

e^N 法に基づく境界層の遷移予測とその検証

跡部 隆, 山本 稀義 (航技研)

Numerical prediction of transition location using the e^N method

Takashi Atobe, Kiyoshi Yamamoto

National Aerospace Laboratory

ABSTRACT

In order to develop a prediction system of boundary-layer transition based on e^N method, some numerical results obtained by the Sally-code are investigated in detail. By comparison with an experimental result, it is found that the Sally-code could not be applied for quantitative use.

1 はじめに

航空機の機体表面に形成される境界層は流れの状態によって摩擦抵抗が大きく変化することが知られている。流れが乱流になると、層流に比べて摩擦抵抗は大きく増大し、結果として燃費などの飛行性能を著しく劣化させる。したがって航空機の翼形状を設計する場合は、この境界層の乱流遷移がより遅くなるようにすることも開発目標の一つとなる。このとき重要なのが層流-乱流遷移位置の正確な予測であり、これによって翼形状やその特性などの最適解が推測可能になる。

しかし、境界層の乱流遷移はその発生機構が複雑で、理論や実験、さらに数値的側面から様々な研究が成されているにもかかわらず未だ十分な理解が得られていない¹⁻³⁾。そのため境界層の遷移予測は現在のところ最も早急に解決されなければならない問題の一つである。

遷移予測コードについては NASA によって Sally と呼ばれる汎用コードがすでに市販されている^{4,5)}。しかし、このコードは計算精度などの面で必ずしも満足はいくものではなく、設計開発の現場からはより高精度、かつ汎用性の高いコードの開発が要望されている。

本研究は境界層の層流-乱流遷移を数値的に予測する新たな遷移位置予測コードを開発する第一段階として、まず Sally コードを様々な流れに適用しその問題点を明確にした。そのため当所で開発が進められている超音速小型実験機の翼形状を計算対象にし、その妥当性を主に定性的側面から検証した。

さらに基本的な翼形状である NACA0015 に対して計算を行い、同じ翼模型を用いて行われた実験結果と比較することで計算精度の定量的評価を行った。

最後に、これらの結果を踏まえた上で独自に遷移位

2 e^N 法

ここでは遷移予測コードの基礎となる e^N 法についての簡単な概略を述べる。この手法の基本は、多くの線形理論同様にまず流れの中に微小な攪乱が存在し、それが流れとともに空間的、時間的に発達するものと考えられる。このときの攪乱波の増幅は主流からのエネルギー流入によるものとし、ある程度発達したところで今度は攪乱波が主流そのものを乱し、乱流へと変化させる。

まず Navier-Stokes 方程式と連続の式 (圧縮性のある流れに対してはエネルギー方程式) から成る基礎方程式系を微小攪乱近似によって線形化する。この時境界層内で流れが平行であると仮定すれば、線形化された方程式をさらに単純化する。そして攪乱波が平面波であると仮定することにより、定数係数の常微分方程式が得られる。これは Orr-Sommerfeld 方程式と呼ばれる固有値方程式であり^{6,7)}、物体表面上と遠方で攪乱が 0 になるという境界条件を与えて解くことができる。

これによって得られる固有値は攪乱波の増幅率に対応する。例えば時間発展を考える場合、この固有値を ω とすればその虚部が正なら攪乱波は増幅、負なら減衰を表し、その増幅 (減衰) は指数関数的である。ここで攪乱波の初期振幅を A_0 とすれば t 秒後の攪乱波の振幅は以下ようになる。

$$\ln A/A_0 = \int_0^t \omega_i dt. \quad (1)$$

ここで ω_i は固有値 ω の虚部を表す。 e^N 法ではこの振幅比の対数を N とし、この値がある閾値を越えたところで境界層の乱流遷移が発生すると考える。普通風洞実験の場合、この値は約 10 くらいと言われるが、主流中の乱流強度によってはこの N 値は一般に大きく変化することが知られている。

本研究で開発したコード及び Sally コードは、上に述

件からこの N 値を算出し、乱流遷移の発生を予測するものである。以下にその計算結果を示す。

3 計算結果

ここではまず現在開発中の超音速小型実験機の翼形状に対し Sally コードを適用し、その計算結果の妥当性を定量的、定性的に評価する。さらに NACA0015 に対し、対応する実験結果と比較することで計算精度を検証した。

3.1 SST 小型実験機

次世代小型超音速機は将来の人的、物的輸送手段として世界的に開発が進められているもので、現在当所でもその第一段階として小型ロケット実験機の開発を行っている。超音速輸送機は既にフランスで開発され実用化されているコンコルドが有名だが、騒音や燃費などの面で問題が山積し、実質的な意味では実用化とは言いがたい。

航空機の燃費は機体表面に形成される境界層の状態が大きくこれを左右する。境界層の乱流遷移を遅らせる方法は吸い込みや微細なアクチュエータの操作など、様々な手法が提案されているが、翼断面の形状を工夫することで遷移を遅らせるのも一つの方法である。当所における超音速の開発ではこの自然層流翼を基本にしているが、この場合最適な翼形状の設計を行う上で

遷移位置の正確な予測が不可欠となる。

そこで Sally コードを用いて様々な断面形状に対して安定性の解析を行った。以下にこのうちの二つの例を示し、その計算結果の定量的、定性的妥当性を調べた。

図 1 (a), (b) は計算対象となる 2 種類の翼断面形状と、その上の圧力係数 (C_p) の分布を示している。主流のマッハ数は 2 で、それぞれ後退角を持つ。したがって流れは 3 次元性を持ち、境界層の乱流遷移が攪乱波の横流れ不安定に起因する場合である。微妙な翼形状の違いは C_p 分布の違いとなって現れているが、図 1 (b) の方が C_p 分布の前縁での立ち上がり急になっていることがわかる。

これらの条件から安定性解析を行った結果をそれぞれ図 2 (a), (b) に示す。横軸は翼弦方向を示し、縦軸は各点における N 値を示す。また図中の数字は攪乱波の振動数を表している。これを見ると一定の振動数を持つ攪乱波は、その振幅が前縁から後縁に向かって増大し、途中で減衰に転ずることがわかる。また前縁付近では比較的大きな振動数を持つ攪乱波がより不安定で、後縁に進むにつれ徐々に低い振動数が不安定化していくことがわかる。そして全体としては包絡線を形成している。

これらの結果は定性的な観点からみると矛盾はなさそうだが、 N 値がやや大きめであることなど、定量的には誤差を多く含んでいるように見える。したがって、流れの特徴などを定性的に評価するためにこのコードを利用することは十分可能であると言える。

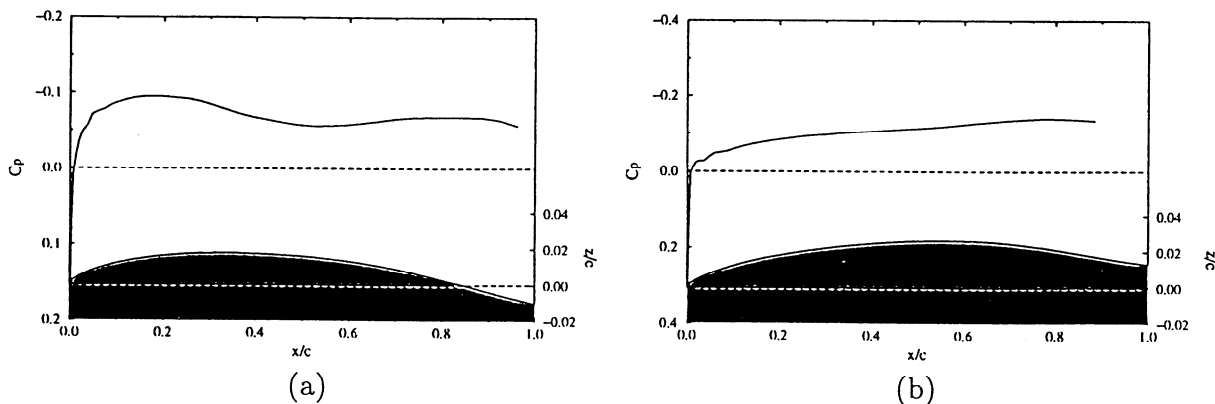
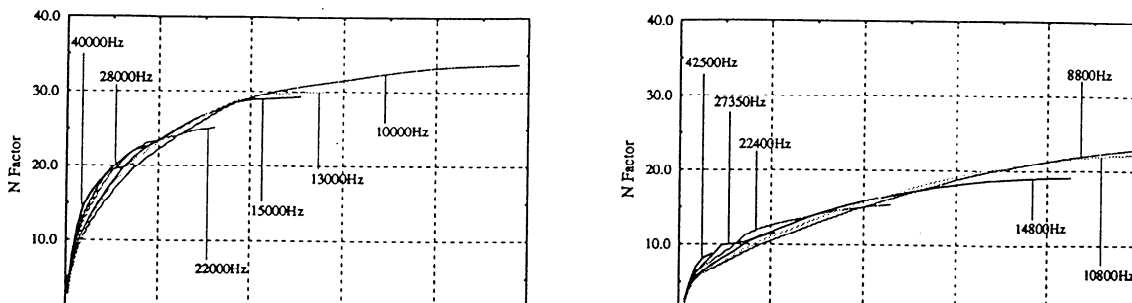


図 1 小型超音速機の翼断面とその上の C_p 分布。



3.2 NACA0015

次に計算結果の定量的評価を行うために NACA0015 型の翼形状を対象に安定性解析を行う。ただし簡単のためここでは後退角を持たない。したがって前述の超音速機の場合とは異なり、流れを不安定化させる主な要因は Tollmien Shlichting 不安定 (T-S 不安定) が支配的になる。レイノルズ数は 10^6 の周辺に設定し、主流速の変化に対する安定性の変化の様子を調べた。また同じ条件で行われてた風洞実験の結果と比較することで、遷移が発生する N 値の検証を行う。

図3は翼断面形状とその上の C_p 分布の様子を示す。これらは迎角が 0° と 3° のもので、後退角はない。翼形状は4桁の NACA 翼の計算式から求め、その上の C_p 分布はパネル法⁸⁾を用いて計算した。

ここでは迎角が 0° の場合を対象に、境界層の安定性を解析した結果を図4に示す。主流の速度をそれぞれ 30m/s と 40m/s とした。これらの図を見ると各攪乱波の振幅は下流に向かって単調に増加し、最後まで減衰に転じないように見える。そして最大増幅率を与える攪乱波の振動数は、どのコード位置でも一定であり、全体として包絡線を形成しない。このことは超音速機の場合と大きく異なる点である。

図5は幾つかの主流速に対し、最大増幅を示した攪乱波の周波数をまとめたものである。これを見ると攪乱波の増幅率は少なくとも今回計算した範囲内においては、主流速を増すとともに大きくなるのがわかる。

ここでの数値計算の結果を定量的に評価するため、風洞実験によって得られた結果と比較する。この実験は、当所の高木、徳川らにより鉄道総合研究所の大型低速風洞で行われたもので、そのうちの一部分を図6に示す。

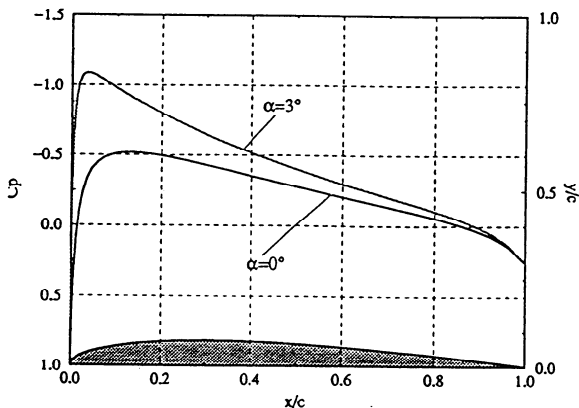
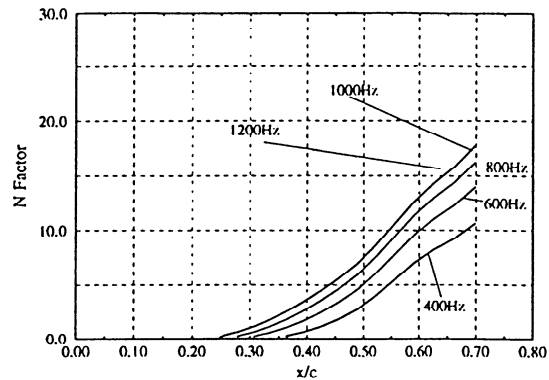


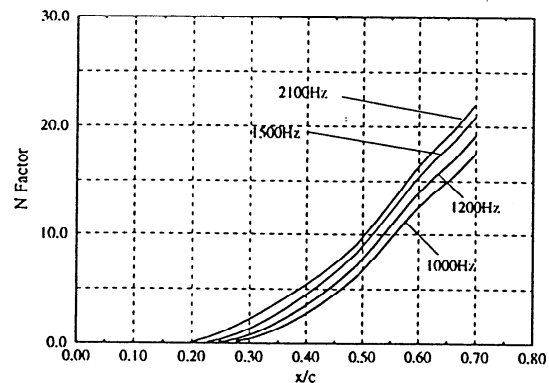
図3 NACA0015の翼断面とその上の C_p 分布。

これらの図は翼模型の表面 $x/c=0.6$ に貼られたホットフィルムからの信号をスペクトル表示したもので、これを見れば最も強いエネルギーを持つ攪乱波、つまり最大増幅率を示す攪乱波の振動数がよくわかる。主流速は 30m/s と 40m/s との2種類のものがあるが、いずれの場合も数値計算によって得られた最大増幅を示す攪乱の振動数とよく一致している。

また実験では 40m/s 秒のときちょうど測定点で遷移が発生したことが確認された。この結果から、乱流遷移が発生する N 値は約17であることが推察される。しかし、普通遷移は $N=10$ 付近で発生すると言われており、数値計算による結果はこれをはるかに越えている。

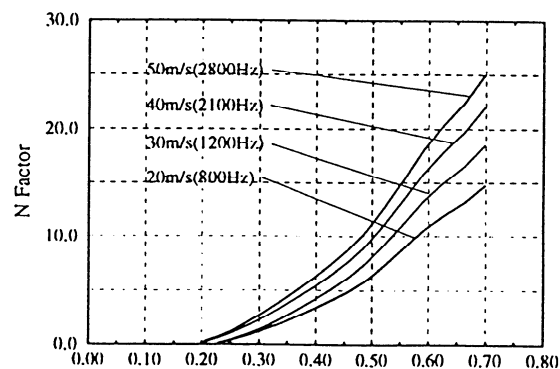


(a) $U_0 = 30\text{m/s}$



(b) $U_0 = 40\text{m/s}$

図4 NACA0015 ($\alpha = 0^\circ$) の翼面境界層の安定性。



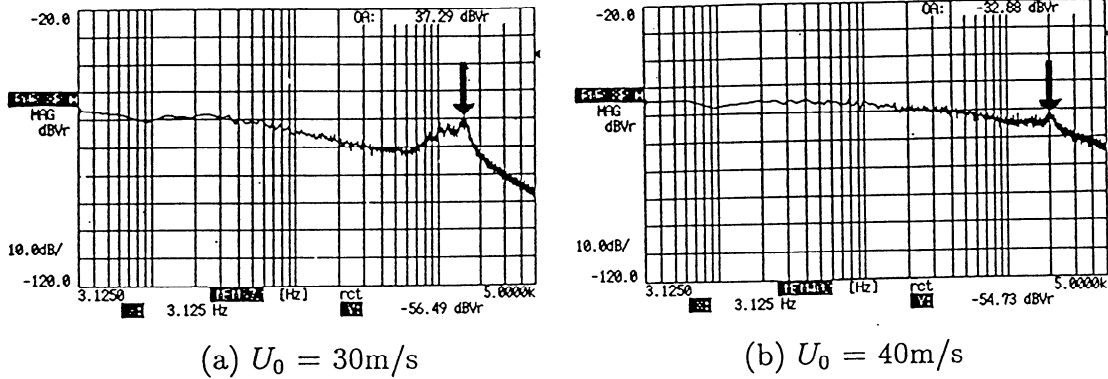


図6 NACA0015型模型に対する実験結果(パワースペクトル)。

3.3 独自コードによる結果

最後に我々が新たに開発した遷移位置予測コードによる結果を示す。ここでの計算はSally同様、境界層近似から導出される相似解を数値的に解析して得られる速度プロファイルを用いてその安定性を調べた。その結果を表1に示す。これは各コード位置において計算した固有値の値を表わしたもので、これを見るとSallyと今回開発したコードによる結果はほぼ等しい値を出していることがわかる。ただしこの結果から独自コードがより正確な値を計算しているかどうか判断するのは難しい。

x/c	既存コード		独自コード	
	ω_r	ω_i	ω_r	ω_i
0.05	0.040221251	0.006017011	0.041991199	0.006055441
0.10	0.030606592	0.006159314	0.030574961	0.006203461
0.15	0.026937863	0.005939927	0.026914788	0.005979482
0.20	0.025116232	0.005718410	0.025098664	0.005752839
0.25	0.024632112	0.005598055	0.024153749	0.005631257
0.30	0.024814778	0.005531318	0.024800364	0.005565097
0.35	0.025685785	0.005529766	0.025674500	0.005564247
0.40	0.027369821	0.005610732	0.027360894	0.005646234

表1 相似方程式から得られる速度分布の安定性解析。

4 まとめ

境界層の層流-乱流遷移を数値的に予測する新たな遷移位置予測コードを開発するため、既存コード(Sally)を様々な流れに適用し、その有効適応範囲や計算精度を検証した。

超音速小型実験機を対象にした計算結果から、既存コードは安定性の特徴などの定性的な結果を得るには

形状を持つNACA0015型翼を対象にした計算では、実験結果との比較から各コード位置で算出されるN値がかなり大きめに出ていることがわかった。

これを克服するため、攪乱伝播理論^{9,10)}などのより高次の近似を取り入れるなどして、定量的な評価にも耐え得る結果を得られるような、新たな遷移位置予測コードを開発する必要がある。

参考文献

- 1) W.S.Saric, *Physical Description of Boundary-Layer Transition: Experimental Evidence*, AGARD-R-793 (1993), 1
- 2) D.Arnal, *Boundary Layer Transition: Predictions Based on Linear Theory*, AGARD-R-793 (1993), 2
- 3) H.L.Reed and W.S.Saric, *Linear stability theory applied to boundary layers*, Annu.Rev.Fluid Mech. (1996) 28, pp.389-428
- 4) A.Srokowski and S.Orszag, *Mass Flow Requirements for LFCWing Design*, AIAA Paper 77-1222 (1977)
- 5) T.Cebeci and P.Bradshaw, *Momentum Transfer in Boundary Layers*, Hemisphere (1977), pp.213-234
- 6) 巽友正, 後藤金英; 流れの安定性理論, 産業図書, (1976)
- 7) 伊藤信毅; 境界層の不安定, 流体力学の進歩 遷移, 谷一郎編, pp.97-137
- 8) 重見仁; 多翼素翼型の逆問題の解法, 航技研報告 TR-571 (1979)
- 9) N.Itoh, *Effect of wall and streamline curvatures on instability of 3-D boundary layers*, in *Laminar-Turbulent Transition* (Springer, Berlin) (1995), pp.323-330
- 10) N.Itoh, *Development of wedge-shaped disturbances originating from a point source in a*