

25

数値シミュレーションによる衝撃波の反射形態について

三浦義郎¹ 東野文男¹ 小川 哲²

Numerical Simulations on Irregular Reflection of Shock Waves

by

Yoshiro Miura*, Fumio Higasino*, and Satoru Ogawa**

*Department of Mechanical Systems Engineering, Tokyo Noko University

**National Aerospace Laboratory

Abstract

This paper reports the results of numerical computations on the oblique reflection of weak shock waves over a wedge. To check the numerical resolution of the scheme, the results obtained by the Godunov scheme were compared with those from the TVD schemes. The results show that when incident shock strengths become weak, the difference between the two schemes becomes significant. For comparatively strong shocks the results computed by the Godunov scheme coincide with those given by the TVD scheme. In general the TVD scheme captured shock discontinuities as well as the slipstream. To clarify the physical phenomena of the von Neumann reflection, entropy profiles behind the curved shock front were calculated. The condition of the von Neumann reflection for weak shock waves was explained quantitatively by assuming quasi stationary shock reflection.

1. はじめに

固体面上での平面衝撃波の正常反射(RR)とマッハ反射(MR)について最初に理論解析を行ったのは von Neumann(1943)である。彼は気体は完全気体であり、入射衝撃波や反射衝撃波は平面衝撃波であると、それぞれの波面を通して Rankine-Hugoniot の関係式を満たすものと仮定した。正常反射

(RR)の反射形態は、入射衝撃波と反射衝撃波の二つの衝撃波から成っており、マッハ反射(MR)の反射形態は、入射衝撃波、反射衝撃波およびマッハステムの三つの衝撃波の他に、スリップラインが存在するモデルを提案した。しかし、入射衝撃波が非常に弱くなってくると、反射衝撃波が単なる圧縮波の集まりに変わり一つの衝撃波面と見なせ

¹東京農工大学工学部
²航空宇宙技術研究所

なくなる上に、スリップラインもはっきりしなくなるといった特徴のある新たな反射形態が観察された。ColellaとHenderson(1990)はこのような反射形態をvon Neumann反射と名付けた[1]。またHigashino, HendersonおよびShimizu(1991)は二つの爆風の衝突によるvon Neumann反射の存在を実験的に示した[2]。この実験では、爆風はエクスポローディングワイヤにより発生され、正常反射(RR)からマッハ反射(MR)に至るまでの反射形態の変化は、一連のシュリーレン写真によって可視化した。

本研究ではvon Neumann反射の特徴を調べるために、衝撃波管の実験に対応した弱い斜め衝撃波の反射に関する数値シミュレーションを行い、PPM(Piecewise-Parabolic-Method)を応用した2次精度Godunov法とHarten-Yee型TVDスキームにより計算した結果とを比較検討した。また、von Neumann反射に特徴的なマッハシステムの曲率を評価するために衝撃波面に沿うエントロピー変化を求める方法を提案した。

2. 数値計算法

本計算では、基礎方程式に2次元非定常Euler方程式を用いた。また差分近似には有限体積法を適用し、差分スキームはColellaとWoodwardにより開発されたPPM(Piecewise-Parabolic-Method)[3]を応用した2次精度Godunov法を用いた。また時間積分は3段階Runge-Kutta法を用いた。これにより本計算の精度は空間および時間的にも2次精度となっている。またHarten-Yee型TVDスキームを用いて、2次精度Godunov法の計算結果との比較を行った。

計算格子は単純変形メッシュで格子点数は601×301点である。また壁面の傾斜角は20度に固定した。流入条件としては、入射衝撃波を計算領域の左側から入射させた。この時初期条件として計算領域の左端の格子点に衝撃波上流の状態量を、またその他の格子点には衝撃波下流の状態量(標準大気)をそれぞれ与えた。衝撃波上流の状態量は与えられた入射衝撃波マッハ数に対して、Rankine-Hugoniotの関係式を満たすように決定した。そして入射衝撃波が傾斜壁面上の予め設定していた地点に達したときに、計算を終了させる。また壁面条件

としては、Simple and Robust Wall Boundary Condition[5]を用いた。これは壁面上の格子点においても他の内点と同じように保存則が成り立つようにしたもので、壁面上での不連続を正しく評価することができる。

なお本計算は、航空宇宙技術研究所の富士通FA COM YP2600を使用し、計算時間は1ケースにつきPPMで約60分、TVDで約7分であった。

3. 結果および考察

本数値シミュレーションの計算条件は、入射衝撃波マッハ数 Ms が1.05から1.50までの間に設定し、また壁面の傾斜角は20度に固定した。一例として入射衝撃波マッハ数 $Ms=1.50$ と $Ms=1.05$ の時の等圧力線図と等密度線図を、図1(a)と図1(b)にそれぞれ示す。等密度線図から $Ms=1.50$ では入射衝撃波、反射衝撃波、マッハシステムおよびスリップラインの各不連続面が捉えられているが、 $Ms=1.05$ ではマッハシステム背後のスリップラインが見られず、反射波は入射衝撃波背後で不連続面にまで発達していないことが分かる。また衝撃波面の幅は強い衝撃波($Ms=1.50$)では十分に薄く、Godunov法とTVDの両スキームの間で顕著な違いは見られない。表1に両スキームの様々な衝撃波の強さに対する衝撃波の幅(格子点数)を比較したものを示す。スキームの違いはとくに弱い衝撃波に対して重要なものになるが、表1から一般的にTVDの方がGodunov法よりも衝撃波の幅が薄くなった。これはTVDは衝撃波の不連続性をよく捉えていることを意味している。またこの傾向は弱い衝撃波に対して顕著であることが分かる。それ故に、弱い衝撃波の反射の正確な現象をシミュレートするには注意深くスキームを選択する必要がある。

両スキームの計算結果の大きな違いはエントロピー分布に見られる。図2に $Ms=1.05 \sim Ms=1.50$ の範囲のエントロピー分布図および三重点付近の等エントロピー線図を示す。なおエントロピー分布図の横軸は傾斜壁面上のマッハシステム下部から衝撃波に沿う方向の距離であり、縦軸はそれに伴うエントロピー変化である。もし入射衝撃波が十分に弱ければ、反射圧縮波は包絡せずに、図1(b)に示

されるように反射圧縮波群を形成してゆく。このとき反射衝撃波の影響は無視することができるので、マッハステムと同様に入射衝撃波背後の圧力変化および密度変化は、三重点付近の僅かな領域を除いて等エントロピー過程とみなして良いであろう。そこで本研究では、数値シミュレーション結果を使って入射衝撃波およびマッハステム前後の圧力比 $P2/P1$ 、密度比 $\rho2/\rho1$ を計算し、それらの値を曲率を持ったマッハステムおよび入射衝撃波面に沿ったエントロピー変化を計算するために利用した。この場合、エントロピーの局所変化 p/ρ^k は衝撃波面に沿って計算すると衝撃波の曲率に比例するから平面衝撃波からの違いが求まる。また図2のグラフ中の Behind Mach stem および Behind incident shock と記された二本の直線は、それぞれ準定常の衝撃波の反射の仮定(von Neumann 1943[6])を適用することによって解析的に解かれたマッハステム背後および入射衝撃波背後のエントロピーの値である。衝撃波面を通過したときの圧力変化および密度変化は、衝撃波の強さだけでなく斜め衝撃波の傾斜角にも比例する。もし三重点とスリップラインが存在すれば、エントロピーは三重点で不連続的に変化し、エントロピー分布は二つの解析解が三重点で不連続的につながるような分布になるはずである。またもしエントロピーが衝撃波面に沿って連続的に変化するならば、マッハステムはこの時のエントロピー分布と同じ曲率を持つ(佐宗ら、1992[4])。図2から、エントロピー分布は衝撃波が弱くなるにつれて連続的に変化していることから、入射衝撃波が弱くなるにつれて三重点があいまいになり、マッハステムが曲率を持ちだすことを意味している。この場合、Godunov法の方がTVDよりも少しなだらかに変化していることがわかる。物理的な観点からはマッハ反射(MR)に見られる三重点は入射衝撃波とマッハステムの二つの解析解の間に存在するべきであるが、図2の例では、エントロピー分布の値が非常に小さいので慎重に判断する必要があるが、入射衝撃波が弱くなると、エントロピー分布がマッハステムの解析解と一致しなくなることが分かる。つまりこの例では、三重点から発する流れの不連

続を伴う三つの衝撃波が現れるフローパターンは不可能である。この例では反射衝撃波の代わりに、図1(b)に示されるように圧縮波の集まりがマッハステムから発し、マッハステム背後のエントロピー分布は図2に示されるように連続的に変化する等エントロピー変化になっている。このようなフローパターンが斜め衝撃波の von Neumann 反射の特徴であると我々は考えている。

4.まとめ

本研究では傾斜壁面上の弱い斜め衝撃波に関する数値シミュレーションを行った。そしてGodunov法による計算結果とTVDスキームによる計算結果とを比較した。その結果を要約すると次のようになる。

1. 入射衝撃波が弱くなったときに、両スキームの違いが顕著になる。一方比較的強い衝撃波では、Godunov法による結果はTVDとよく一致した。一般的に、衝撃波やスリップラインなどの不連続面はTVDでよく捉えることができた。
2. von Neumann反射の物理現象を明らかにするために、曲率を持った衝撃波面背後のエントロピー分布を計算した。衝撃波面に沿ったエントロピーの変化から、非常に弱い衝撃波ではマッハ反射(MR)に似た非定常斜め衝撃波があることが分かった。このタイプの衝撃波の反射はスリップラインまたは三重点を持たず、さらにマッハステムは曲率を持っている。斜め衝撃波の von Neumann 反射は以上のように特徴付けられる。

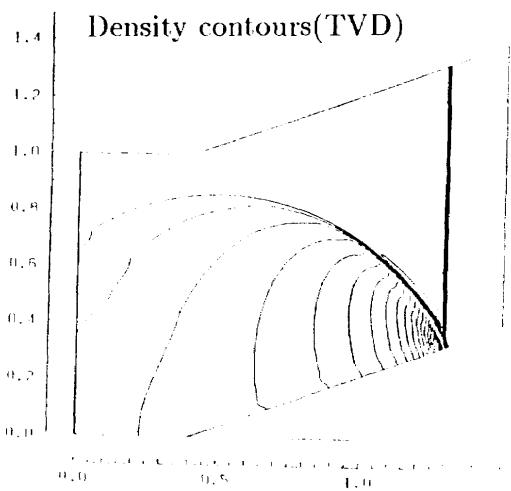
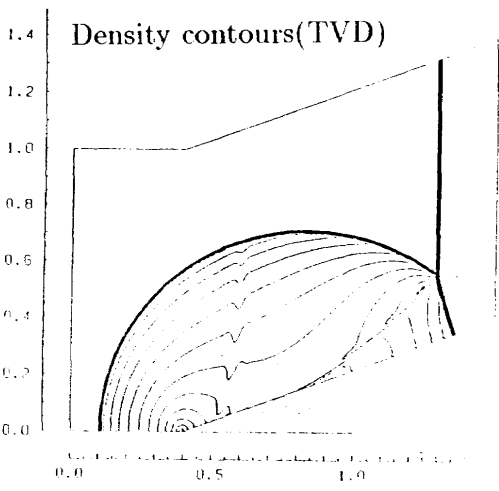
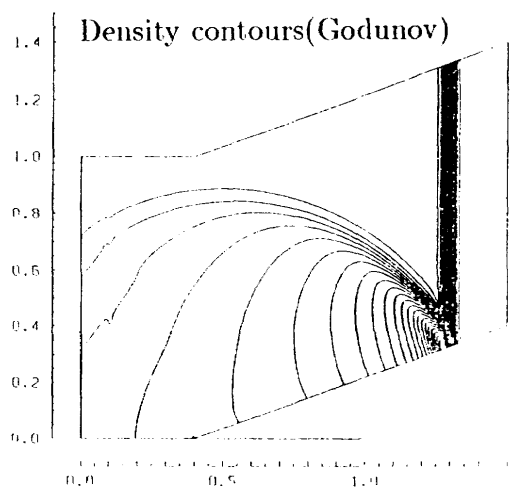
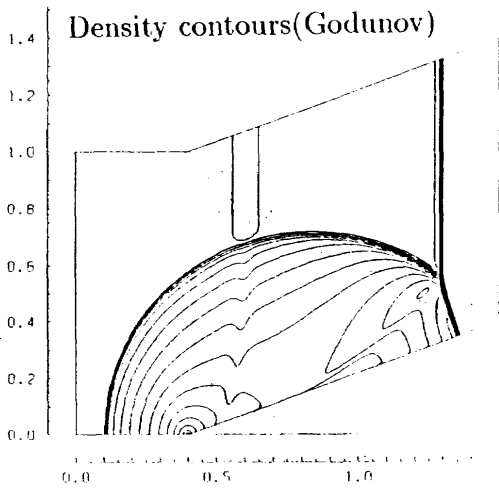
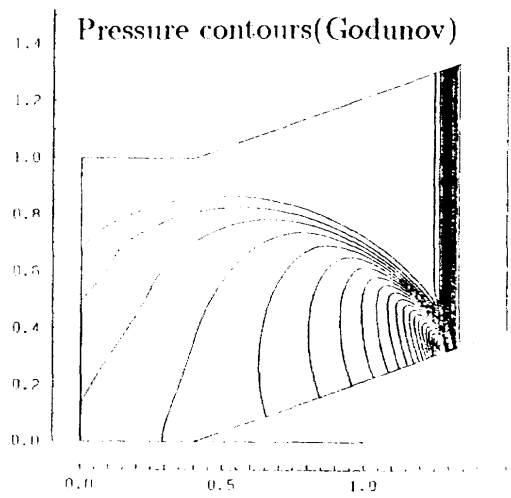
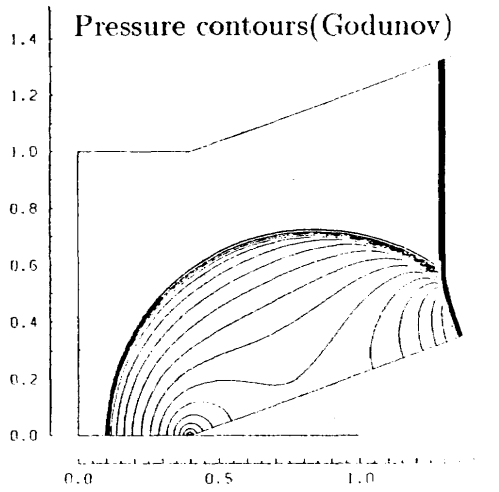
参考文献

- [1] P. Colella and L.F. Henderson, "The von Neumann paradox for the diffraction of weak shock waves", J. Fluid Mech, vol 213, 71-94(1990)

- [2] F.Higashino, L.F.Henderson and F.Shimizu, ''Experiments on the interaction of a pair of cylindrical weak blast waves in air'', Shock Waves, vol 1, 275-284(1991)
- [3] P.Colella and P.R.Woodward, ''The Piece-wise Parabolic Method (PPM) for Gas Dynamical Simulations'', J.Comp.Phys, 54, 174 (1984)
- [4] A.Sasoh, K.Takayama and T.Saito, ''A weak shock wave reflection over wedges'', Shock Waves, vol 2, 277-281(1992)
- [5] 和田安弘, 熊谷清志, ''新しいTVDスキームと壁境界条件について'', 航空宇宙技術研究所特別資料, SP-9, 113-120(1988)
- [6] J.von Neumann, ''Theory of Games, Astrophysics, Hydrodynamics and Meteorology'', Taub AH(ed) John von Neumann Collected Works, 6, Pergamon Press(1943)
- [7] 東野文男, 三浦義郎, 小川 哲, 和田安弘, ''フォン・ノイマン反射について'', 第六回数値流体力学講演論文集, 49-52(1992)
- [8] 東野文男, 松尾 繁, 三浦義郎, ''斜め衝撃波の反射に関する数値シミュレーション'', 平成四年度衝撃波シンポジウム講演論文集, 69-71 (1993)

表1 衝撃波の強さに対する衝撃波の幅(格子点数)

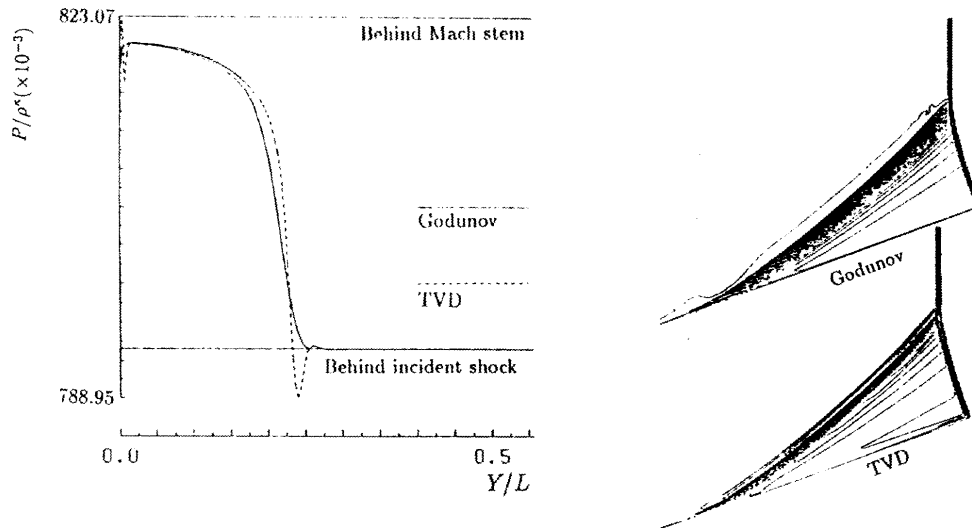
M_S	Shock width (Godunov)	Shock width (TVD)
1.50	6	3
1.15	10	3
1.10	12	4
1.05	23	4



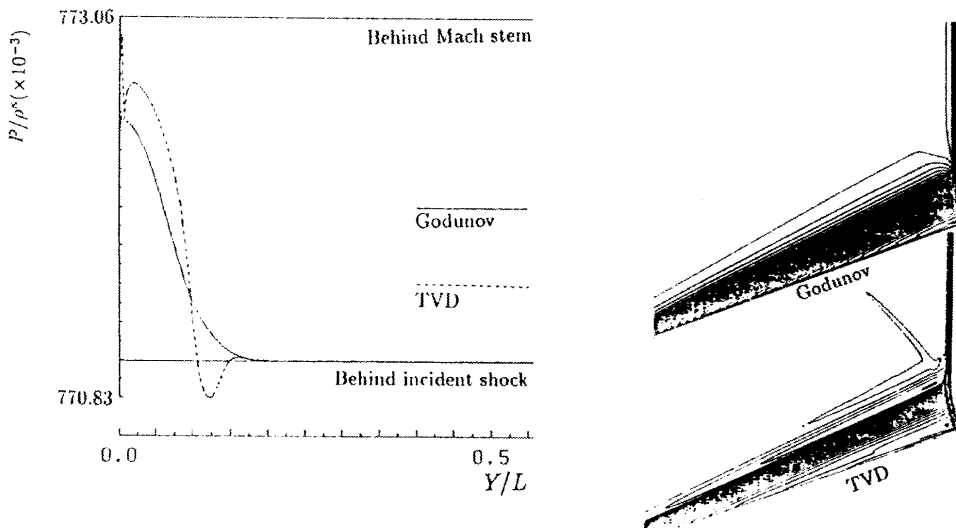
(a) $Ms=1.50$ $\theta=20.0$ 度

(b) $Ms=1.05$ $\theta=20.0$ 度

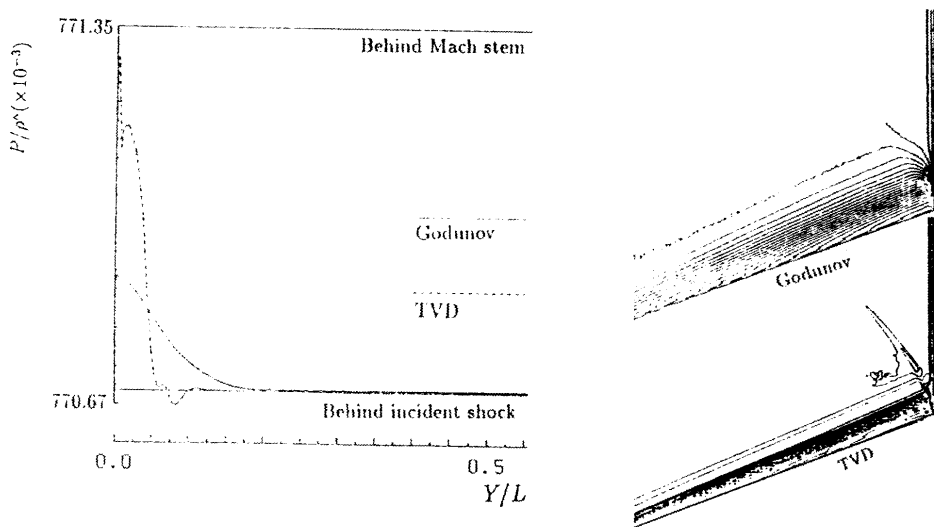
図1 数値計算結果例(等圧力線図、等密度線図)



(a) $Ms=1.50$ $\theta = 20.0$ 度



(b) $Ms=1.10$ $\theta = 20.0$ 度



(c) $Ms=1.05$ $\theta = 20.0$ 度

図2 エントロピー分布図および等エントロピー線図