

常温音速ノズルにおける非平衡流

横川彰寛, 西岡通男 (大阪府立大・工・航空宇宙)

Non-Equilibrium Flow in the Sonic Nozzle at Normal Temperature

A. Yokokawa and M. Nishioka

Department of Aerospace Engineering, Osaka Prefecture University

ABSTRACT

The present investigation is concerned with the problem of sonic nozzle as a means for measuring mass-flow rate. For the case of very low mass-flow rate for gas flow there is urgent demands of establishing a high accuracy standard, and researchers in National Research Laboratory of Metrology have conducted accurate calibrations for sonic nozzle with throat diameters as small as 0.3mm. They derived an expression for the critical mass-flow rate for calibration standard and they found it very accurate within an error of 0.1% for various gases except CO_2 , for which the error is found to be 2 to 3%. The main purpose of the present study is to clarify the cause of the large error for case of CO_2 . As for the cause of the cited large error, considering that the sonic nozzles are very small in scale, we focus our attention on relaxation phenomena involving molecular vibration. We derived a system of differential equations for describing the inviscid nozzle flow process and the vibrational relaxation process. With obtaining the solutions for the cases of N_2 and CO_2 it is shown that the cited error does appear for CO_2 only, indicating that the vibrational relaxation process has a great effect on the critical mass-flow for the case of CO_2 .

Key Word : critical mass-flow, non-equilibrium flow, vibrational relaxation

1 はじめに

現在、半導体産業や環境計測分野などでは微小流量 [数 g/min] を計測するために熱式の質量流量計が用いられているが、このような流量範囲の流量計を較正することは難しく、高精度な気体流量の標準を供給してほしいという要望がある。そこで計量研究所では、微小音速ノズル（スロート直径 2.5mm 以下：図 1）を用いた誤差 0.1% 以下の高精度流量計の研究を行なっている。同研究所では、音速ノズルの流出係数をノズル形状と気体の物性値で記述し、流量を理論的に算出した。その値を実験値と比較したところ空気、窒素では実験値と予測値は誤差 0.1% 以下で一致したが、 CO_2 の場合には予測値が 2~3% 小さいことが分かった。本研究では、この誤差の原因を解明することを主目的として、音速ノズルの流量に影響する因子について考察した。

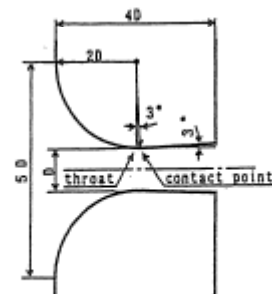


図 1: ノズル形状

2 流出係数の検証

流出係数 C_d は式 (1) で定義される補正係数で、

$$\frac{Q_m}{Q_t} = C_d \quad (1)$$

Q_m は実際の流量、 Q_t は一次元理論による流量である。旋み点からスロートまでの流れを理想気

体、等エントロピと仮定すると、 Q_t は淀み点条件より簡単に算出することができる。

計量研究所では、流出係数は「加速による主流速度分布の歪み」、「境界層の排除厚さ」の2つの要素から成立していると考え、式(2)のように評価している。また、これらの効果をパラメータ α 、 β で表わし、それぞれを文献 [1][2] によって評価している。

$$C_d = \alpha - \frac{\beta}{\sqrt{Re}} \quad (2)$$

本研究では、ノズル流れ場を理想気体仮定のもとにシミュレーション (TVD Scheme) し、その計算結果によって、この2つのパラメータ α 、 β を比較・検証した。気体が空気の場合、シミュレーションによって計算された流量は実験値と誤差0.1%以下で一致した。

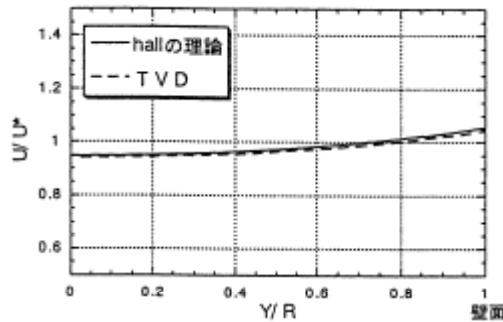


図2: スロート速度分布 (非粘性)

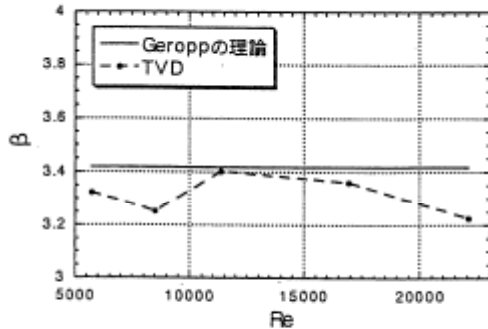


図3: β の比較

図2はスロートにおける速度分布を示している。分布は非常によく一致しており、これをもとに計算した α の値の差は、0.1%以下であることがわかった。次にパラメータ β を算出し、比較を行なった (図3)。2つの結果は大きくズレているように見えるが、式(2)より C_d への影響は \sqrt{Re}

で除した形であるので、その影響は0.1%程度であることがわかった。したがって、計量研による流出係数の評価は、十分な精度 (誤差0.1%程度) であることがわかった。

3 実在気体効果の影響

実際に実験を行ない、ノズルに気体を流した場合、気体は加速され急激に温度が低下する。その時のノズル壁面の温度低下が流量にどう影響するかを調べた (CO_2)。

図4、5は断熱壁とそれに対し10K低い壁でのスロート断面における温度、密度分布である ($D=0.5935\text{mm}$, $Re=11361.6$)。壁面温度が低いと粘性係数は小さくなり、境界層は薄くなる。また、温度低下で密度も大きくなり、流量が増加する方向へ働くが、その増加分は0.2%程度であることがわかった。次に、実在気体効果のなかでも、プラントル数・比熱の温度変化や圧縮係数の導入を考慮したシミュレーションを行なったが、流量誤差 (2~3%) を説明するに至らなかった。

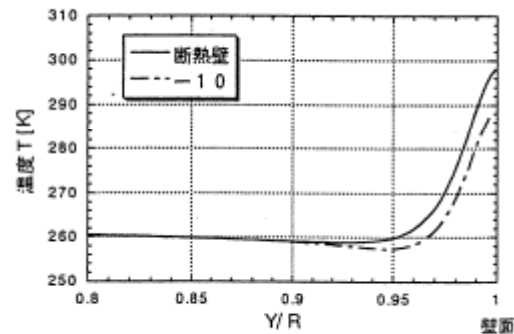


図4: スロート温度分布

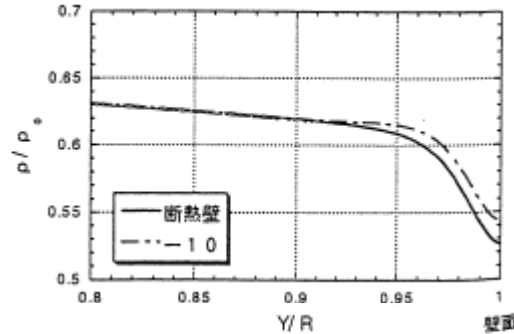


図5: スロート密度分布

4 非平衡性の影響

ノズルスケールが非常に小さいことから、気体の分子運動の影響を無視できないのではないかと考えた。分子の熱運動には、並進・回転・振動などがあり、温度によって各運動状態が変化する。気体の温度に準じた運動になることを平衡状態と呼び、この状態に達するまでに要する時間である「緩和時間」は各運動で異なり、振動運動がもっとも大きく、窒素： $10^4 \mu\text{s}$ 、 CO_2 ： $7 \mu\text{s}$ である。したがって、数 mm の非常に短いノズル流路を時間にして数十 μs で気体が通過する際の、急激な温度低下に追従できず、分子の振動運動は非平衡状態になると考えられる。

一般に、分子の振動運動は高温にならないと励起されない。その目安の温度として特性温度 θ_v は、

$$\theta_v = \frac{h\nu}{k} \quad (3)$$

で表わされる。ここで、 ν は固有振動数、 h はプランク定数、 k はボルツマン定数である。式(3)より θ_v は、窒素：3393K、 CO_2 ：959.9K(最低値)と高温である。この温度になると初めて振動励起が起きるのではなく、常温においても、いくつかの分子は励起を起している。その割合は式(4)のボルツマン分布で記述され、

$$\frac{n}{N} = \exp\left(-\frac{\theta_v}{T}\right) \quad (4)$$

300K における励起分子の割合は、窒素では約 0.001 % だが、 CO_2 では非常に大きく約 4 %、また内部エネルギーの約 10 % が振動エネルギーであることが計算でき、無視できないオーダーであることがわかる。したがって気体が CO_2 で、ノズルスケールが小さい場合、常温であっても振動運動の非平衡性を考慮すべきである。

5 非平衡流の計算

計算方法としては、ノズル流一次元理論と振動緩和方程式を連立させた方程式系[式(5)~(9)]を数値的に解き、流れ場の様子、流量を評価した。

$$\text{連続の式} \quad \rho u A = \text{const} \quad (5)$$

$$\text{運動量の式} \quad \rho u \frac{du}{dx} + \frac{dp}{dx} = 0 \quad (6)$$

$$\text{エネルギー式} \quad \frac{7}{2}RT + \frac{8}{2}RT_v + \frac{1}{2}u^2 = h_0 \quad (7)$$

$$\text{状態方程式} \quad p = \rho RT \quad (8)$$

$$\text{緩和方程式} \quad u \frac{dT_v}{dx} = \frac{T_{vE} - T_v}{\tau_{\text{vib}}} \quad (9)$$

$$\text{比熱比} \quad \gamma = \frac{\sigma + 1}{\sigma} \quad (10)$$

$$\text{ただし} \quad \sigma = \frac{5}{2} + \frac{8}{2} \frac{dT_v}{dT}$$

ここで、 T_v :振動温度、 T_{vE} :平衡振動温度、 τ_{vib} :振動緩和時間である。

6 計算結果

図 6, 7 は貯気槽状態 298K, 1atm, スロート直径 0.5935mm での窒素、 CO_2 の流れ場の結果である。両者とも振動温度は緩和時間の影響で追従が遅れ、非平衡状態のままスロート ($X/R=0$) を通過していることがわかる。流れ場に大きな影響を与える比熱比 γ は、窒素の場合、温度 T の変化に比べ振動温度 T_v の変化が非常に小さいことから式(10)より、 γ はほとんど一定値をとる。したがって、理想気体として扱っても流量を精度良く予測できたことが説明できる。

それに対し、 CO_2 では、もともと振動温度が高く、変化量も大きいので比熱比がスロートまでの間に約 7 % も増大しており、これにより流れ場の様子は大きく変わる。

CO_2 の比熱比のグラフに小さなピークが生じている。これは計算を行なう際、上流側にノズルを付け足した接合点で、全体の変化に比べピークは小さく、流れ場に大きな影響はないと考えられる。

表 1 は CO_2 における流量と実験値に対する誤差を示している。非平衡性を考慮した本研究の計算結果は、問題となっていた誤差にほぼ等しい流量増加が生じており、もっともスケールの小さい A-3 ノズルを除けば、誤差 0.2 % 程度で実験値を予測できている。したがって、 CO_2 において誤差を生み出していた原因は、「ノズル内の振動非平衡流」であると結論づけることができる。

ここで、A-3 ノズルだけが比較的大きな誤差があるが、このノズルのスロート直径は $\pm 1 \mu\text{m}$ の範囲で誤差があり得ることが分かっている。また、スケールが小さくなればなるほど相対的に境界層の寄与も大きくなり、前に議論した壁面温度の影響が無視できなくなる。これらの要素の検討は今後の課題である。

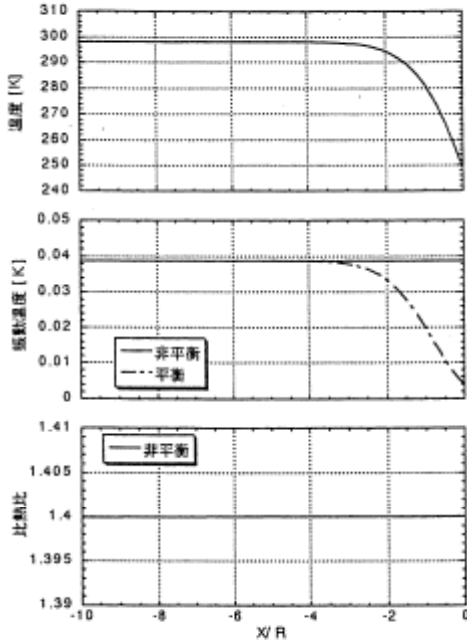


図 6: 窒素の非平衡流

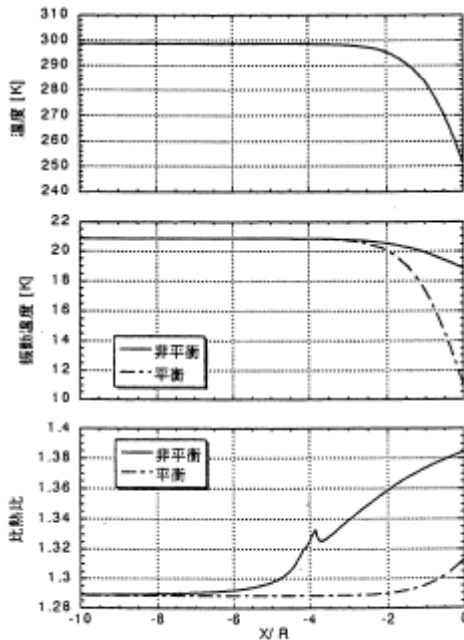


図 7: CO₂ の非平衡流

ノズル [mm]	Re	実験値 [g/min]	計算値予測式		本研究結果	
			流量	誤差 (%)	流量	誤差 (%)
B-1	22401.9	36.8236	36.0416	-2.12	36.7521	-0.19
	23598	33579.2	55.3751	54.3188	-1.91	55.3721
B-3	11238.7	9.2011	9.00081	-2.18	9.21089	0.11
	11845	16834.3	13.8540	13.5667	-2.07	13.8526
A-1	22413.9	18.5152	18.1413	-2.02	18.4838	-0.17
	5733.2	2.3161	2.26483	-2.22	2.32158	0.24
0.5935	8512.9	3.4726	3.39600	-2.21	3.46930	0.12
	11361.6	4.6616	4.55976	-2.18	4.66237	0.017
					4.65733	-0.092
A-3	2785.3	0.5512	0.535325	-2.88	0.549383	-0.33
	0.294				0.549790	-0.31
	4171.2	0.8364	0.812364	-2.87	0.833058	-0.40
	5552.3	1.1222	1.09034	-2.84	1.11714	-0.45
				1.11733	-0.43	

表 1: 計算結果

参考文献

- [1] Hall, I.M., Transonic flow in two-dimensional and axially-symmetric nozzles, *Quart. J. Mech. and Applied Math.*, Vol.15, 487-508, 1962.
- [2] Geropp, D., Laminare Grenzschichten in ebenen und rotationssymmetrischen Laval-duesen, *Deutsche Luft- und Raumfahrt, Forschungsbericht*, 71-90, 1971.
- [3] 横川彰寛, 「流量較正用音速ノズルに関する数値的研究」平成10年度大阪府立大学大学院工学研究科機械系専攻航空宇宙工学分野 修士論文