

矩形ダクト流遷移の数値シミュレーション

山田 竜也* 細川 巖* 山本 稀義**

Numerical Simulation of Laminar-Turbulent Transition in a Rectangular Duct Flow

Tatsuya YAMADA and Iwao HOSOKAWA
University of Electro-Communications

Kiyoshi YAMAMOTO
National Aerospace Laboratory

ABSTRACT

Numerical simulation of laminar-turbulent transition in a rectangular duct flow is made using a spectral method. Aspect ratio of the duct is fixed to unity, in which case the flow has been known to be stable from the linear stability calculation and this is in contrary with the experimental observation. It is obtained from the simulation that two-dimensional secondary flow occurs when Reynolds number of the flow is 2750, and three-dimensional turbulent flows occur when the Reynolds numbers are greater than 3000.

Key Words: numerical simulation, rectangular duct flow, transition

1. はじめに

矩形ダクト流は工学上重要な基本的剪断流であるが、その乱流への遷移機構は未だ未知のところが多く、これを解明する事は実用上も重要な事である。

様々な研究に於いてそうであるように、ダクト内流れの遷移研究も、従来は実験と理論計算が主であったが、近年は数値シミュレーションが盛んになり、実験とも合う結果が得られる様になって来た。

ダクト内流れの遷移に関する理論として線形安定理論がある。これは基礎方程式中の非線形項を無視できるものとして導かれるが、その結果として以下の事が得られている。アスペクト比が無限大の極限において、ダクト内流れは平面ポワゼユ流に一致するが、この場合の臨界レイノルズ数は5772である事が知られている¹⁾。一方、アスペクト比が1の場合においては、円管内の Hagen-Poiseuille 流と同じ様に安定である結果が得られている。巖と吉村²⁾によると線形安定論的に不安定が生ずるアスペクト比の下限は

3.2 と推定されている。他方実験的にはアスペクト比が1でも遷移が起こるので、これは非線形な効果による遷移と考えられている。ここではアスペクト比が1の矩形ダクト流に生ずる乱流遷移を数値シミュレーションによって調べた結果を述べる。

2. 数値計算の説明

流れの座標系を図1のようにダクトの軸方向に x 軸、鉛直方向に z 軸、これらに垂直に y 軸をとる。計算領域を L_x, L_y, L_z と取り、 $y = \pm L_y/2, z = \pm L_z/2$ をダクト壁とする (アスペクト比を1にするため $L_y = L_z$ と定義する)。流れの速度をそれぞれ基本場 $U(y, z)$ と変動成分 $\mathbf{u}(x, t)$ の和で表すと、 \mathbf{u} の方程式はナビエ・ストークス方程式から以下のように得られる。

$$\begin{aligned} \mathbf{u} &= (u, v, w) \\ \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} &= \frac{1}{Re} \nabla^2 \mathbf{u} \\ &\quad - (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} - (\mathbf{u} \cdot \nabla) U \\ &\quad - (U \cdot \nabla) \mathbf{u} - \nabla p \end{aligned}$$

ここで、 U は矩形ダクト流の定常解、 p は圧力場、 Re はダクトの高さと平均流速で定義されるレイノルズ数を表す。

* 電気通信大学

** 航空宇宙技術研究所

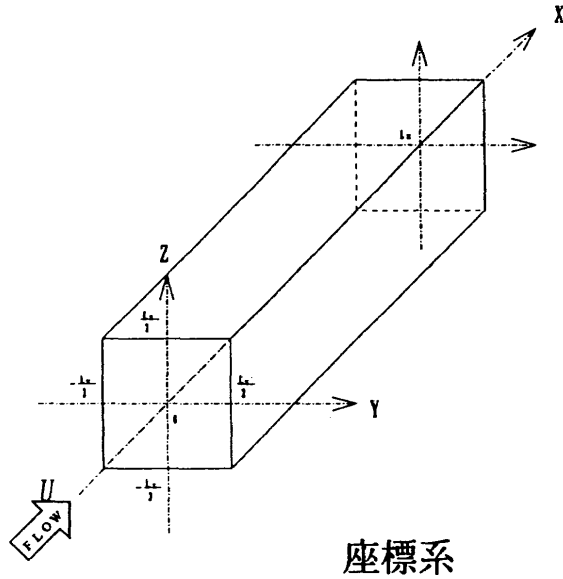


図1 流れの座標系

数値計算は u をフーリエ級数で

$$u(x, t) = \sum u(k, t) \exp(ik \cdot x)$$

と展開し、 $u(k, t)$ の初期条件に微小攪乱 (エネルギーで 10^{-12}) を与えた場合の $u(k, t)$ の時間発展をスペクトル法で計算するが^{3), 4)}、計算法の詳細は既に報告してあるのでここでは省略する。ここで波数 $k = ((2\pi/L_x)n_x, (2\pi/L_y)n_y, (2\pi/L_z)n_z)$ である。

3. 計算結果と検討

図2, 3, 4は、それぞれ先に記した条件設定に於いて、レイノルズ数を $Re=2500, 2750, 3000$ とした場合の波数空間におけるいろいろな波数成分のエネルギーの時間変化のグラフである。図2のレイノルズ数が2500の場合は初期攪乱は全て減衰するが、図3のレイノルズ数が2750の場合は初期攪乱の内 $k_x=0$ のモードだけが励起し、図4のレイノルズ数が3000の場合は初期攪乱の全ての波数モードが励起してくる事がわかる。従って、遷移が生ずる臨界レイノルズ数は2500と2750の間にあるものと思われる。また、低波数側のモードに比べ、高波数側のモードの励起は小さい傾向が見られる。

図5, 6, 7は計算結果の速度場を時間平均し、更に流れ方向 (x) にだけ空間平均を行った速度場の空間分布を示し、上は x に垂直な成分のベクトル線図、下は x 方向成分 $U+u$ の等高線分布である。図5はレイノルズ数が2750の場合の結果で、ダクトの四隅で、絶対値は小さいが、中心から角へ向かう2次流の発生が見られる。これに伴って、 $U+u$ の等高線は角の部分少し膨らむ傾向を示している。

図6はレイノルズ数が3000の場合の結果で、流れは3次元で乱流的になっていると共に、 $U+u$ の等高線は角の部分大きく外側に膨らんだ形を示している。しかし、平均

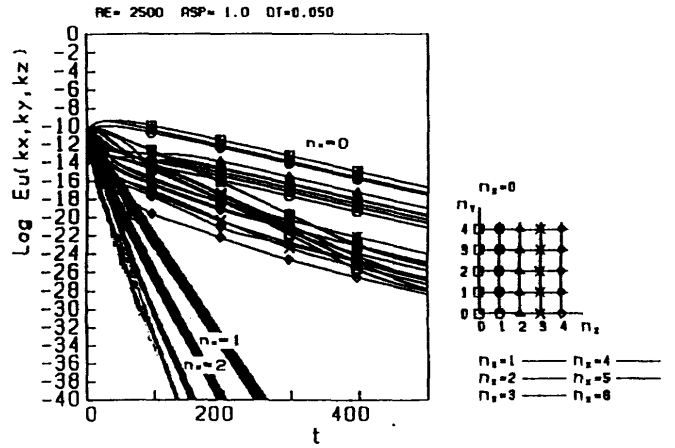


図2 乱れのいろいろなフーリエ成分の時間的発達 $Re=2500$

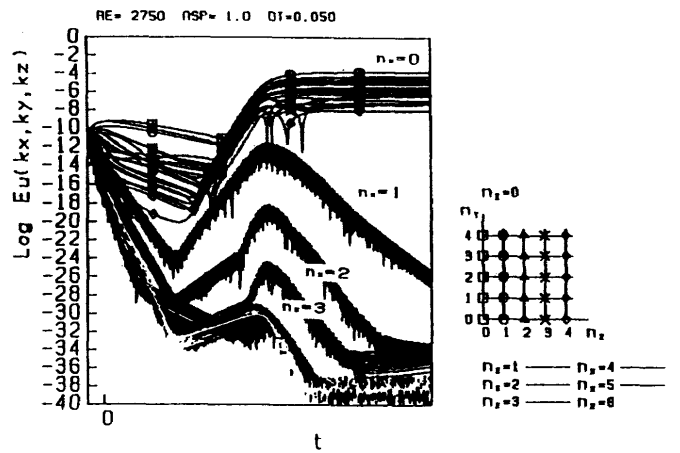


図3 乱れのいろいろなフーリエ成分の時間的発達 $Re=2750$

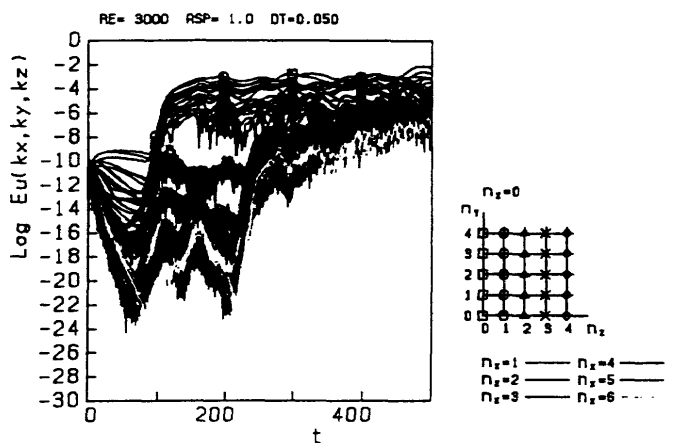


図4 乱れのいろいろなフーリエ成分の時間的発達 $Re=3000$

的にはまだ基本流 U の面影をかなり残している。

図7はレイノルズ数が4000の場合の結果で、 $U+u$ の等高線は前と同様に四隅が膨らんだ型をしているが、この場合乱れ成分が大きく励起されているため、分布は中央が平な乱流型に近づいていて、四角形をしている。

4. むすび

矩形ダクト流の遷移について数値シミュレーションによって調べた。ナビエ・ストークス方程式の計算には山本らのスペクトル法を用い、ダクトのアスペクト比は線形安定理論で安定と予測されている1に固定し、レイノルズ数をパラメーターとして調べた。その結果以下の事が得られた。

- 1) レイノルズ数が2500では初期攪乱は減衰し、安定である。
- 2) レイノルズ数が2750では2次元的な2次流が発生する。
- 3) レイノルズ数が3000と4000では3次元的な乱流が発生する。
- 4) レイノルズ数が3000以上の乱流では流れの軸方向速度成分はダクトのコーナー付近が外側に膨らむ分布が得られ、これは従来の実験結果と傾向的に一致した。

参 考 文 献

- 1) S. A. Orszag : J. Fluid Mech. Vol.50 (1971), 689.
- 2) 巽友正, 吉村卓弘 : J. Fluid Mech. Vol.212 (1990),

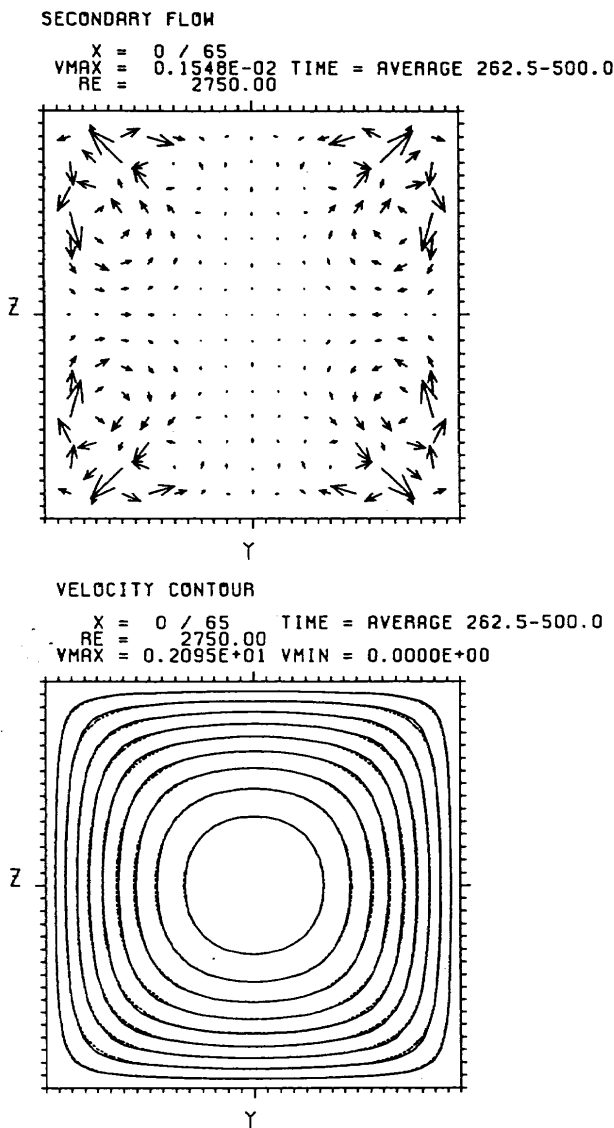


図5 時間平均とx方向だけ空間平均を行った流れの軸に垂直な成分のベクトル線図とx方向成分 $U+u$ の等高線分布
 $Re=2750$, 点線は基本流 U の分布を表す。

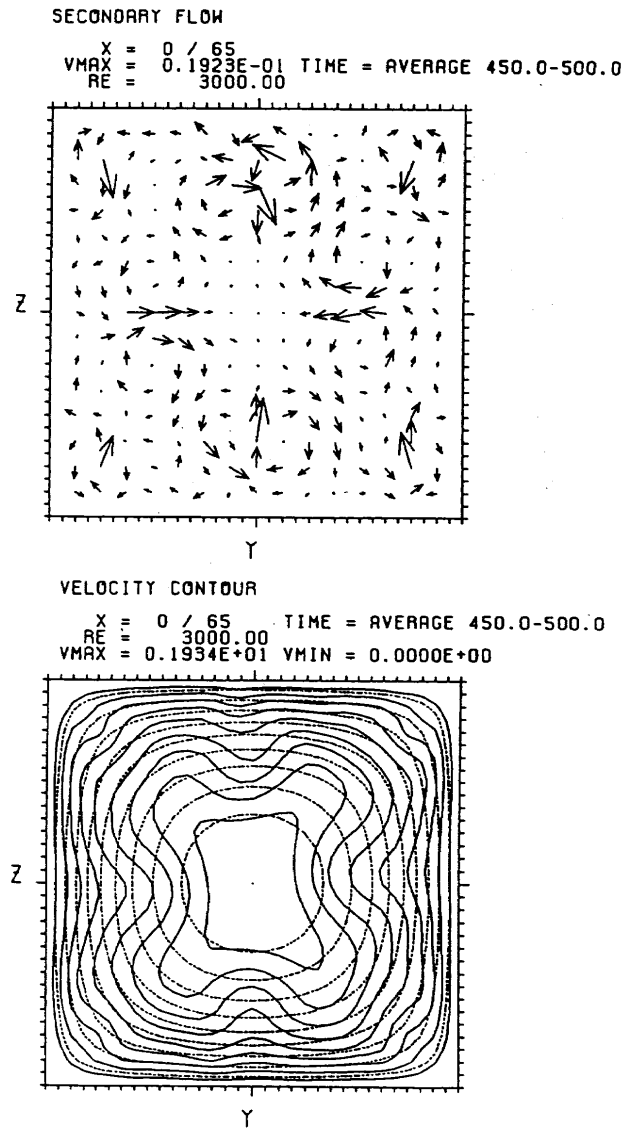


図6 時間平均とx方向だけ空間平均を行った流れの軸に垂直な成分のベクトル線図とx方向成分 $U+u$ の等高線分布
 $Re=3000$, 点線は基本流 U の分布を表す。

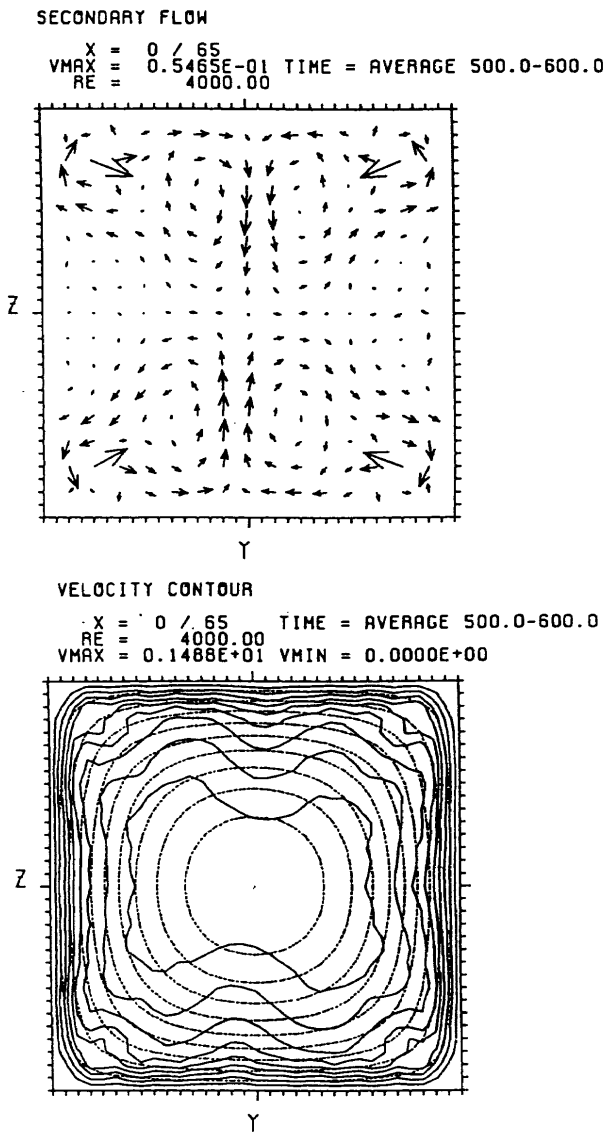


図7 時間平均と x 方向だけ空間平均を行った流れの軸に垂直な成分のベクトル線図と x 方向成分 $U+u$ の等高線分布
 $Re=4000$, 点線は基本流 U の分布を表す。

437.

- 3) 山本稀義, 細川 巖, 田中義規: 第8回航空機計算空気力学シンポジウム論文集, 航空宇宙技術研究所特別資料 SP-14 (1990), 209.
- 4) 山本稀義, 細川 巖, 田中義規: 「境界層遷移の解明と制御」研究会講演論文集(第7回・第8回), 航空宇宙技術研究所特別資料 SP-15 (1991), 49.