

e^N 法に基づく境界層遷移予測システムの検証跡部 隆¹, 山本 稀義¹, 松尾 裕一¹Numerical prediction of transition location using the e^N method

by

Takashi Atobe¹, Kiyoshi Yamamoto¹, Yuichi Matsuo¹

ABSTRACT

A numerical code is developed for the transition-prediction of boundary layer using the e^N method. The main advantage that the present code offer over the SALLY code developed by NASA is in combination with Navier - Stokes solver for the calculation of the velocity profile of the boundary layer. By comparison with the results from the present code to the SALLY code, it was found that the accuracy of the former code is better than the latter one.

1 はじめに

現在当所では次世代小型超音速機の開発を重点的に進めており、なかでも CFD による設計技術の確立をその目標の一つに据えている。ここでは初期に与えた翼形状を揚抗比や強度などの要請が満足されるように繰り返し逆問題を解くことにより最終形状を決定する。特に空力特性の面からは自然層流翼を採用することで超音速巡航時における翼表面上で発生する摩擦抵抗をできるだけ小さくする。

この自然層流翼とは、翼表面に発達するごく薄い境界層が層流から乱流へ遷移するのをなるべく遅らせて層流域がより広くなるように設計された翼のことである。これは境界層の状態が層流か乱流かにより翼面上で発生する摩擦抵抗に大きな差があるため、吸い込みやアクチュエータなどを用いる制御とは対象的な手法の一つである。

しかしこの自然層流翼を設計する上での課題は、境界層が層流から乱流へ遷移する点をいかに正確に求めるかにある。境界層の乱流遷移については多くの研究者らによって研究されており、その基本的発生機構が解明されつつある¹⁻³⁾。さらに遷移点の予測に関してはいくつかの手法が提案されているが、単純な線形論に基づく e^N 法による予測法が現在のところ最も有効な手段だと考えられている。この手法は主流中に含まれる微小攪乱が流れとともにその振幅を増し、この値がある一定の大きさになったところで遷移が起るとするもので、その簡便性から多くの分野で用いられている。その最も一般的なのは NASA によって開発、市販されている SALLY コードである。これは翼形状や流速などの物理量を与えると比較的簡単に遷移点を予測する

ことができる⁴⁾。

しかしこの SALLY コードにも多くの問題点が存在することが知られており、様々な翼形状に対し正確に遷移点を予測することは困難である。そこで本研究は、より精度良く遷移点を予測するためにこれに代わる新たな遷移予測システムを開発した。予測そのものの基本的手法に e^N 法を用いるという意味で SALLY と同じだが、境界層分布や攪乱波の取り扱いなどの面においてより信頼性の高い方法を用いたところがこのシステムの特色である。

以下において、まず e^N 法について簡単に説明するとともに本研究で採用した計算手法に関する説明を行う。その後計算結果を示し、SALLY コードによる結果と比較しながら本システムの精度を検証する。

2 e^N 法

前述のように、 e^N 法は攪乱の成長を境界層の乱流遷移の発生を目安とするもので、基本的には線形論の範囲内での議論である。数値計算は

- 1) 境界層の速度分布を計算する
- 2) 得られた速度分布を用いて各点で安定性（固有値）を解析する
- 3) 求めた固有値を攪乱の伝播方向に沿って積分するの大きく 3 つのステップに分けられる。以下では各々のステップについて簡単に説明する。

2.1 境界層の速度分布

境界層の速度分布を求める上で最も単純な方法は相対解を用いることである。これは流れ場に境界層近似

¹ 航空宇宙技術研究所

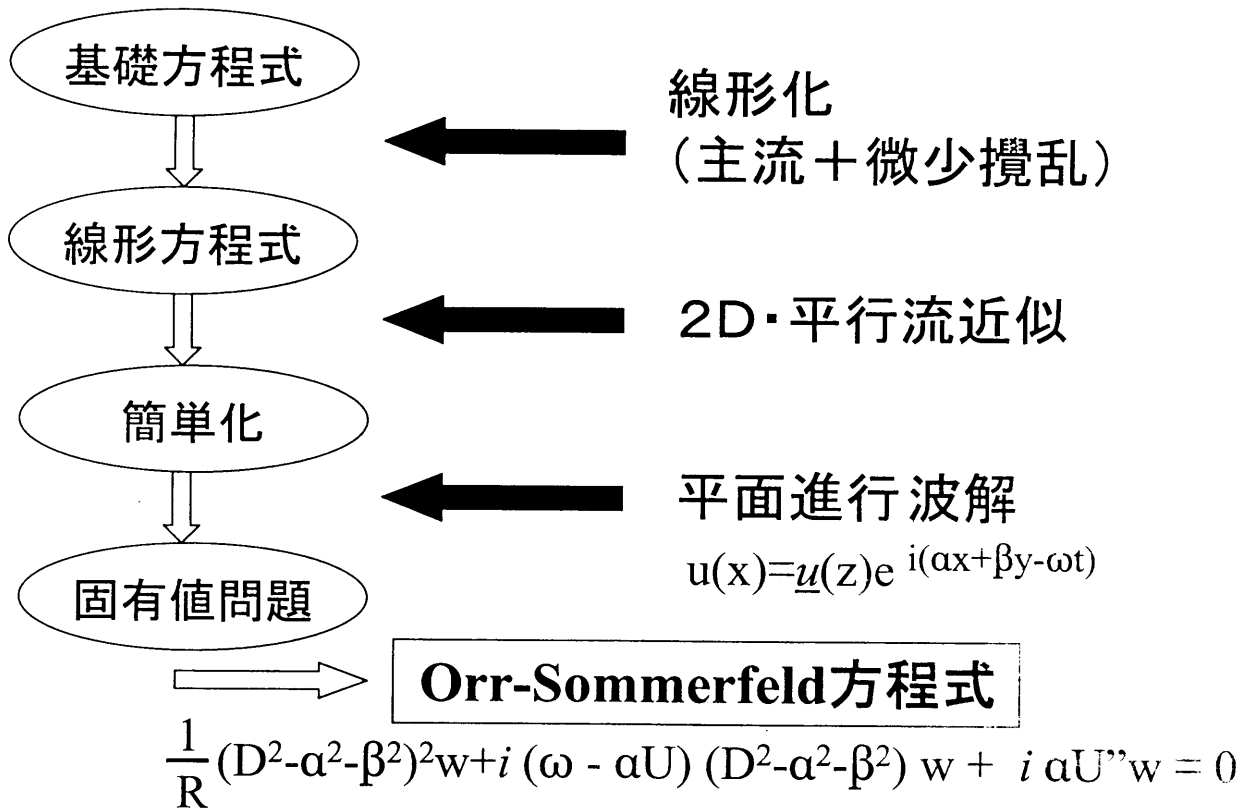


図1 幾つかの近似と Orr-Sommerfeld 方程式

やその他の適当な近似を適用することで得られるもので、Blasius 解などがその代表的な例である。また速度分布の形を 4 次式で近似し、壁表面や無限遠での境界条件を満たすように各係数を決めていく方法もある。更に計算機が発達した今日では、Navier-Stokes 方程式を解いて速度分布を得る方法もよく行われるようになった。本研究ではこの NS コードを用いて速度分布を得る。

2.2 安定性解析と N 値

図 1 に示すように、安定性の解析は基礎方程式の線形化や幾つかの近似の結果得られる Orr-Sommerfeld 方程式と呼ばれる定数係数の常微分方程式の固有値を解くことで行われる。まず Navier-Stokes 方程式を微小攪乱を仮定し線形化する。さらに流れが二次元で平行流であると仮定することで線形方程式がより単純な形になる。最後に攪乱が平面二次元波であると仮定することにより、上述の O-S 方程式が得られる^{5,6)}。ここで x は主流方向、 z は壁面に垂直方向、 y はそれぞれに垂直な方向を示し、 α, β は x, y 方向の波数ベクトルの成分である。この方程式は単純な固有値問題に帰着し、速度分布などの物理量を与えてやることで容易に解くことができる。そして得られた固有値の符号や値によって攪乱の振幅の増減やその成長の早さが予測できる。

次に N 値であるが、この値は攪乱の振幅比を示すものであり、初期振幅と比較してどの程度振幅が増大したかを表す。いま攪乱が時間発展する場合を考える。この場合は α, β をそれぞれ実数とし、 ω を虚数とする。ここで ω の虚部 ω_i は攪乱の振幅増幅率を表す。したがって初期時刻 $t = t_0$ における攪乱の振幅を A_0 とおくと、ある時刻 t における攪乱の振幅 A は $A = A_0 \exp \omega_i t$ となる。これを式に書けば以下のようになり、これを N 値と呼ぶ。

$$\ln(A_t/A_0) = \int_{t_0}^{t_c} \omega_i dt. \tag{1}$$

一般にこの振幅比 N の値が 10 くらいで境界層は乱流に遷移すると言われ、この値を遷移発生の指標にする。ただし普通 N 値は空間発展の場合で定義されるので、上述のような時間発展を計算した場合は以下に示す Gaster 変換⁷⁾と呼ばれる手法によりこれを空間発展に変換する必要がある。

$$\ln(A_t/A_0) = \int_{x_0}^{x_c} \frac{\omega_i}{V_g} dx \equiv N. \tag{2}$$

ここで V_g は攪乱の群速度である。本システムも計算では時間発展を用い、この変換によって空間発展に置き換えている。

2.3 固有値の積分

N 値を計算する上で一番重要な要素は、(2) 式を積分する際の積分路をどう決めるかにある。理想的には流れ場の各点で攪乱の伝播方向を正確に予想し、この方向に沿って積分することだが、実際の計算ではこの伝播方向がよくわからない。この伝播方向を決定する理論は幾つかあるが⁸⁻¹¹⁾、本システムでは攪乱の群速度の方向に積分するという最も単純な手法をとった。

3 計算手法

以上が e^N に基づく安定性解析の一般的な説明だが、この章では本研究で採用した具体的手法の詳細を述べる。

3.1 Navier-Stoke コード

前述のように、本システムは安定性解析の第一ステップにあたる境界層分布の計算に NS コードを用いてこれを得る。基礎方程式は圧縮性も考慮したものを扱い、保存系表示されたエネルギー方程式などを差分化して時間平均定常解を求める。計算格子は C 型メッシュを採用し、これは後退角がある場合についても適用可能なコードになっている。

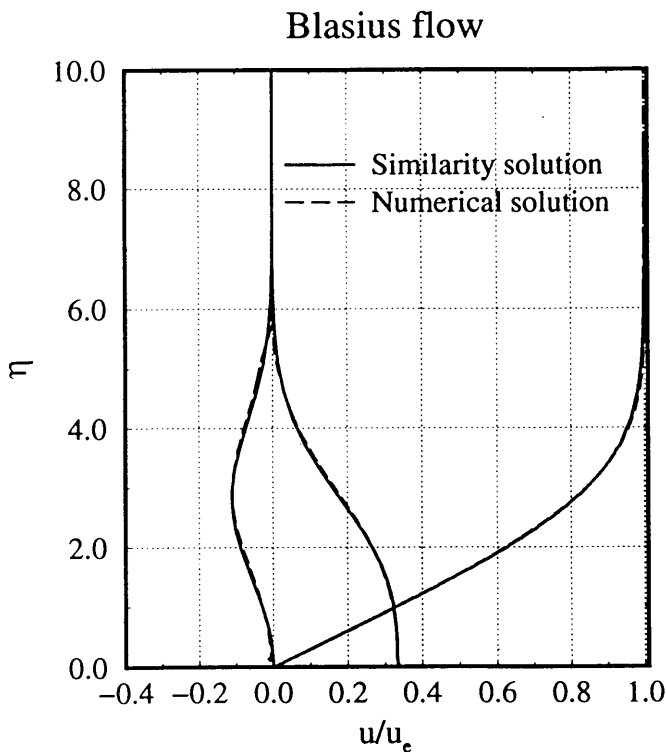


図2 平板境界層 (Blasius 流) の速度分布。破線が NS コードにより得られたもので、実線は厳密解。

図2はこの NS コードを用いて得られた平板境界層 (Blasius 流) の速度分布で、一階微分と二階微分の分布とともに相似方程式から得られる厳密解と比較して示した。この結果をみても、本 NS コードが正しく境界層分布を計算していることがわかる。

3.2 固有値計算

O-S 方程式を解く上で必要になる量は、まず速度分布とレイノルズ数と攪乱の振動数、さらに攪乱の位相速度ベクトルである。速度分布とレイノルズ数は流れ場の条件から NS コードから得てこれに充てる。残る3つについては、まず振動数は任意に与え(調べようとする攪乱の振動数)、位相速度ベクトルは固有値(振幅増幅率)が最大になる値を DO ループでまわして得た。実際には、ほぼ主流方向に近い波数ベクトルを持つ攪乱が最大値を持つことがわかっており、本手法は計算コスト面ではやや無駄があるがあえて広い範囲にわたって計算した。

3.3 SALLY コード

比較のために用いた SALLY コードと本システムの手法の間の大きな差は境界層の速度分布を求めるところにある¹²⁾。本システムが NS コードを用いてこれを得ているのに対し、SALLY コードは円錐流近似などから得られる相似解を用いている。その他の点については両コードともその手法に顕著な差は存在しない。

4 計算結果

以下に本研究で行った数値計算の結果を示す。計算対象は NACA0015 型翼断面を持つ二次元翼で後退角はない。翼弦長と主流速に基づくレイノルズ数は約 10^6 に設定した。図3は翼の断面形状と計算格子の概要を表している。ここで格子点は翼弦方向に 197 点、スパン方向に 33 点、壁面に垂直方向に 97 点とした。このとき、境界層には 50 点前後の格子点が含まれている。

4.1 速度分布

図4に示すのは、 $x/c = 0.6$ における境界層の速度分布の様子で、横軸は速度の大きさ、縦軸は壁からの高さでそれぞれ主流速度と排除厚さで規格化してある。図中には我々の NS コードによって得られた結果と SALLY コードから得られた結果の両方を示してある。これらと比べると、それぞれの手法によって得られる分布形

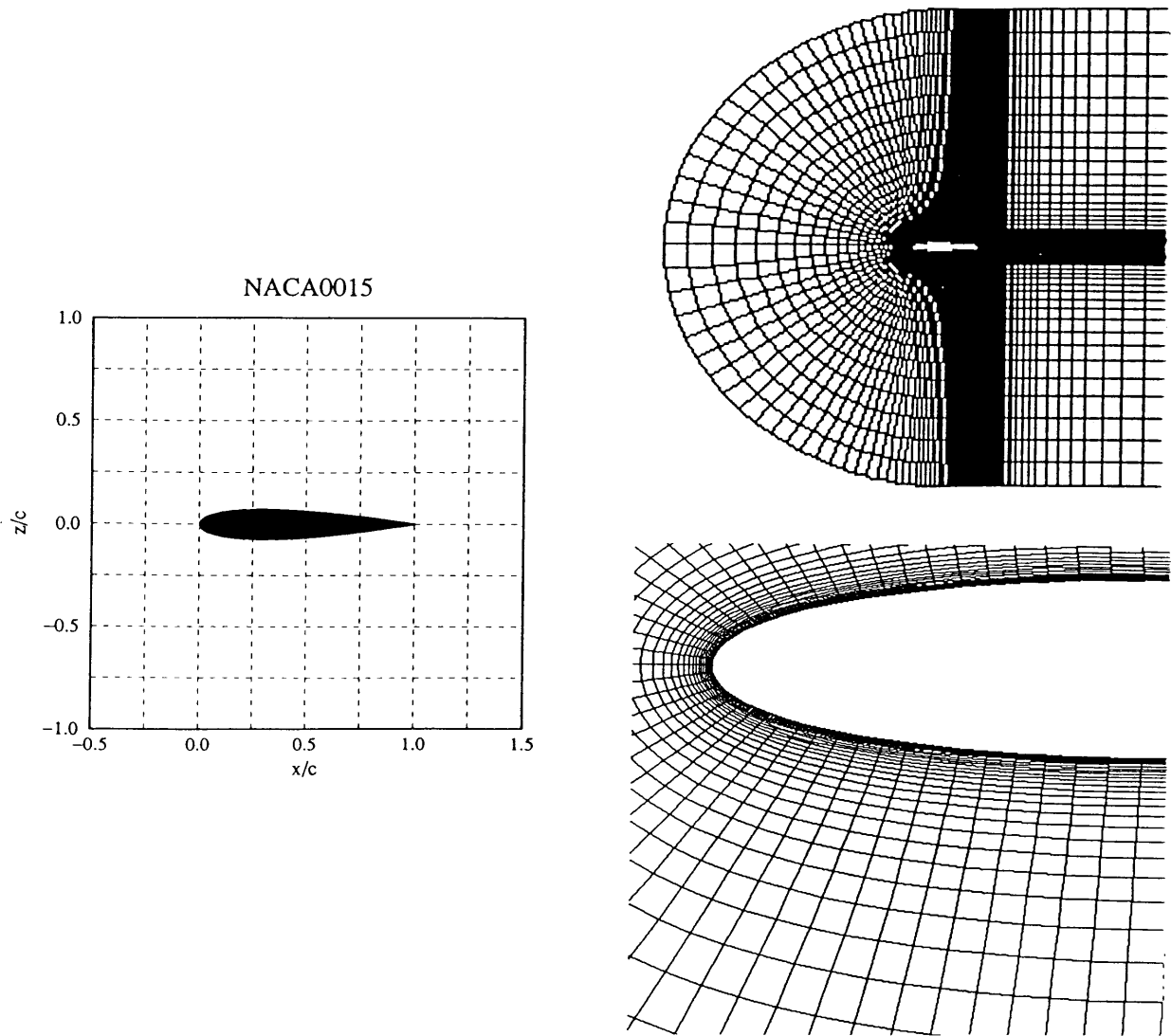


図3 NACA0015 型翼断面と, C 型計算格子.

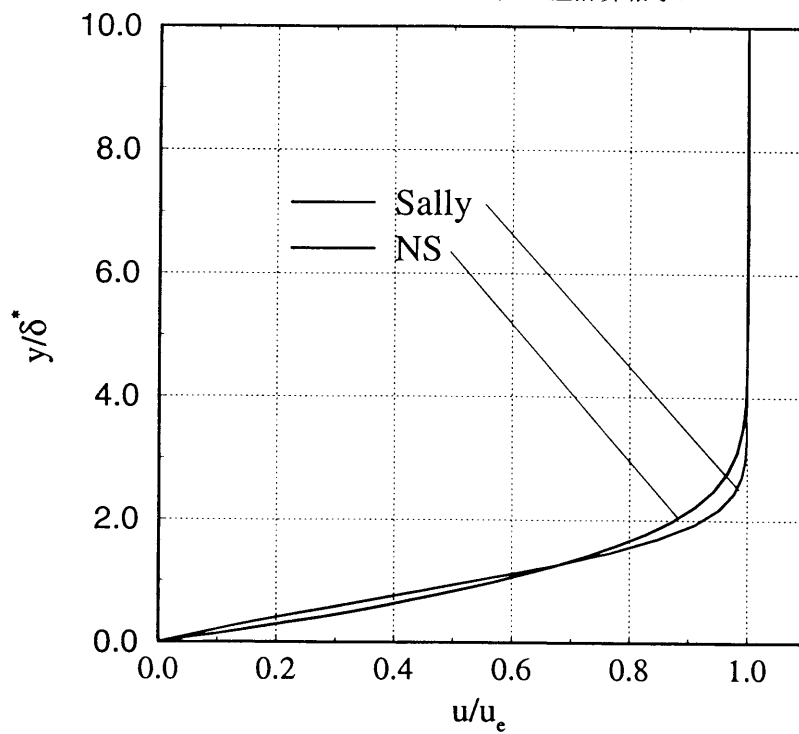


図4 $x/c=0.3$ の点での境界層の速度分布の様子. NS コードによって得られた結果と, SALLY コードによる結果を示す.

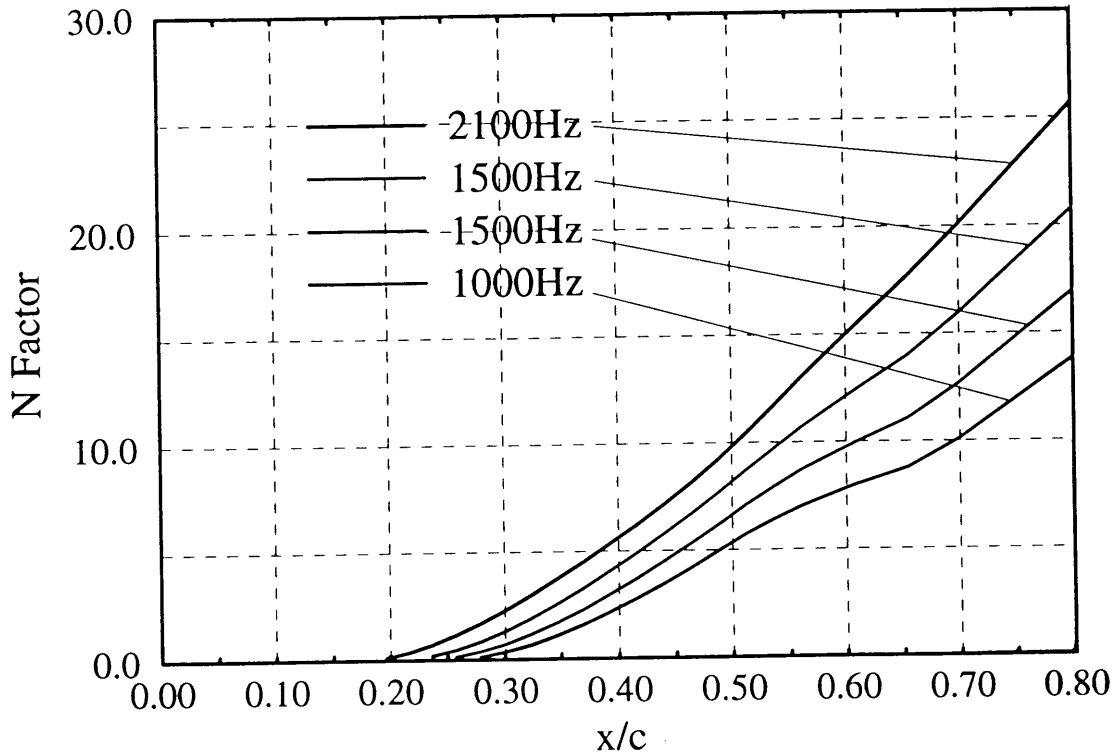


図5 幾つかの攪乱波に対する各翼弦上におけるN値の様子。

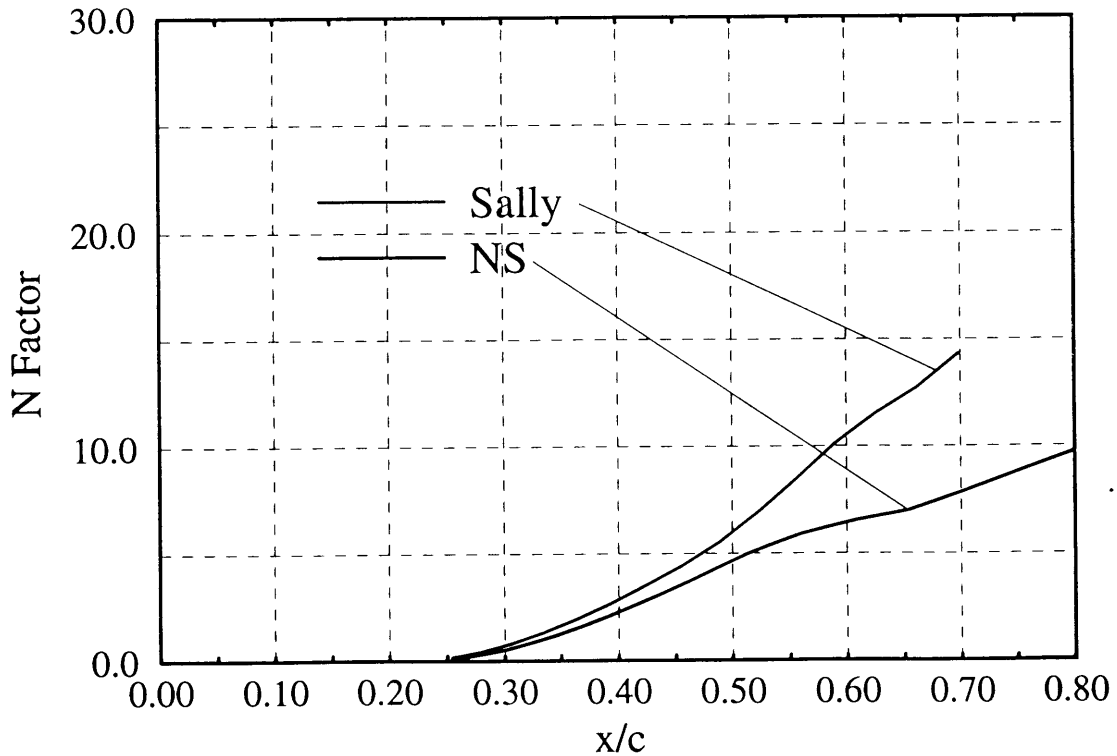


図6 本システムとSALLYコードによる結果の比較。攪乱波は600Hzのもの。

状に微妙な差が存在することがわかる。O-S方程式が速度分布の二階微分まで必要とすることからも、この分布形状の差が安定性の解析を行う上で大きな影響を与えるであろうことが推測できる。

4.2 N値

図5に上の速度分布から計算したN値の結果を示す。横軸は翼弦長で縦軸はN値を表す。これをみると、各振動数をもつ攪乱の振幅は前縁から後縁に向かって増

幅していくことがわかる。またそのときの N 値は、攪乱の振動数の増加とともに大きくなることわかる。ただし普通攪乱の振動数がある一定の値を越えると N 値は逆に減少に転ずる。この計算の場合はその最大値が 2100Hz であり、図にはそれ以上大きな振動数については書かれていない。

SALLY による結果と直接比較するため、それぞれのコードによって得られた N 値の結果を図 6 に示す。ただしこれは攪乱の振動数が 600Hz のものである。明らか境界層計算に NS コードを用いた本システムの方がいずれの翼弦位置においても小さい N 値を算出している。本システムと SALLY コードの間で固有値解析や増幅率の積分過程には大きな差がないことから、この違いは主に速度分布の形状の違いから生ずるものだと考えられる。また SALLY コードは一般的に N 値が大きくなりすぎることが知られているが、小さい N 値を算出している本システムの方がより本来の値に近い結果を与え得ることがうかがえる。

5 まとめ

境界層の乱流遷移を予測するシステムを開発し、既存の SALLY コードによる結果と比較した。計算対象は後退角を持たない NACA0015 型翼断面を持つ二次元翼で、 e^N 法を用いて遷移の発生を予測した。その結果、本システムの方が全体的に N 値が小さくなり、より実験値に近いことが推測された。両コードの計算手法は境界層の速度分布を得る部分を除き、固有値解析や積分方法に著しい差がないことから、計算結果の違いは主に境界層の速度分布の違いからくるものと考えられる。つまり速度分布を相似解から得る手法より NS コードから直接求める手法の方がより計算精度が高くなることがわかった。今後は積分路を実際の攪乱波の伝播方向に近づかせる手法を考案し、計算結果の精度向上につなげたい。

参考文献

- 1) W.S.Saric, *Physical Description of Boundary-Layer Transition: Experimental Evidence*, AGARD-R-793 (1993), 1.
- 2) D.Arnal, *Boundary Layer Transition: Predictions Based on Linear Theory*, AGARD-R-793 (1993), 2.
- 3) H.L.Reed and W.S.Saric, *Linear stability theory applied to boundary layers*, Annu.Rev.Fluid Mech. (1996) 28, pp.389-428.
- 4) A.Srokowski and S.Orszag, *Mass Flow Require-*

ments for LFCWing Design, AIAA Paper 77-1222 (1977).

- 5) 巽友正, 後藤金英; 流れの安定性理論, 産業図書, (1976).
- 6) 伊藤信毅; 境界層の不安定, 流体力学の進歩 遷移・境界層, 谷一郎編, pp.97-137.
- 7) M.Gaster, *A note on a relation between temporally-increasing and spatially-increasing disturbances in hydrodynamic stability*, J.F.M.14 pt.2 (1962), pp.222.
- 8) T.Cebeci, H.H.Chen, D.Arnal and T.T.Huang, *A three-dimensional linear stability approach to transition on wings and bodies of revolution at incidence*, AIAA J.29 no.12 (1991), pp.2077.
- 9) L.M.Mack, *On the stability of the boundary layer on a transonic swept wing*, AIAA Paper no.79-0264 (1988).
- 10) N.Itoh, *Effect of wall and streamline curvatures on instability of 3-D boundary layers*, in *Laminar-Turbulent Transition* (Springer, Berlin) (1995), pp.323-330.
- 11) N.Itoh, *Development of wedge-shaped disturbances originating from a point source in a three-dimensional boundary layer*, Fluid Dyn.Res.18 (1996), pp.337.
- 12) T.Cebeci and P.Bradshaw, *Momentum Transfer in Boundary Layers*, Hemisphere (1977), pp.213-234.