

波状壁に沿う流れの構造と抵抗

谷口貴司* 西川進栄** 薦木重雄* 板倉嘉哉**

Structure and Drag of Laminar Flow Over Wavy Walls

by

Takashi TANIGUCHI and Sigeo TSUTAKI
Graduate School, Faculty of Engineering
Chiba University
Nobuhide NISHIKAWA and Yoshiya ITAKURA
Department of Mechanical Engineering
Chiba University

ABSTRACT

In the present paper a numerical study is conducted for viscous two-dimensional incompressible flow over wavy walls. The employed method is an application of the Boundary Fitted Coordinate for $\phi-\omega$ method. In the $\phi-\omega$ method the finite differencing of the convection terms in Navier-Stokes equations employs Kawamura-Kawahara scheme, and the time-integration is performed with M.O.L. method.

The model problem is the flow past over wavy walls. We consider a sequential protuberance of height $2a$ and wavelength λ . In the numerical experiments, $2a/\lambda=0.1, 0.2, 0.4$, and Reynolds numbers $Re=1000, 2000, 3000, 4000$. The reason for choosing this problem is that, by suitable choice of $2a/\lambda$ and Reynolds number, it is possible to examine flows with different separation patterns. It is the flow past over wavy walls, with separation and reattachment points not known a priori. The flow features of particular concern, both from numerical as well as physical viewpoints, are the adjustment of the initially fully developed flow to a spatially periodic condition and, for specific amplitudes, the occurrence of repeated separation bubbles. Such configurations are of interest in drag reduction and heat-transfer enhancement. In the application of CFD for walls with sequential protuberances, the effect of alternating favorable and adverse pressure gradients should be analyzed, which correspond to convex and concave surface curvatures on the wall.

1. はじめに

変数の少なさ及び連続の式を厳密に満足する上で有利な流れ関数-渦度 ($\phi-\omega$) 表示 Navier-Stokes 方程式系を用いて、2次元における波状壁に沿う非圧縮粘性流体の流れを解析する。

壁面の凹凸に対応して正または負の圧力勾配がみられる。そして、波状壁により凸凹した表面を形成した場合には、乱流流れは抵抗減少に関係してくる。数値計算により Navier-Stokes 方程式を解くことによる波状壁に沿う流れの解析に関する文献はあまりない^{(1), (2)}。

Patel et al.⁽¹⁾は発達した流れによる、一方が波状壁である2次元矩形領域での流れについて研究を行っている。Abdel-Shafi et al.⁽²⁾は H S M A C 法を用いることにより波状壁を越える流れについて研究を行っている。ここでは、図1のような2つの山からなる壁面を通り過ぎる流れについて考える。波状壁の振幅 ($2a/\lambda$) の大きさ、また、レイノルズ数の変化により波状壁の間において異なった分離パターンを持った流れを考察することが可能である。波状壁の間の流れにおける剝離点、そして再付着点は理論に基づいて先験的には知られていないがこれも考察することが可能であると思われる、これにより波状壁に沿う流れの構造と抵抗について調べる。

* 千葉大学大学院工学研究科

** 千葉大学工学部機械工学科

2. 基礎方程式

2次元非圧縮粘性流のNavier-Stokes方程式と連続の式を任意形状境界に適用する。一般座標系 (ξ, η) で境界適合座標 (Boundary Fitted Coordinate) 法を用いて行う。以下にその式を示す。

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{1}{J} \left(\frac{\partial \psi}{\partial \eta} \frac{\partial \omega}{\partial \xi} - \frac{\partial \psi}{\partial \xi} \frac{\partial \omega}{\partial \eta} \right) \quad (1)$$

$$= \frac{1}{J^2 Re} \left(\alpha \frac{\partial^2 \omega}{\partial \xi^2} - 2\beta \frac{\partial^2 \omega}{\partial \xi \partial \eta} + \gamma \frac{\partial^2 \omega}{\partial \eta^2} + \sigma \frac{\partial \omega}{\partial \xi} + \tau \frac{\partial \omega}{\partial \eta} \right)$$

$$\alpha \frac{\partial^2 \psi}{\partial \xi^2} - 2\beta \frac{\partial^2 \psi}{\partial \xi \partial \eta} + \gamma \frac{\partial^2 \psi}{\partial \eta^2} \quad (2)$$

$$+ \sigma \frac{\partial \psi}{\partial \xi} + \tau \frac{\partial \psi}{\partial \eta} = -J^2 \omega$$

$$J = x_\xi y_\eta - x_\eta y_\xi$$

$$\alpha = x_\eta^2 + y_\eta^2, \beta = x_\xi x_\eta + y_\xi y_\eta, \gamma = x_\xi^2 + y_\xi^2$$

$$\sigma = (x_\eta D_y - y_\eta D_x) / J, \tau = (y_\xi D_x - x_\xi D_y) / J$$

$$D_x = \alpha x_{\xi\xi} - 2\beta x_{\xi\eta} + \gamma x_{\eta\eta}, D_y = \alpha y_{\xi\xi} - 2\beta y_{\xi\eta} + \gamma y_{\eta\eta}$$

3. 数値計算法

渦度輸送方程式 (1) 式) に対しては、時間微分項と空間微分項を別個に取り扱い、空間微分項を2次精度の中心差分により離散化することによって、時間・空間に関する偏微分方程式は時間に関する連立微分方程式に帰着する。対流項差分には河村・桑原スキームを用いた。この時間に関する連立微分方程式を4次RKG法により時間積分し、次の時間ステップの渦度を求める。また、流れ関数に関するポアソン方程式 (2) 式) は2次精度中心差分により ψ を離散化し、SOR法により反復計算を行い収束解を求める。なお、SOR法における加速係数は $\omega_{s+1} = 1.7$ とし、流れ関数の2乗平均修正量は 2.0×10^{-6} 以下で収束とみなした。

表1 高さ及びRe数の変化による抗力

$2a/\lambda$	Re	friction drag	pressure drag	drag
0.1	1000	0.01753	0.01062	0.02815
0.2	1000	0.0245	0.06211	0.08661
	2000	0.01463	0.05973	0.07436
0.4	1000	0.05393	0.48363	0.53756

4. 格子形状及び初期条件、境界条件

▶ 格子形状：格子は代数的方法で作成した。正弦曲線関数と直線を組み合わせた曲線を壁面とし、壁面に直交する指数関数曲線を組み合わせている。図1に計算格子を示す。

代表長さは $L = \lambda / 3$ とする。

$$2a / \lambda = 0.2$$

$2a$: 波状部の高さ

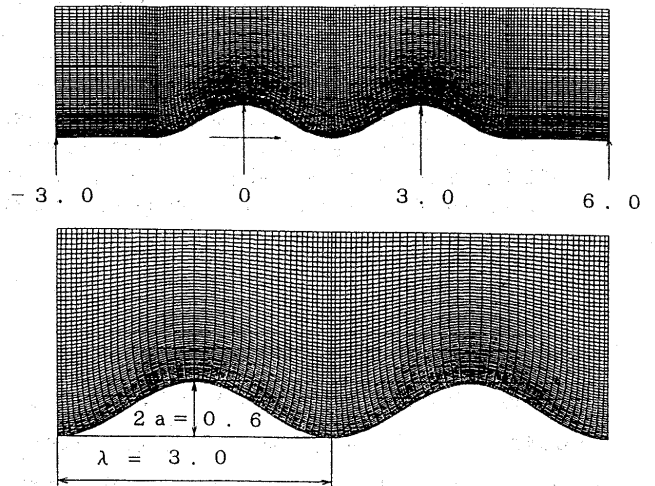
λ : 波状部1つの幅

▶ 初期条件：渦度、流れ関数の初期分布は、つぎの3次式で表す流速より求めて与える。流れの方向は格子の左方向から右方向とする。

$$u(y) = (3 - y^2) y / 2$$

ここで、波状壁面では $u(0) = 0$ 、上方境界では $u(1) = 1$ である。

▶ 境界条件：波状壁面では渦度に対して滑り無し条件、流れ関数は0、上方境界では対称条件、流入境界及び流出境界には外挿を用いる。



波状部拡大図

図1 計算格子 (121 x 60)

$$2a / \lambda = 0.2$$

図6

$2a / \lambda = 0.4$ については t (無次元時間) = 35.0 における値、その他は、ほぼ定常な状態における値である。

(a)

(b)

(c)

(d)

尚、表1の右にある (a) ~ (d) はそれぞれ図6の (a) ~ (d) に対応している。

5. 結果と考察

▶ 波状部の間にできる渦について

波状部の間には、 $2a/\lambda=0.1$ の場合は定常的な1つの渦、 $2a/\lambda=0.2$ の場合は定常的な2つの渦（レイノルズ数によっては時間が経つと定常的な1つの渦）、 $2a/\lambda=0.4$ の場合には1つの渦（しかしながら、定常的な渦とはならない）が見られた。無次元高さ（ $2a/\lambda$ ）、または、レイノルズ数の増加による波状部の間の渦の大きさの発達、そこにおける渦の定常性を失わせる。 $2a/\lambda=0.2$ の場合においてレイノルズ数を変化させた場合には、図2のような渦が見られた。 $Re=1000, 2000$ では1つの渦、 $Re=3000, 4000$ においては2つの渦がみられた。図3, 4にはこの場合における C_p と C_f 線図を示した。これらと図5のV. C. Patel⁽¹⁾との結果を比較すると $Re=3000, 4000$ について閉じられた2次渦の中心はほぼ一致した。 C_f を比較すると多少のズレを生じているが、この原因は上方の渦の主流との剝離点と再付着点の位置が異なるためであり、更に、下方の渦が上方の渦の発達を妨げているためである。

▶ 抗力の寄与について

図6(a)、(b)、(c)、(d)は、抗力の時間による変化の図である。表1は高さ及びレイノルズ数の変化による抗力をまとめたものである。 $Re=1000$ の場合を比較すると $2a/\lambda$ が大きいものの方が抗力が大きく、その時間変化も大きい。波状部の振幅の大きさの変化に対する摩擦抗力の変化はそれほど大きくないが、圧力抗力の変化が著しく見られる。特に、波状部の高さが低い、すなわち、 $2a/\lambda=0.1$ においては摩擦抗力が圧力抗力の値を上回っている。そして、表1より $2a/\lambda=0.2, 0.4$ の抗力は $2a/\lambda=0.1$ の場合のそれに比べて、それぞれ約3倍、約20倍となっている。また、 $2a/\lambda=0.2$ で $Re=1000$ と $Re=2000$ の場合を比較してみると $Re=2000$ の場合の方が抗力が小さくなっている。これは、圧力抗力はほぼ同じ値であるが、摩擦抗力が $Re=2000$ の方が小さくなるためである。特に、 $2a/\lambda=0.2$ で $Re=1000, 2000$ における1波長

($\lambda; 0 \leq x \leq 3.0$)の摩擦抗力、圧力抗力、全抗力について示すと $Re=1000$ ではそれぞれ0.00514, 0.00662, 0.01176、 $Re=2000$ ではそれぞれ0.00242, 0.00441, 0.00683となっており、やはり $Re=2000$ の場合の方が抗力が小さくなっている。これらと表1とを比較してみるとどちらの条件においても波状部の間にできる2次渦がかなり弱いものであることがわかる。

ところで、 $2a/\lambda=0.1, 0.2$ の結果は十分な収束解が得られることを確認したが、 $2a/\lambda=0.4$ については十分な収束解が得られなかったので、この場合についてはなんらかの検討が必要である。

▶ $Re=2000, 2a/\lambda=0.2$ における流れの変化の様子

図7に時間と共に流線が変化していく様子を示す。 $t=25.0$ 以降ではグループ1、($t=25.0, 27.5, 30.0$ における流れ)のような流れのパターンを繰り返し、 $t=70.0$ 以降ではそれが減衰し、やがて、 $t=92.5$ のようにほぼ定常な流れへと収束する。この流れのパターンの繰り返しは図6(c)における抗力の上下変動に対応していることがわかる。これらのことから、この変動の間においてのみ波状部後方への渦放出は周期的であるとみられる。実際に、流れを 20°C の水と仮定したとき、渦放出の時間間隔は実時間で約0.6~0.7(秒)であり、波状壁面の高さを半径とした円柱のストロハル数の経験式と比較すると、円柱は $Re=2.0 \times 10^5$ 以下では $St \approx 0.2$ であるが、波状壁の場合は $St=0.17 \sim 0.2$ の間にあり、ほぼ一致した。

参考文献

- (1) Patel, V. C., Tyndall, J., and Yoon, J. Y., Laminar Flow Over Wavy Walls. ASME, Journal of Fluids Engineering, Vol. 113, (1991), pp574-578.
- (2) Abdel-Shafi N. Y., Nishikawa, N., and Sudou, H., Numerical Analysis of Laminar Flows Over Walls With Protuberance, Theoretical and Appl. Mech. Vol. 41 (1992), pp213-222.

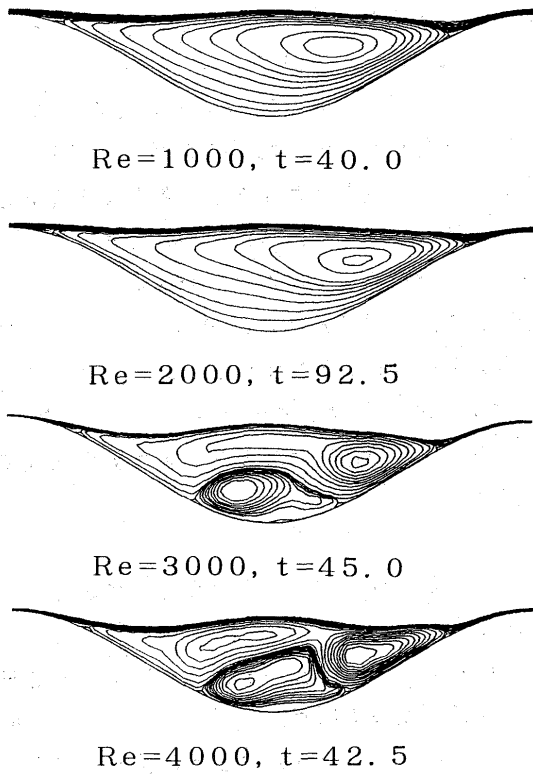


図2 波状部間の流線 ($2a/\lambda=0.2$)

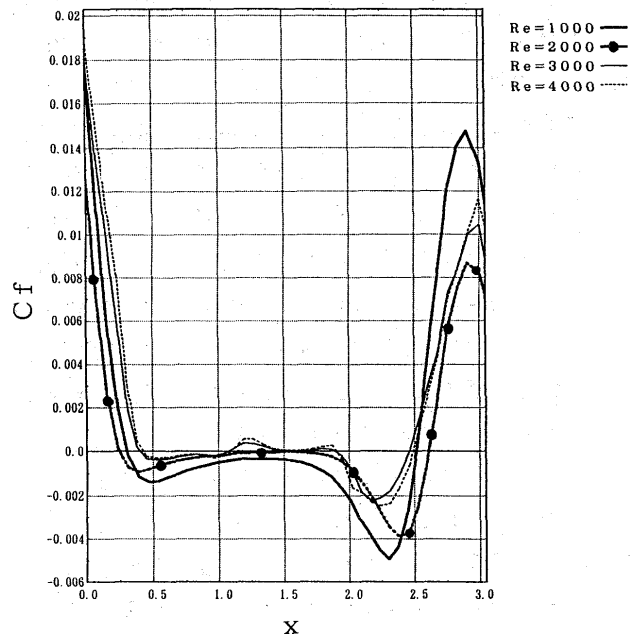


図3 Cf-x図 ($2a/\lambda=0.2$)
(波状部の間)

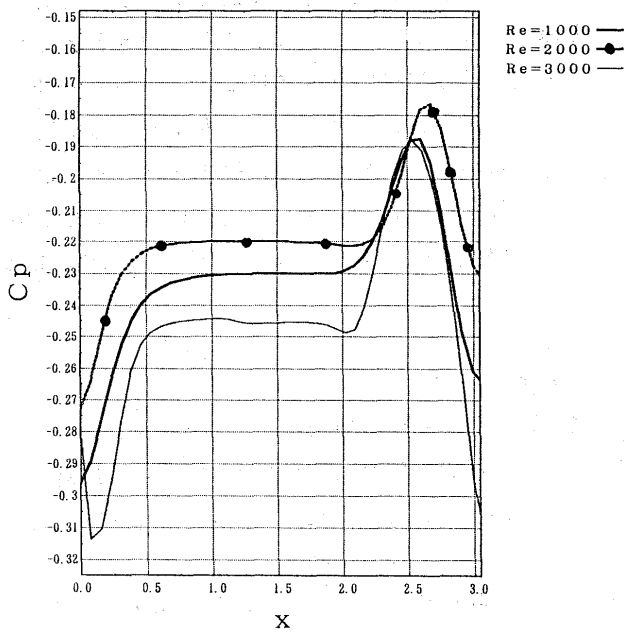


図4 Cp-x図 ($2a/\lambda=0.2$)
(波状部の間)

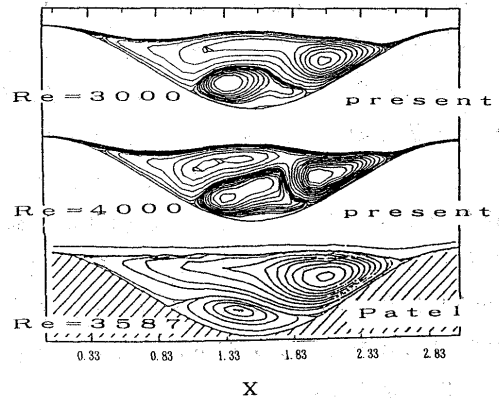
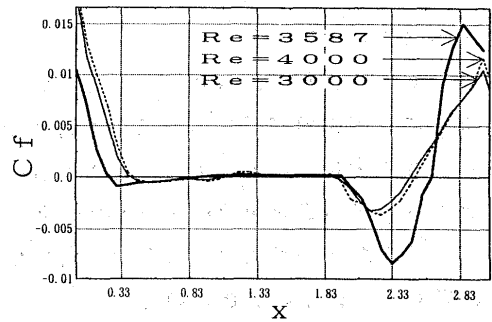


図5 V. C. Patelの研究との比較
(波状部中央部分における流線とCf-x線図)

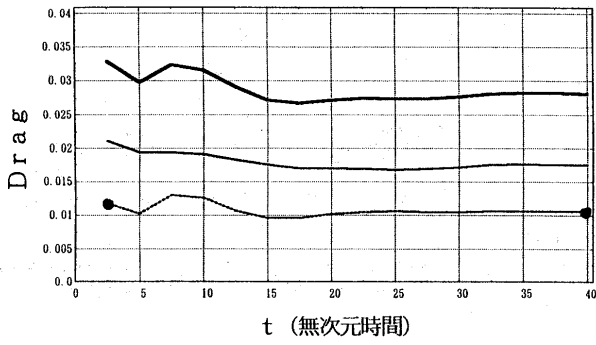


図6 (a) $2a/\lambda=0.1, Re=1000$

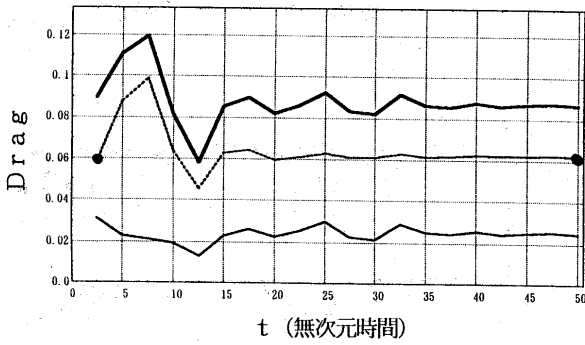


図6 (b) $2a/\lambda=0.2, Re=1000$

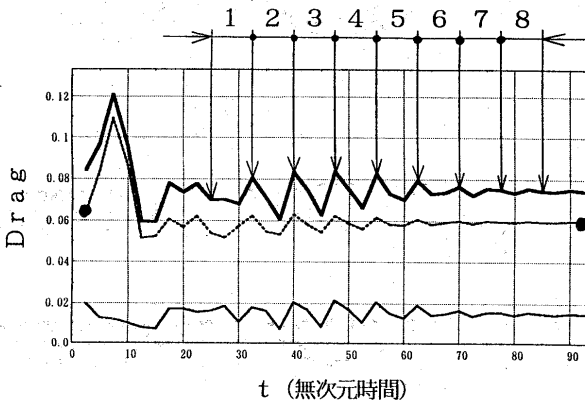


図6 (c) $2a/\lambda=0.2, Re=2000$

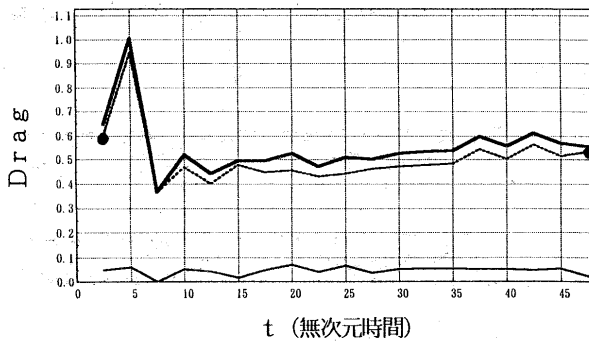
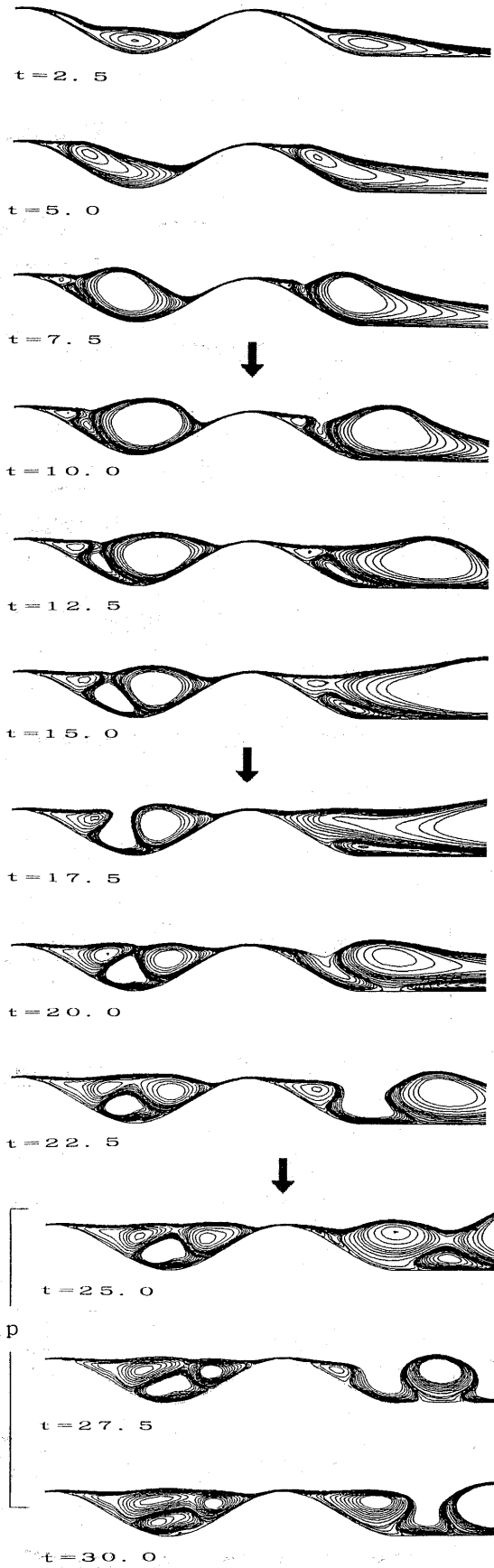


図6 (d) $2a/\lambda=0.4, Re=1000$

drag friction drag pressure drag

図6 抗力についての時間変化

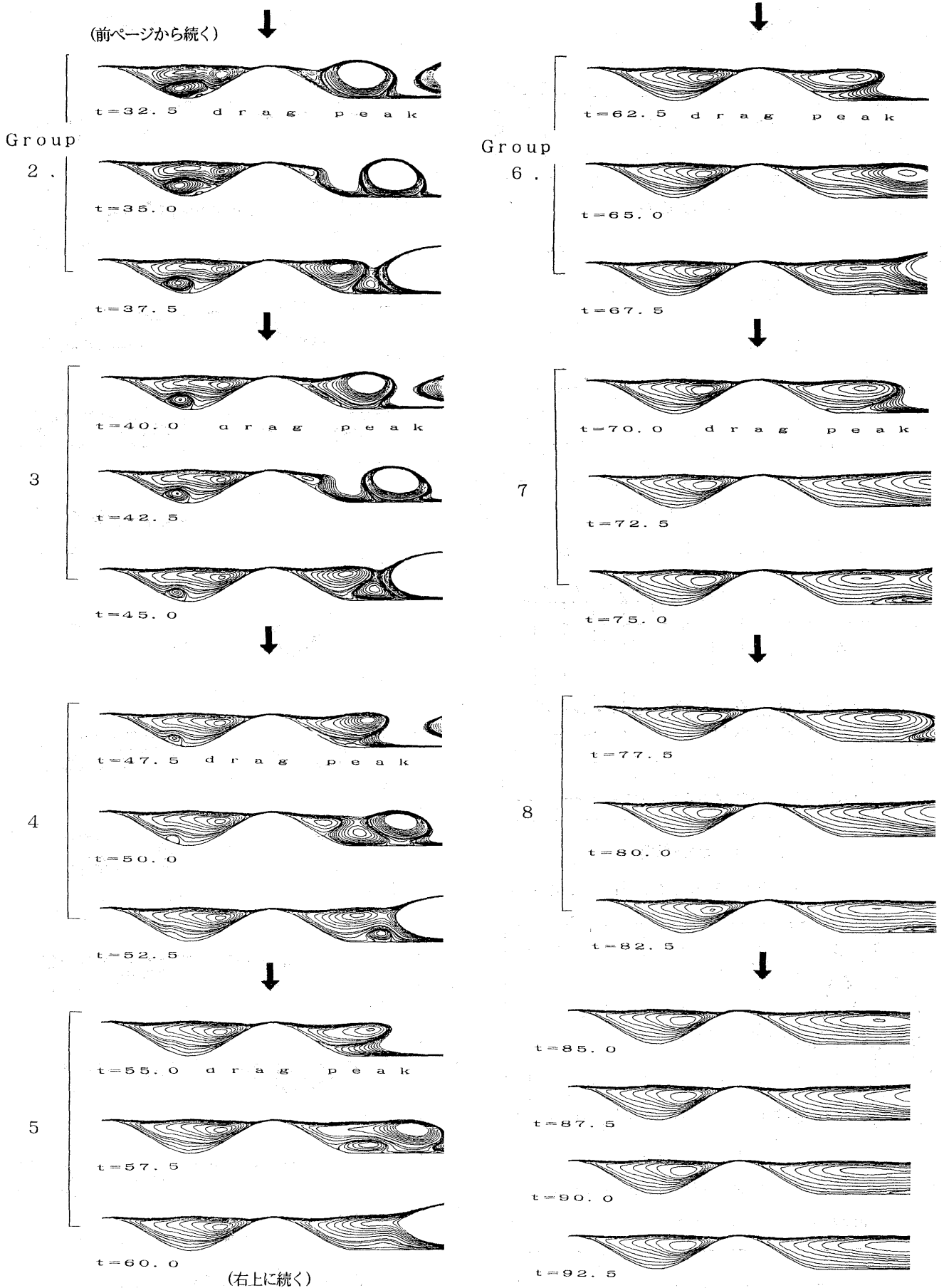
尚、図6 (c) にある1~8は図7における Group1~8に対応している。



Group
1 .

(次ページに続く)

図7 $Re=2000, 2a/\lambda=0.2$ における流線の変化の様子 (無次元時間 $t=2.5\sim 92.5$) ($0 \leq x \leq 6.0$)



(図7 $Re=2000$, $2a/\lambda=0.2$ における流線の変化の様子)