

## チャンネル流遷移の直接シミュレーション

山本稀義<sup>1</sup>、高橋直也<sup>2</sup>、神部勉<sup>3</sup>

### Direct Numerical Simulation of Channel Flow Transition

Kiyoshi Yamamoto<sup>1</sup>, Naoya Takahashi<sup>2</sup>, Tsutomu Kambe<sup>3</sup>

#### Abstract

Laminar-turbulent transition of channel flow is directly simulated on a parallel computer. The simulations are started with initial flows given as the basic flow plus small disturbances with different energy levels for various Reynolds numbers. In the case of supercritical Reynolds numbers, the transition is triggered by two mechanism : one is Tollmien-Schlichting waves growing in the flow when initial disturbances are very small and other is transient growth of stream-wise vortices when initial disturbances are rather large. On the other hand, for subcritical Reynolds numbers, transition is triggered by the transient growth only when initial disturbances are considerably large. It is found that the energy levels of initial disturbances, which can trigger the transient-growth type transition, are proportional to  $-7/2$  power of the Reynolds number.

#### 1. はじめに

次世代航空機の基盤技術である層流制御は翼周り境界層を層流に制御することによって翼の摩擦抵抗を低減し、燃料効率の高い航空機の開発を目指す技術である。航空機の巡航時の全抵抗の約60%は摩擦抵抗であると言われていたが、機体周りの境界層は殆ど乱流であるので、これは殆ど乱流摩擦抵抗である。一般に、乱流の摩擦係数は層流に比べて著しく大きいので、境界層の遷移を制御して層流領域を広くすることが出来れば摩擦抵抗は大幅に低減できる訳である。したがって、この技術を確立するためには、設計段階において予め翼境界層の遷移位置を正確に予測出来ることが不可欠であるが、その方法はまだ世界的にも確立されていない。これには境界層の遷移の基礎的な力学機構がまだ十分解明されていないことが大きな要因となっている。そのため本研究では、複雑な翼境界層の遷移機構を直接計算するのはまだ困難であるので、それと同じ粘性型遷移機構を持つ基本的なチャンネル流の遷移機構を

直接数値シミュレーション(DNS)によって調べた。

チャンネル流が層流から乱流へ遷移する力学機構は理論的には線形安定性理論によって研究されてきた<sup>1)</sup>。すなわち、線形攪乱方程式の固有値問題からトルミーン・シュリヒティング波(TS波と略称)と呼ばれる特別な進行波が不安定になることが導かれ、その増幅率が調べられてきた。その結果、TS波の不安定が発生する臨界レイノルズ数は5772と導かれている<sup>2)</sup>。しかし、実験的にはこれらより遙かに低いレイノルズ数でも乱流の発生する事が知られていて、それについてはTS波不安定では説明が出来なかった。これに対して、近年線形攪乱方程式の非正規性に基づく過渡的増幅(transient growth: TRGと略称)による遷移が重要である事が報告され<sup>3)</sup>、TS波型遷移の亜臨界における遷移を説明する機構として注目されている。ここではこれらのTS波型とTRG型遷移が流れの初期攪乱に如何に依存して実現するかをDNSによって明らかにした結果を報告する。

1)航空宇宙技術研究所、2)電気通信大学

3)東京大学理学部

2. 計算方法の説明

流れの座標系を図 1 のように、基本流  $U$  の方向に  $x$ 、スパン方向に  $y$ 、壁に垂直方向に  $z$  と取る。流れを基本流  $U(z)$  と攪乱  $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$  の和で表し、攪乱  $\mathbf{u}$  については  $x$ 、 $y$  方向に周期性を仮定し、フーリエ級数展開して

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \sum_{k_x} \sum_{k_y} \mathbf{u}(k_x, k_y, z, t) \exp(ik_x x + ik_y y) \quad (1)$$

と表す。ここで、波数  $k_\alpha$  は  $k_\alpha = 2\pi/L_\alpha n_\alpha$  ( $n_\alpha = 0, \pm 1, \dots, \pm N_\alpha : \alpha = x, y$ ) で、計算領域は  $L_x = L_y = 4\pi$  とした。フーリエ成分  $\mathbf{u}(k_x, k_y, z, t)$  はナビエ・ストークス方程式からチェビシエフ・コロケーション法によって計算する<sup>4)</sup>。レイノルズ数  $R$  は  $U_{\max} L_z / 2\nu$  と定義される。ここで  $\nu$  は動粘性係数、 $U_{\max}$  は  $U$  の最大値、 $L_z (= 2)$  はチャンネルの間隔を表す。計算には当所の並列計算機数値風洞が使用された。

3. TS 波型遷移の DNS

DNS は  $\mathbf{u}$  の初期条件をランダムな微小値と与え、それが不安定性によって増幅され、最終的には乱流に遷移する過程を時間的に追跡した。図 2 はチャンネル流の TS 波型遷移過程における主要なフーリエ成分の発達過程を示す。横軸  $t$  は無次元時間、縦軸  $E(k_x, k_y)$  は単位質量当たりのフーリエ成分  $(k_x, k_y)$  のエネルギー (の 2 倍)

$$E(k_x, k_y) = \frac{1}{L_z} \int dz |\mathbf{u}(k_x, k_y, z, t)|^2 \quad (2)$$

を表す。図中の実線は 2 次元攪乱  $E(k_x, 0)$ 、点線は 3 次元攪乱を示す。各フーリエ成分の初期値は

$$E(k_x, k_y) = 10^{-10} \quad \text{for } 0 \leq |k_x|, |k_y| \leq 7 \\ = 0 \quad \text{otherwise} \quad (3)$$

と与えられた。レイノルズ数は 10000 である。時間と共に 2 次元の TS 波  $E(1,0)$  が指数関数的に増幅するが、その増幅率は線形安定理論の計算結果とよく一致する。この TS 波のエネルギーがほぼ  $10^{-4}$  に到達すると、2 次的な非線形不安定性が発生し、それまで安定であった種々の 3 次元攪乱が急速に増幅する ( $t \approx 1700$ ) と共に、流れは急激に乱流に遷移する。この様な遷移過程は流れの初期攪乱が小

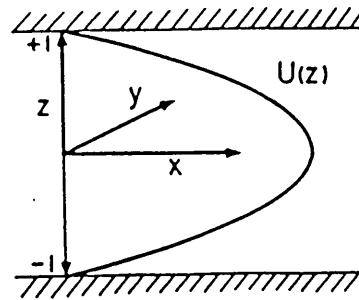


図 1 チャンネル流

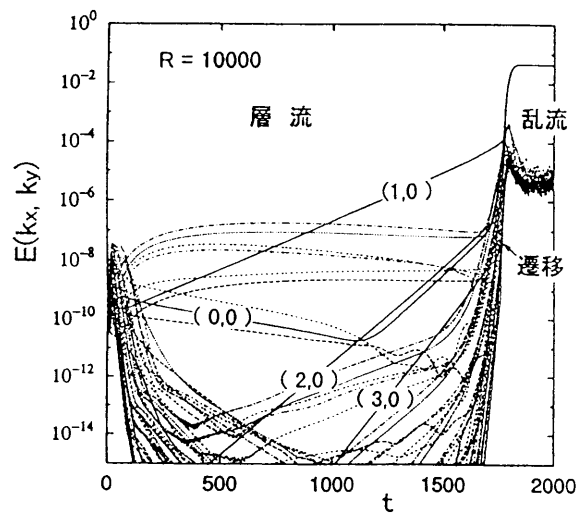


図 2 TS 波型遷移におけるフーリエ成分の発達 ( $R = 10000$ )

さい場合に発生する TS 波型遷移の特徴である。

4. TRG 型遷移の DNS

一方、初期攪乱が大きくなると TS 波不安定以外の不安定性が重要となることが近年報告された<sup>3)</sup>。すなわち、この場合は TS 波の代わりに、流れ方向に軸を持つ縦渦が現われ、それが成長すると共に流れは急激に乱流へと遷移する。この遷移において現れる縦渦の増幅は過渡的 (transient growth) であって、もし、初期攪乱が小さい場合は 2 次的な非線形不安定を誘起するまで発達しないが、大きい場合は非線形不安定を誘起し、乱流に遷移する。図 3 は図 2 と同じレイノルズ数であるが、攪乱の初期値を  $E(k_x, k_y) = 8 \times 10^{-9}$  と大きく与えた場合

のTRG遷移過程におけるモードの発達を示す。図2とはモードの発達過程が全く異なるが、これはTS波とは構造の異なる縦渦が励起された結果である。また、遷移過程の特性時間も図2の場合の約1/10程度と短く、急激な遷移であることがわかる。

一方、レイノルズ数が5000におけるTRG遷移の結果を図4に示す。攪乱の初期値は $E(k_x, k_y) = 10^{-7}$ と与えられた。この場合はTS波型遷移に対しては亜臨界であるので、攪乱の大きさをこれ以下に小さくすると遷移は発生しない。したがって、この遷移機構は従来のTS波型遷移の亜臨界における遷移を説明する機構として重要である。

### 5. チャンネル流遷移の初期攪乱依存性

これらの結果から分かることは、チャンネル流の遷移機構は初期攪乱の大きさに依存して、初期攪乱が大きい場合にはTRG型遷移が発生し、初期攪乱が小さい場合にはTS波型遷移が実現することがわかった。図5は種々のレイノルズ数においてTRG型遷移が実現する場合と実現しない場合の初期攪乱の大きさ $E(k_x, k_y)$ を示す。図中の白丸はTRG遷移が実現した場合を示し、黒丸は実現しなかった場合を示す。また、実線はこれらの結果の近似的な閾値を表し、その勾配はほぼ $R^{-7/2}$ になる結果が得られた<sup>5)</sup>。前述のようにTS波型遷移の臨界レイノルズ数は5772であるので、エネルギーがこの実線より小さくても $R > 5772$ の場合はTS波型遷移が実現する。一方、 $R < 5772$ の場合は乱流遷移は実現しない。この様に、TRG型遷移は従来のTS波型遷移の亜臨界( $R < 5772$ )における乱流遷移の実験結果を説明できる遷移機構である。

これらの二つの遷移機構はチャンネル流に特有のものではなくて、平板境界層のDNSでも同様に実現する結果が得られている<sup>6)</sup>。したがって、翼境界層でも実現すると考えられる。特に、TRG型遷移に現れた縦渦は、翼境界層において気流の乱れや壁面荒さが大きい時に発生する縦渦との類似性が注目される。

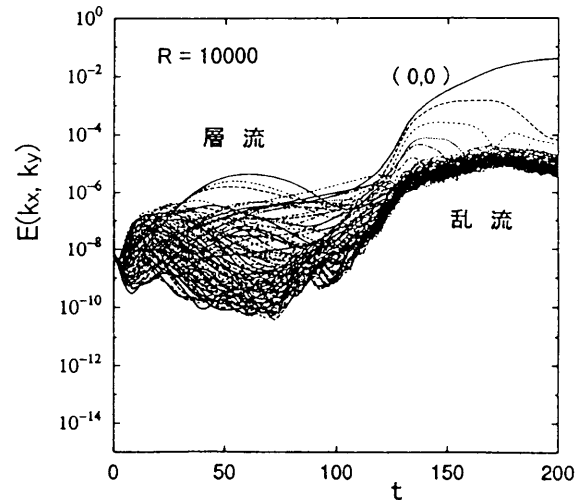


図3 TRG型遷移におけるフーリエ成分の発達 ( $R = 10000$ )

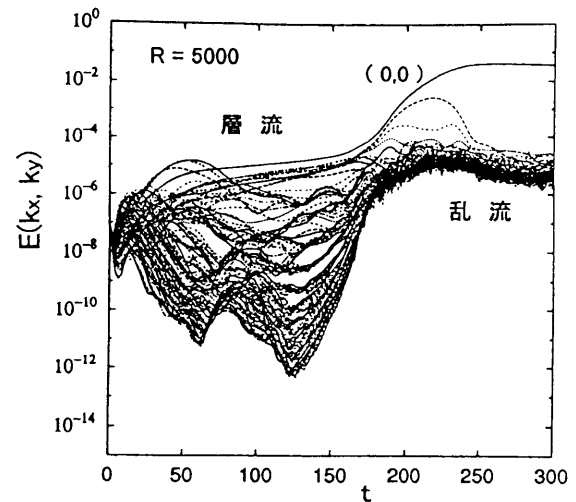


図4 TRG型遷移におけるフーリエ成分の発達 ( $R = 5000$ )

## 6. むすび

翼面境界層の遷移機構を解明するためそれと同じ粘性型遷移機構を持つチャンネル流の遷移過程のDNSを実施した。その結果、初期攪乱が小さい場合は従来のTS波型の遷移が実現するが、初期攪乱が大きい場合は流れ方向に軸を持つ縦渦の過渡的増幅による transient growth 型遷移が実現することが分かった。後者は従来のTS波型遷移の亜臨界レイノルズ数における遷移の実験結果を説明するものとして注目されている。

## 参 考 文 献

- 1) Drazin, P.G. and Reid, W.H.: *Hydrodynamic Stability* ( Cambridge Univ. Press, 1981).
- 2) Orszag, S. A.: *J. Fluid Mech.* Vol.50 (1971) 689.
- 3) Trefethen, L.N. et al: *Science*, Vol. 261 (1993) 578.
- 4) 山本稀義、高橋直也、神部勉：航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム '98 論文集、航空宇宙技術研究所特別資料 SP-41 (1998) 277.
- 5) Lundbladh, et al: in *Transition, Turbulence and Combustion* (eds. Hussaint, M.Y. et al, Kluwer, 1994) 306.
- 6) 高橋直也、山本稀義、神部勉：日本流体力学会年会 '99 講演論文集 (1999) 279.

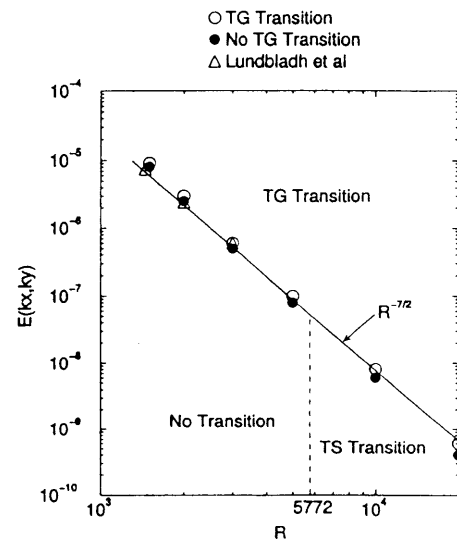


図5 TRG型遷移が実現する初期攪乱エネルギー

○ はTRG遷移が実現した場合、  
● は実現しない場合を示す