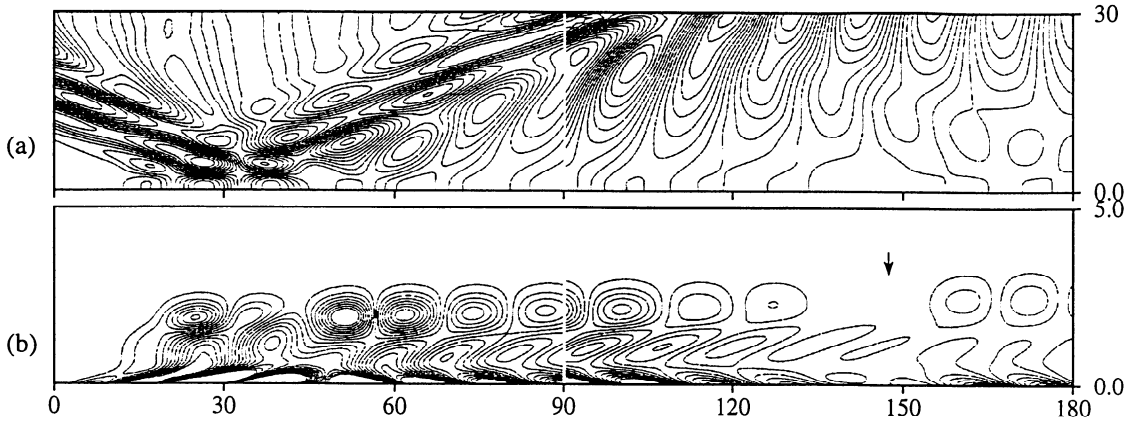


図5 境界層に入射するマッハ波が励起する攪乱 (NS方程式) : (a) 圧力変動, (b) 渦度変動の瞬間等値線図.

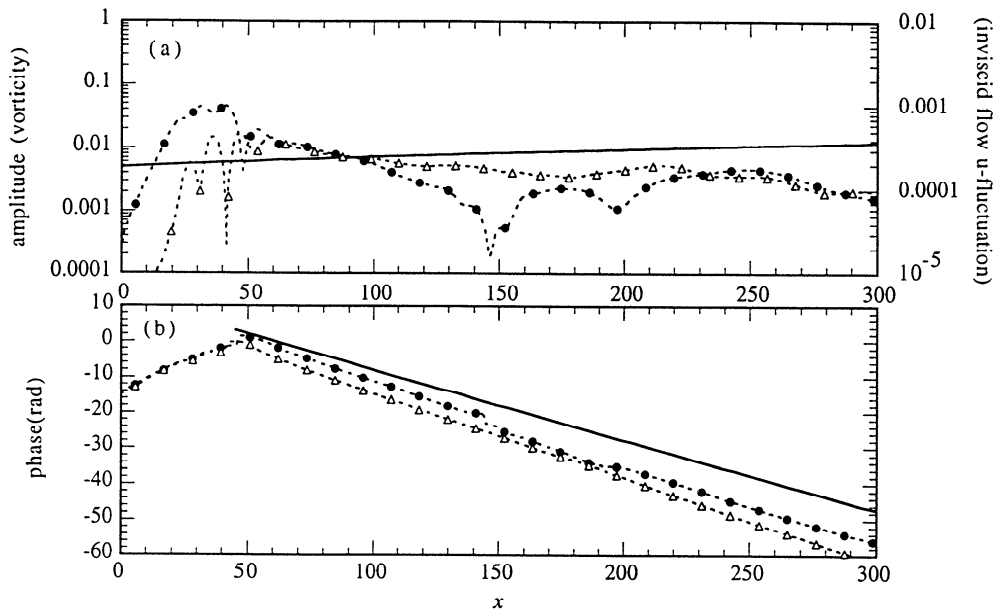


図6 境界層に入射するマッハ波が励起する攪乱の (a) 振幅と (b) 位相の  $x$  方向の変化: ●; 壁面上の渦度変動, △; 非粘性流の  $u$  変動 (壁上), 実線; 線形安定性理論によるT-S波動の振幅・位相の変化.

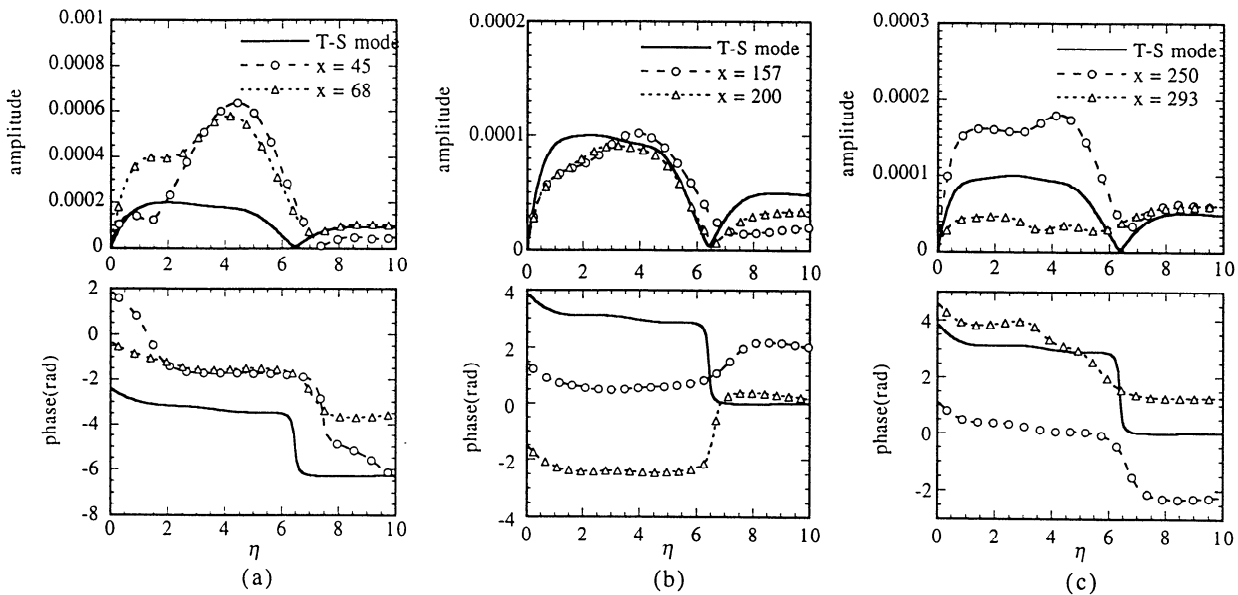


図7 境界層に入射するマッハ波によって励起される  $u$  変動の振幅と位相の  $y$  方向分布: (a)  $x = 45, 68$ , (b)  $x = 157, 200$ , (c)  $x = 250, 300$ . 実線: 線形安定性理論によるT-S波動の振幅