

# 航空力学における逆問題とその解法

高梨 進\*

Numerical Solution of Inverse Problem in Aerodynamics

by

Susumu Takanashi

National Aerospace Laboratory

## ABSTRACT

One of the most important inverse problems in aerodynamics is defined as the problem of finding the wing section contour given the desired surface pressure distribution for a fixed wing planform. This problem can be solved by the 'residual-correction' method based on the transonic integral equations. In this paper, some of the recent applications of the integral equation method using various analysis codes including Navier-Stokes codes is presented.

### 1. 逆問題とは

逆問題とは何かに答えるためには、まずそれに対比する言葉としての順問題とは何かを明らかにしておかなければならない。順問題あるいは正問題とは、原因を知って結果を導き出すこと、数学的にはある自然現象を支配する方程式を適当な初期・境界条件の下に解くことと定義してもよい。例えばニュートンの運動方程式を用いて惑星の運行を決定する問題はその典型的なものである。一方、逆問題とは、順問題における因果の向きを逆転させたものである。上の例でいえば、天体の観測データから、その運行を支配する法則を見出すことである。この例からもわかるように、逆問題を解くことは順問題を解くことよりも遙かに難しい場合が多い。しかも、一般に逆問題の解は存在するという保障はなく、定式化さえされていない場合が殆どである。

航空力学における逆問題の最も代表的なものは、航空機の機体表面の圧力分布を与えて機体形状を逆算することである。これは航空機の設計者にとっては非常に重要である。設計者は形状を与える代わりに、圧力分布を与えることによって、機体の揚力、モーメント、抵抗を容易に指定できるからである。

\*航空宇宙技術研究所

### 2. 翼の逆解法設計

指定圧力分布から翼断面形状を見出す方法は、大別して三つある。第一は速度分布あるいは圧力分布を Dirichlet 境界条件として与えてポテンシャル方程式あるいはオイラー方程式を解いて断面形状を決定する方法であり、与えられた圧力分布が適切なら解は収束するが、一般には任意指定圧力分布に対して解が存在する保障はない。したがって、解は収束しないで振動する。第二の方法は、流れ解析コードと最適化コードを交互に反復使用して圧力残差（目標圧力分布と計算圧力分布の差）が最小になるように翼断面形状を逐次修正する方法であり、一般性はあるが形状が複雑になると、多大な計算時間を必要とする。第三の方法は、簡単な流れの数値モデルを考え、このモデルを仲介として圧力残差を最小にする方法であり、モデルを適切に選ぶと、非常に短時間に翼を設計することが可能である。ここでは第三の方法による翼設計法について述べる。

### 3. 翼設計手順

与えられた圧力分布から、それを実現する翼断面形状を導き出す手順を図1に示す。まず、適

当な初期翼  $f$  を仮定し、流れ解析コード ANALYSIS を用いて  $f$  に対する圧力分布  $C_{PA}$  を求める。この  $C_{PA}$  は実現したい圧力分布  $C_{PT}$  とはもちろん異なっている。この二つの圧力分布の差を  $\Delta C_P (= C_{PA} - C_{PT})$  とおく。この  $\Delta C_P$  をゼロにするように初期翼  $f$  を修正したいわけであるが、それには与えられた  $f, C_{PA}, \Delta C_P$  から修正量  $\Delta f$  を導き出すなんらかの手段 (DESIGN) が必要である。ここでは遷音速微小攪乱理論に基づく積分方程式<sup>1)</sup>を用いる。 $\Delta f$  はこの積分方程式の解として近似的に求めることができる。このようにして第一近似解 (翼断面形)  $f + \Delta f$  が得られる。この新しい翼に対して ANALYSIS を使って再び  $\Delta C_P$  を求め、DESIGN によって  $\Delta f$  を求めて第二近似解を得る。この操作を解が収束するまで、即ち  $\Delta C_P = 0$  となるまで反復すれば、最終的に  $C_{PT}$  を実現する翼断面形  $f_T$  が得られる。もちろん、数学的にも、物理的にも完璧に  $\Delta C_P = 0$  となるような解は一般には存在しない。設計問題では、求めるべき解は厳密解ではなくむしろ  $\Delta C_P \approx 0$  となる近傍解あるいは最適解なのであり、実用上もそれで十分である。ANALYSIS が Navier-Stokes コードの場合にはその事が一層強調される。

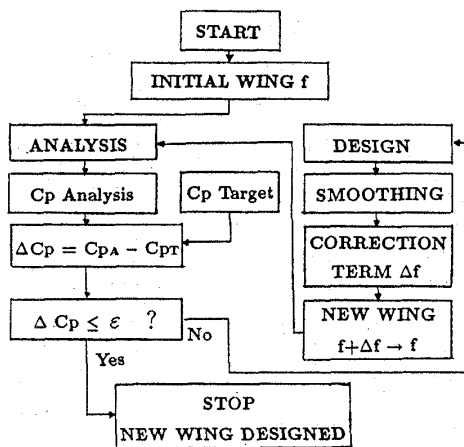


図1. 設計手順

4. 適用例

現在までに、積分方程式法に基づく翼設計法<sup>1)</sup>は、さまざまな人達によって、さまざまな解析コードを用いて、さまざまな翼形状に適用されてきた。1980年代前半から1990年まで

になされた設計例が文献2に集大成されており、積分方程式法の長所・短所の評価は一応定着したように思われる。したがって、ここでは主として最近の成果、特に ANALYSIS として Navier-Stokes コードを用いた例を紹介したい。世界的にも Navier-Stokes 方程式を用いた三次元翼の逆解法は、著者の知る限り本方法を除いては皆無だからである。

図2は J. Hua らの文献3から引用した二次元層流翼型の設計例である。使用解析コードはポテンシャル方程式に境界層補正を施したものであり、層流から乱流への遷移点判定もコードに組み込まれている。図からわかるように、目標圧力分布 TARGET は 60% chord 付近に衝撃波をもち、しかも初期圧力分布 INITIAL は TARGET とは程遠いにも拘らず、わずか5回の iteration によって解析コードによる圧力分布は TARGET に完全に一致している。設計翼の下面遷移点は大幅に下流に後退し、広い層流領域が実現されている。この二次元層流翼を三次元等圧線設計に適用した例が図3である。10% から 80% Semi-Span の間では同一の圧力分布 (直線的等圧線) が6回の iteration で実現されている。また、この三次元層流翼に対する実験的検証もなされており、圧力分布、遷移点位置に関し満足すべき結果が得られていることが報告されている。

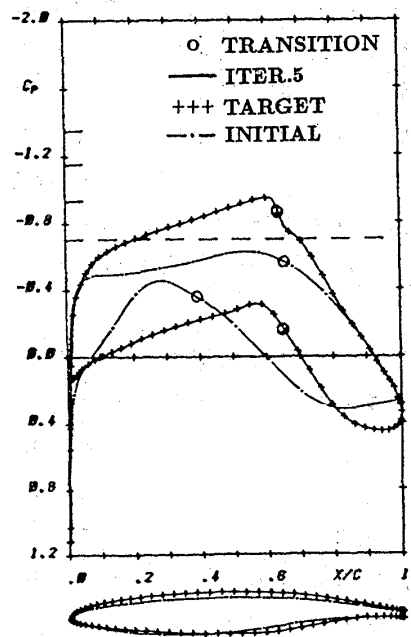


図2. 二次元層流翼の設計 (M=0.72)

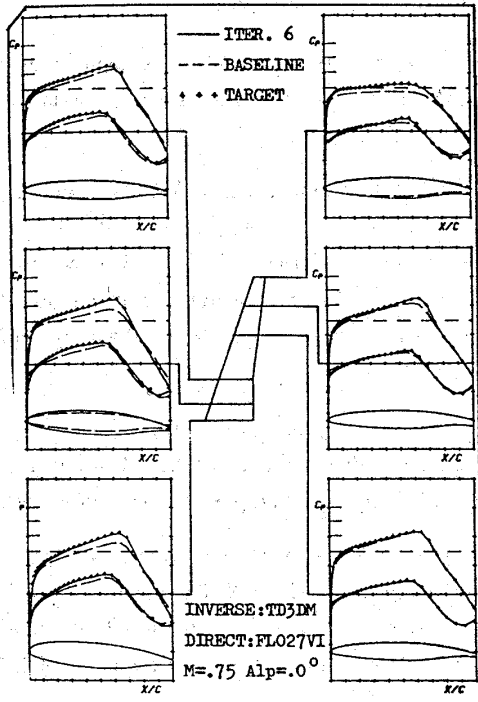


図3. 三次元層流翼の設計 (M=0.75)

更に、J. Hua らは前進翼にも積分方程式法を適用し、iteration 4 回で TARGET の圧力分布が実現されたことを報告している。

図4は Hirose らによる設計例<sup>4)</sup>である。ANALYSIS としては Reynolds 平均 Navier-Stokes 方程式を用いている。iteration 10 回で shock-free の圧力分布が実現されている。

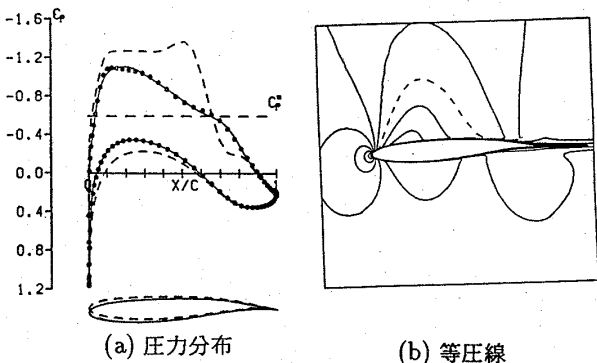


図4. 二次元衝撃波なしの翼の設計

図5は三次元 Navier-Stokes コード<sup>5)</sup>を ANALYSIS として用いた例であるが、アスペクト比2の短形翼の中央断面における初期翼と初期圧力分布 (a) と iteration を1回だけ行った後の翼断面と解析圧力分布 (b) が示してある。目標圧力分布はほぼ実現されているとよいである

う。設計翼は初期翼にくらべてかなり迎角が大きくなっている。

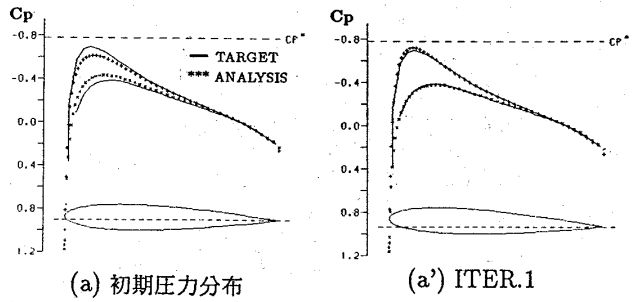


図5. 三次元矩形翼の設計 (M=0.7, y=0.16)

次に、翼面上に大きな超音速領域をもつ場合を考察する。図6に示すように、翼平面形はアスペクト比2で非常に大きな後退角とデーバー比をもつ。19%セミスパンにおける初期翼と初期圧力分布 (点線) および目標圧力分布 (実線) が図6 (b) に示されている。初期圧力分布は非常に強い衝撃波をもつが、この衝撃波を弱めるために勝手に圧力分布を修正したものを目標圧力分布として選んだ。iteration の回数を増していくにしたがって計算圧力分布はたしかに目標圧力分布に近づいていくが iteration 4 回以上では解は殆ど進展しなくなる。つまり、収束しないのである。この状況を図6 (b') に示す。第3節でも触れたように、逆問題は必ずしも解をもたない、特に超音速領域が存在する場合には一層解をもち難い。これがその一つの例である。しかし、衝撃波をできるだけ弱め抵抗を減らすという本来の目的はある程度達せられたといえる。何故なら、初期翼ではこの断面の抵抗係数は  $C_D = 0.0303$  であったのに対し、設計翼では  $C_D = 0.0178$  となり抵抗は大幅に減少したからである。

図6 (c),(c') はそれぞれ99%セミスパンにおける初期翼、初期圧力分布と iteration=5 における設計結果の比較である。設計断面は非常に奇妙な形をしているが、これはこの断面が翼端に極めて近く圧力分布のわずかな相違が形状を大きくかえるという逆問題特有の ill-posedness によるものであり、翼根、翼端でこの ill-posedness が特に顕著に現れる。それはとにかくとして、この断面では目標圧力分布が実に良く実現されて

いるのが不思議である。

### 参考文献

1. Takanashi, S., "Iterative Three-Dimensional Transonic Wing Design Using Integral Equations," J. Aircraft, Vol.22, No.8, 1985.
2. Fujii, K. and Takanashi, S., "Aerodynamic Aircraft Design Methods and Notable Applications - Survey of the Activity in Japan -," Proc. 3rd International Conference on Inverse Design Concepts and Optimization in Engineering Sciences, Washington, D.C., 1991.
3. Hua, J., Yang, Q.Z., and Zhang, Z.Y., "Numerical Design Methods for Transonic NLF Configurations," Proc. 30th Aircraft Symposium, Tsukuba, 1992.
4. Hirose, N., Takanashi, S., and Kawai, N., "Transonic Airfoil Design Based on Navier-Stokes Equation to Attain Arbitrary Specified Pressure Distribution - an Iterative Procedure," AIAA Paper 85-1592, 1985.
5. Takanashi, S., Matsushima, K., and Fujii, K., "Numerical Simulation of Supersonic Flows Past a Space-Plane," Proc. 16th ISTS, Sapporo, 1988.

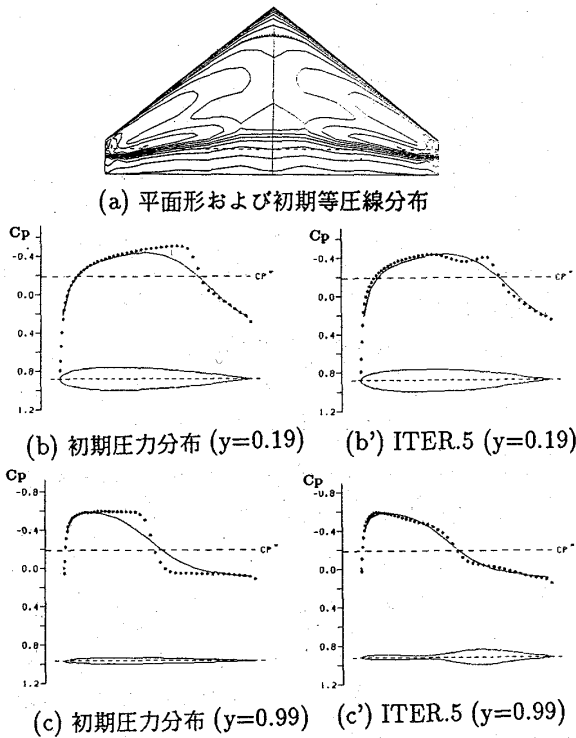


図6. 三次元後退翼の設計 ( $M=0.9$ )

### 5. むすび

積分方程式に基づく翼設計法の概念と実際にそれを用いて設計した翼の例をいくつか示した。特に本方法では流れ解析コードとして何を使ってもよいのが最大の特長であり、ここではその利点を活してANALYSISとしてNavier-Stokesコードの使用を試み、本方法の有効性が確認された。広い超音速領域をもつ場合、与えられた速度分布をもつ解は一般には存在しないが、それに近い圧力分布をもつ翼は存在し、抵抗を減少させる一つ的手段として逆解法は非常に有効であることが示された。

### 6. 謝辞

Navier-Stokesコードおよび逆解法コードWINDESの運用には松島紀佐氏(富士通)並びに武元雅美氏の御協力を戴いた。ここに記して感謝の意を表します。