

回転体まわりの三次元境界層の不安定性について

小 濱 泰 昭*

Criteria for Onset of Boundary-Layer Transition on Spinning Bodies

by

Yasuaki KOHAMA
Tohoku University

ABSTRACT

Boundary-Layers on spinning axisymmetric bodies become unstable much earlier than two-dimensional cases owing to centrifugal, or crossflow instabilities. There is no reliable parameter up to now with which the onset condition of turbulent transition is predicted. Considering local flow conditions on a spinning cone, together with Görtler instability condition on a concave wall, criteria for the onset condition on spinning bodies is discussed.

Keywords: transition prediction, non-dimensional parameter, 3-D boundary-layer transition, instability

1. はじめに

物体が流れに対して傾いているか壁面がわん曲しているか、又は回転している場合、流線が外力によりわん曲し、その結果境界層は2次元の平板境界層の場合より早期に不安定となり乱流遷移する事が知られている。いわゆる3次元境界層の乱流遷移の問題である。これまでこの分野の研究は個々のケースごとの研究のみしか研究されてきておらず、1つの不安定性について種々の異なるモデルを用いて研究するというような一貫した研究はほとんど存在しない。加えて不安定の発生基準を正しく与えるパラメータも存在していない。ここでは、回転円錐体を研究対象として凹面壁上のゲルトラー不安定性を参考にしながら不安定性の発生基準につき考察している。

2. 不安定性の吟味

2.1 主流が存在しない場合

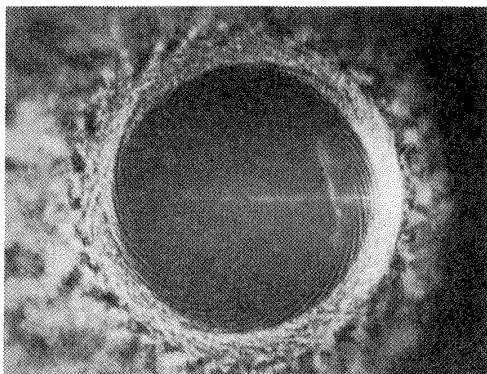
前述したように、傾斜体、わん曲面体、回転体まわりの境界層は2次元の平板境界層の場合に先んじて不安定になる。歴史的にこれらの流れ場に発生する不安定渦はテイラー渦¹⁾、ゲルトラ渦²⁾、横流れ渦³⁾、らせん渦⁴⁾などと別個の不安定性として研究されてきている。しかし流れ場の物理的な力のバランスを考えると、これら3次元境界層に発生する不安定性は、“流線が空間的に湾曲しているために境界層の内外で遠心力の大きさに差が生じる結果生まれる不安定性”というふうに統一して定義できそうである。

回転円錐体を例に考えるとき、全頂角 2ϕ が 180° のときは回転円板に帰着し、臨界レイノルズ数は $Re_c = r_c^2 \omega / \nu = 8.8 \times 10^{45}$ である。ここに r_c は不安定が発生する位置における円板の半径である。全頂角 $2\phi=0^\circ$ のときは回転円柱に帰着し、その際

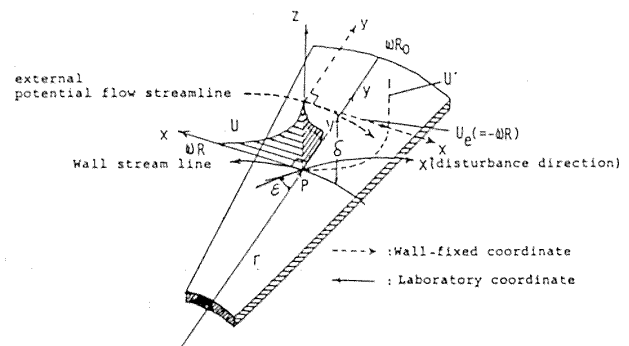
* 東北大学工学部

の臨界レイノルズ数は極めて小さく10程度の値をとる⁶⁾といわれている。このことは、 2φ の両極限では異なる不安定性が生じていることを暗示している。遠心力が壁に平行に働く場合($2\varphi=180^\circ$, 円板)は横流れ不安定であり、垂直に働く場合($2\varphi=0^\circ$, 円柱)は遠心力不安定と考えられる。凹面上の境界層は遠心力と粘性力の比からつくられたゲルトラ数 $G (=U\theta/\nu(\theta/R)^{\frac{1}{2}})$ の値が0.6~1.0に臨界値が存在する⁷⁾。図1(a)~(c)に凹面壁と回転円板、回転円柱の場合の流れの様子を示す。

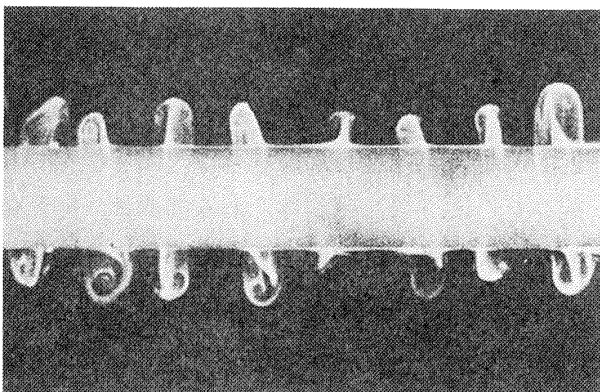
ゲルトラ数の定義に於いては壁面に直角な壁面の曲率半径 R を代表長さにとっているが、物理的には境界層外縁の流線の曲率半径をとった方が合理的であり、かつ回転体との対応もつけられる。すなわち r として図2(a)~(c)に示すように境界層外縁の流線の曲率半径を用いてゲルトラ数と同様のパラメータを考え新たに $C=r\omega\theta/\nu(\theta/r)^{\frac{1}{2}}$ を導入すると、異なるモデルの境界層の不安定性を統一して説明することが出来る。回転円板の場合には回転半径がその位置での流線の曲率半径になる。



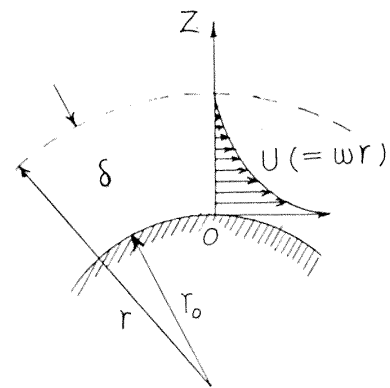
(a) 回転円板⁵⁾



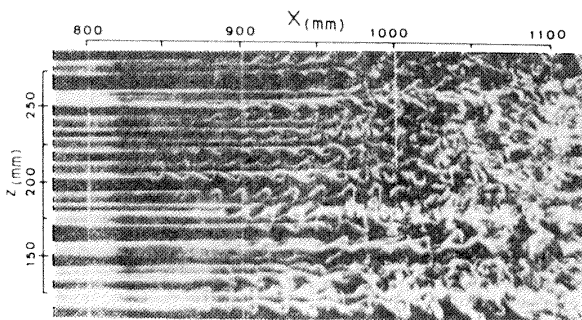
(a) 回転円板



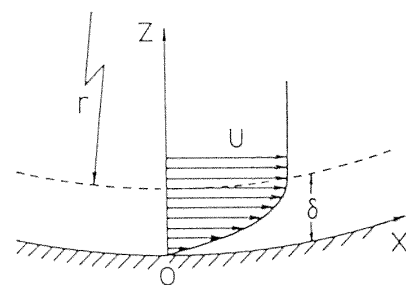
(b) 回転円柱⁹⁾



(b) 回転円柱



(c) 凹面壁⁸⁾



(c) 凹面壁

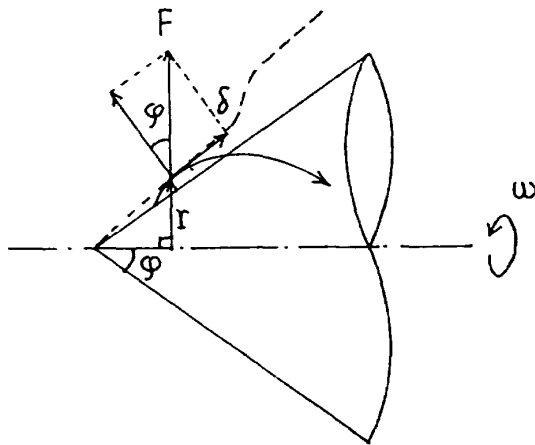
図1 3次元境界層における境界層遷移

図2 局所流れ場の対比

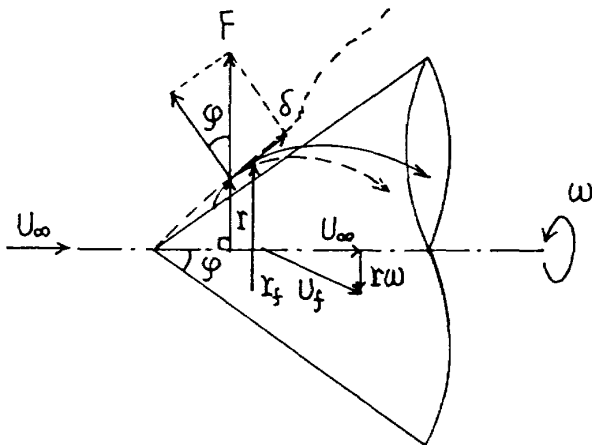
ゲルトラ不安定と横流れ不安定の対応については既に別報(10)で示しているのここでは省略する。 $0^\circ < 2\varphi < 180^\circ$ の範囲では従って横流れ不安定と遠心力不安定が共存していることになる。図3(a), (b)に円錐体表面の流線に作用する遠心力 F を示す。壁固定の座標系で考えている。このうち、壁に平行な成分を F_1 、直角な成分を F_2 とすると

$$F = \frac{\rho(r\omega)^2}{r}, \quad F_1 = F \sin \varphi, \quad F_2 = F \cos \varphi$$

となる。パラメータをそれぞれ C_1, C_2 とすると、 $C_1 = C \sin \varphi, C_2 = C \cos \varphi$ となりそれぞれにしきい値(ここではかりに、 M, N とする)が存在し、任意の円錐体の場合 C_1, C_2 のうちのいずれか一方がこのしきい値に達すれば、その不安定性が優位に働いて不安定が成長するという判断が出来る。図4に 2φ を変化させたときの Re_x の変化を示し



(a) 主流が無い場合 ($S = \infty$)



(b) 主流が有る場合 ($0 < S < \infty$)

図3 回転円錐体まわりの流れ

ているが、データは $2\varphi = 30^\circ \sim 60^\circ$ あたりで急に变化しており、この付近で横流れ不安定と遠心力不安定の優位性が逆転するように見える。

2.2 主流が存在する場合

主流 U_∞ が存在する場合、 C_1, C_2 を求める上で r の決め方が問題になる。定性的には図2(b)に示すように、主流によって流線の曲率は弱められるので r は大きくなる傾向にある。そして流速も増大する。 $S = r\omega/U_\infty$ とし、主流がある場合の半径と流速をそれぞれ新たに、 r_f, U_f とすると、

$$r_f = r \left(1 + \frac{1}{S}\right), \quad U_f = \sqrt{U_\infty^2 + (r\omega)^2}$$

$$= \sqrt{\left(1 + \frac{1}{S}\right)^2}$$

と近似することができる。従って

$$C_1 = \frac{U_f \theta}{\nu} \sqrt{\frac{\theta}{r_f} \sin \varphi}, \quad C_2 = \frac{U_f \theta}{\nu} \sqrt{\frac{\theta}{r_f} \cos \varphi}$$

と書くことができる。

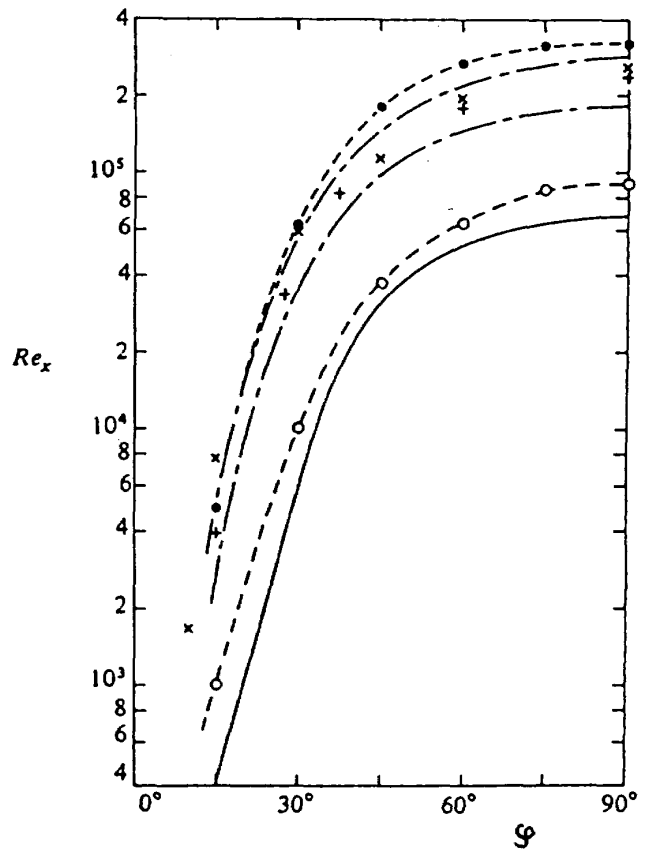


図4 臨界レイノルズ数の全長角に対する変化⁶⁾
($Re_x = \omega x^2 \sin^2 \varphi / \nu$)

3. おわりに

回転軸対称体の代表として任意の全頂角 (2φ) の円錐体を考え、その上に成長する境界層の不安定性を規定するパラメータを簡単に求めてみた。以下にまとめておくが、今後はこれらのパラメータの有効性を調べるために、実験によりしきい値 M , N を正確に求め、かつ理論解析からこれらのパラメータが本質的に正しいものかどうかを調べてみる必要がある。

$$\text{横流れパラメータ } C_1 = \frac{U_f \theta}{\nu} \sqrt{\frac{\theta}{r_f} \sin \varphi}$$

(しきい値 M)

$$\text{遠心力パラメータ } C_2 = \frac{U_f \theta}{\nu} \sqrt{\frac{\theta}{r_f} \cos \varphi}$$

(しきい値 N)

ここに

U_f ; 境界層外縁の流速

$$\left(\sqrt{U_\infty^2 + (r\omega)^2} = \sqrt{1 + \left(\frac{1}{s}\right)^2} \right)$$

θ ; 境界層の運動量厚さ

ν ; 動粘性係数

r_f ; 境界層外縁流線の回転軸に直角な方向の

$$\text{曲率 } \left(= r \left(1 + \frac{1}{s} \right) \right)$$

φ ; 円錐体半頂角

S ; 回転速度比 ($= r\omega/U_\infty$)

4. 参考文献

- 1) G. I. Taylor : Phil. Trans. A223, (1923), 289-343.
- 2) H. Görtler : ZAMM Vol.21 (1941), 250-252.
- 3) Y. Kohama, F. Ohta and K. Segawa : Laminar-Turbulent Transition, D. Arnal, R. Michel Eds., Springer-Verlag (1989), 439-440.
- 4) R. Kobayashi, Y. Kohama and M. Kurosawa : J. Fluid Mech., Vol.127 (1983), 341-352.
- 5) R. Kobayashi, Y. Kohama and Ch. Takamada : Acta Mech. Vol.35 (1980), 71-82.
- 6) R. Kobayashi, H. Izumi : J. Fluid Mech., Vol.127 (1983), 353-364.
- 7) Th. Theodorsen, A. Regier : NACA Rep. 793 (1944), 367-384.
- 8) 伊藤 光 : 航空宇宙学会誌, 25巻, 283号 (1977), 390-394.
- 9) S. Taneda : Prog. Aerosp. Sci. Vol.17 (1977), 287-348.
- 10) Y. Kohama, S. Davis : ASME FED-Vol. 114 (1991), 109-114.