

浮力が作用する正方形管内流れの発達特性とベナール不安定

望月 宗和 石垣 博

Development of Buoyancy Affected Laminar Flow in a Heated Square Duct.

by

Munekazu MOCHIZUKI and Hiroshi ISHIGAKI
National Aerospace Laboratory, Kakuda Research Center.

ABSTRACT

The effects of buoyancy on developing laminar flow and heat transfer in a horizontal square duct are studied numerically. Thermal boundary conditions are axially constant wall heat flux and peripherally constant wall temperature. The results on friction factor, flow pattern and Nusselt number are presented.

1 まえがき

著者らは体積力(遠心力、コリオリ力、浮力など)の作用により二次流れが発生している管内流の流れと熱伝達の特徴を数値解析により調べている。本シンポジウムではさきに、浮力が作用する水平加熱円管の入口から完全発達するまでの区間(助走区間)の流れと熱伝達の発達特性について報告した⁽¹⁾。ここでは、同じ状況にある水平加熱正方形管の入口から完全発達するまでの助走区間の発達特性について報告する。

これまでの著者らの研究から、(1)完全発達領域の層流熱伝達特性は基本的には層流特性数 $K_{LB} = \sqrt{Ra q}$ のみで決まり、 Pr に無関係であること、(2)速度場は Pr によって大きく影響されること、などが明らかになっている。ここでは著者らの導いた軸方向無次元距離 Z を用いて正方形管内層流助走区間の計算結果を表示し、その発達特性を明らかにする。正方形管の熱的条件は管軸方向に壁熱流速一定、周方向に壁温一定とする。

2 記号

D	: 正方形管の辺長
f	: 管摩擦係数
K_{LB}	: 層流特性数 $= \sqrt{Ra q}$
k	: 流体の熱伝導率
Nu	: 平均ヌセルト数 $= \bar{h}D/k$
Pr	: プラントル数 $= \nu/\alpha$
q_w	: 壁熱流束
$Ra q$: レイリー数 $= g\beta q_w D^4 / (\nu k \alpha)$
Re	: 主流のレイノルズ数 $= w_m D / \nu$
T_s	: q_w 一定のときの代表温度 $= q_w D / k$
T_b	: 混合平均温度
T_w	: 壁温度
U_s	: 断面内代表速度 $= \frac{\nu K_{LB}}{Pr D}$
w_m	: 管内平均流速
Z	: 軸方向無次元距離 $= \frac{z}{D} \frac{K_{LB}}{Re Pr}$
α	: 流体の温度拡散係数
β	: 体積膨張係数
ν	: 流体の動粘性係数

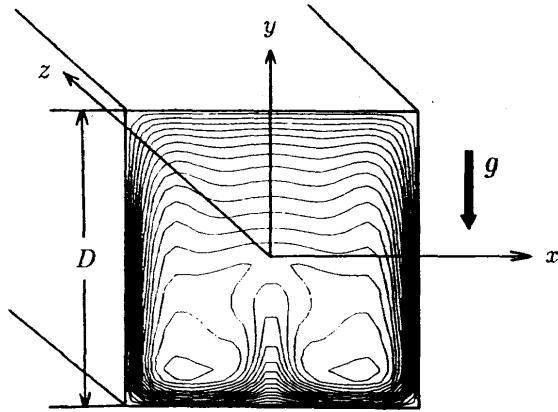
壁温 $T_w = \text{一定}$, 軸方向熱流束一定

図1 座標系

3 基礎方程式と数値解法

図1に示すような座標系を考える。水平加熱正方形管内の流れは定常、非圧縮性層流であるとする。また Boussinesq 近似を導入して密度変化は浮力項でのみ考慮し、粘性係数などの物性値は一定と仮定する。このとき (x, y, z) 方向の速度成分を (u, v, w) とすれば、正方形管内の層流をあらわす放物化 Navier-Stokes 式は次のようになる。

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \nabla^2 u \quad (2)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + g\beta(T - T_b) + \nu \nabla^2 v \quad (3)$$

$$u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \nabla^2 w \quad (4)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} = \alpha \nabla^2 T \quad (5)$$

$$\text{ここに} \quad \nabla^2 \equiv \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$$

管軸方向に壁熱流束一定の条件を導入し、さらに壁内熱伝導が大きいとして周方向には壁温一定 T_w を仮定する。 $x = 0$ において速度場、温度場の対称性を仮定すれば、境界条件は次のように与えられる。

$$x = D/2 \text{ or } y = D/2 : u = v = w = 0, \quad T = T_w$$

$$x = 0 : u = \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial w}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial x} = 0$$

数値計算プログラムは著者らの曲管、回転管内流れの研究に共通して用いているものであり、Patankerの著書⁽²⁾を参考にして作成したものである。すなわち式(1)～(5)をコントロールボリューム法により離散化し、スタガード格子、対流・拡散項にはベキ乗スキーム、圧力補正には SIMPLE 法を用いている。計算格子数は 18×31 、(壁近くで格子を密にした不等間隔格子)である。

4 計算結果と考察

4.1 速度場、温度場、二次流れのパターン

図2は $Pr = 0.71$ (空気)、 $K_{LB} = 1000$ の場合の無次元軸速度、無次元温度の等高線および二次流れのベクトル図を示したものである。流れの発達につれて壁面近くの流体が加熱されて上昇し、 $x = 0$ で合流したのち下降して一対の二次流れ渦を形成する。この二次流れ渦の作用により壁境界層内の低速流体が正方形管中心から下部にはこぼれる様子がわかる。 Pr が1に近いこの場合には軸速度場の発達のパターンは温度場のそれと相似である。また、流れが発達して軸方向無次元距離 Z がある値以上になると、 $x = 0, y = -D/2$ 近傍の対称面下部に上方に向う流れが発生する。この対称面下部に発生した流れは流れの熱的不安定(ペナル不安定)によるものである。

図3は $Pr = 7.0$ (水) の場合の計算結果を示したものである。この場合の温度場の発達は $Pr = 0.71$ とほぼ相似であり、プラントル数による影響はほとんどない。しかし軸速度場の発達は $Pr = 0.71$ とは全く異なる。粘性が強い流れのように壁面から境界層が急速に発達し、管中央部に達する。

さらにプラントル数の影響を見るため、 Pr が小さい0.2の場合を計算した。図4にその結果を示す。この場合には対称線を中心とする上方から中央部への低速流体の輸送はいっそう顕著である。

これまでの著者らの研究によれば、流れの方程式(2)～(4)の左辺対流項の大きさは Pr に逆比

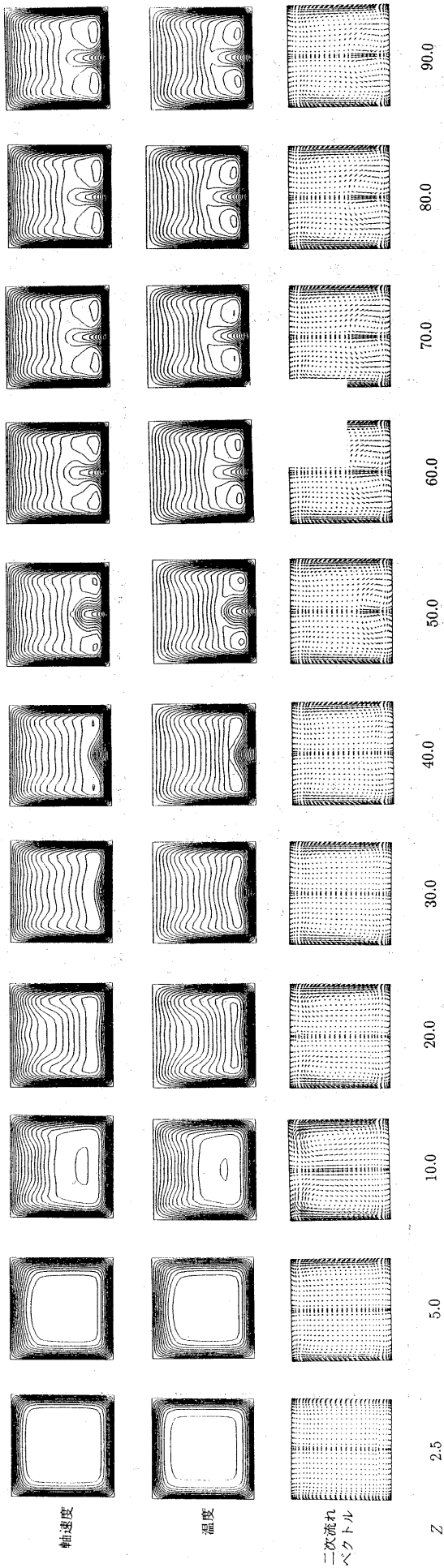


図2 一様分布流入条件からの速度場、温度場の発達 ($Pr = 0.71, K_{LB} = 1000$)

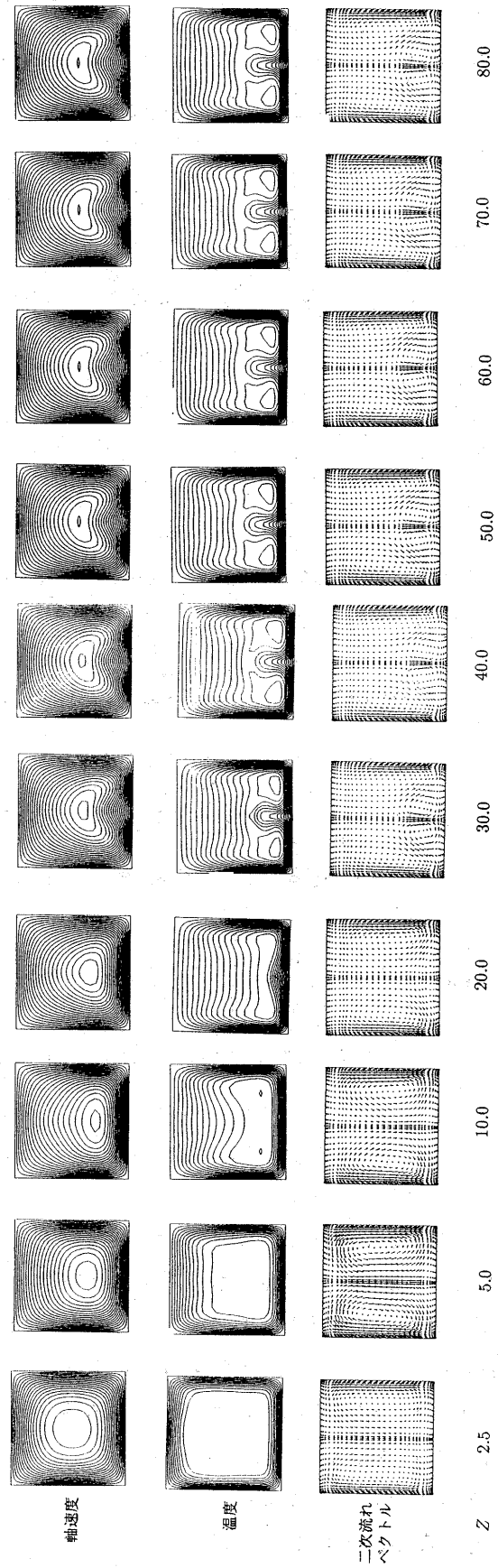


図3 一様分布流入条件からの速度場、温度場の発達 ($Pr = 7.0, K_{LB} = 1000$)

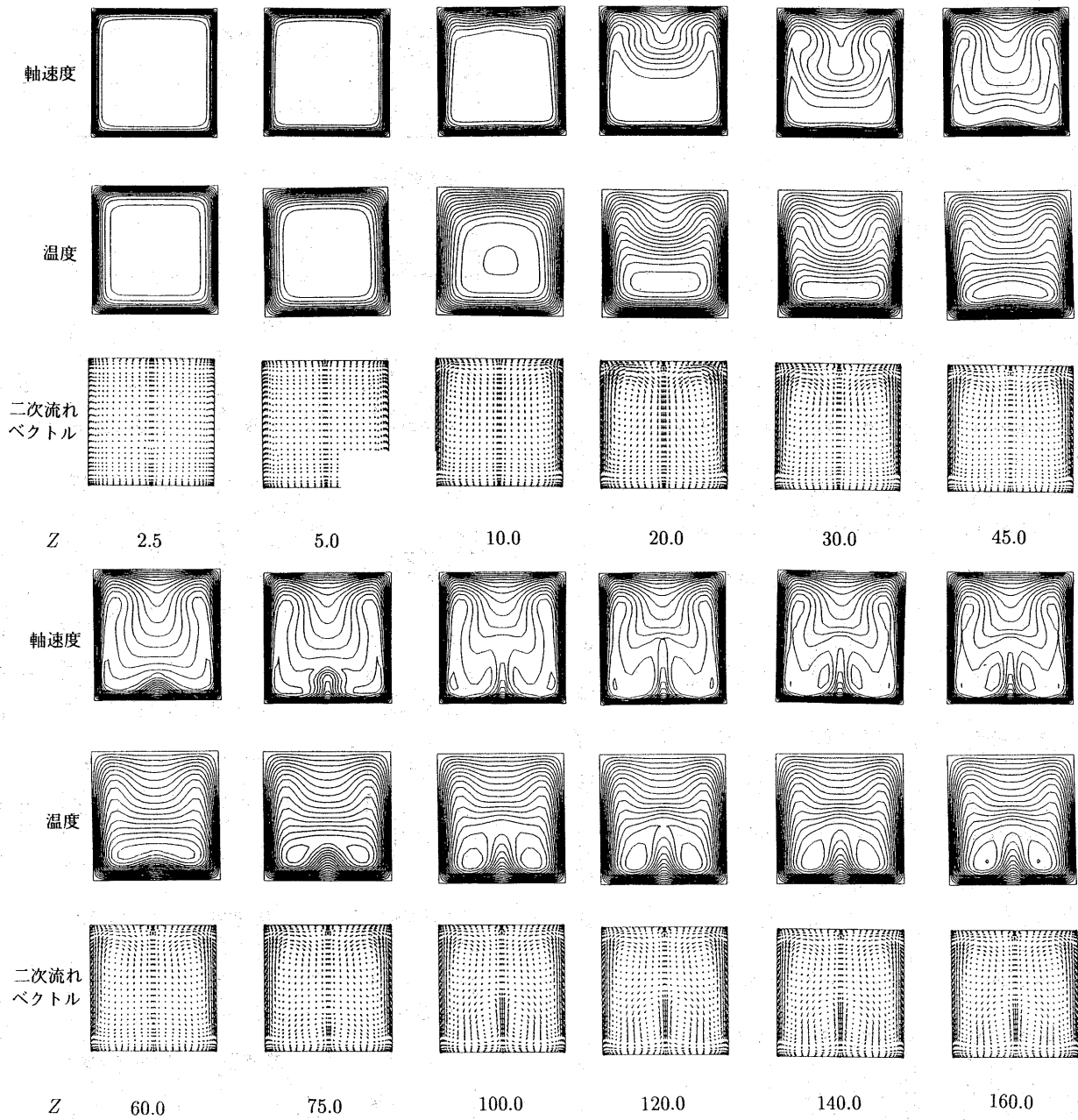


図4 一様分布流入条件からの速度場、温度場の発達 ($Pr = 0.2, K_{LB} = 1000$)

例することがわかっている。したがって $Pr = 7.0$ の場合には対流項が抑制されて速度場は右辺の粘性項が強い流れ (性格的には低レイノルズ数流れと同じ) になり、図3のような速度場となる。逆に Pr が小さい 0.2 の場合には対流輸送項が非常に活発となって粘性項が弱い流れになり、図4のような速度場となる。

4.2 温度場の特性

図5にヌセルト数比 (Nu_0 は浮力がないときの値) の計算結果を示す。また図6は温度差 (断面内温度の最小値と壁温の差) の計算結果を無次

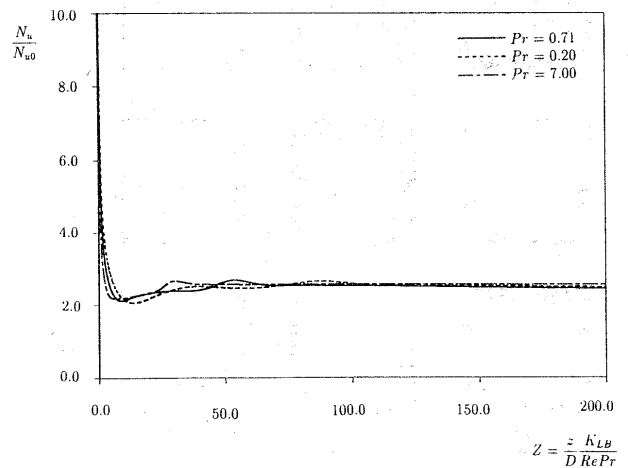


図5 ヌセルト数 Nu の計算値 ($Nu_0 = 3.61$)

$$Z = \frac{z}{D} \frac{K_{LB}}{Re Pr}$$

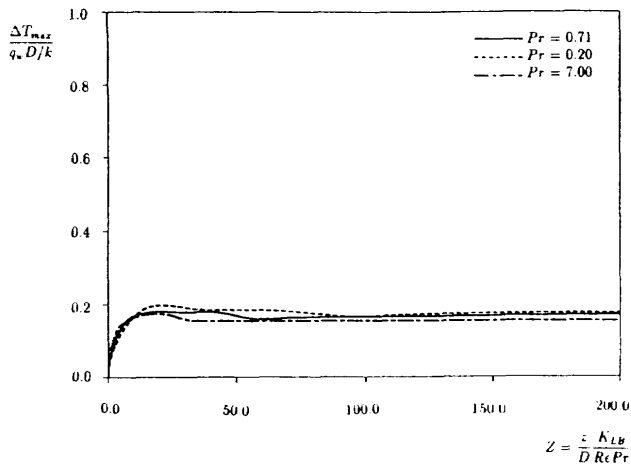


図6 最大温度差 ($\Delta T = T_w - T$)

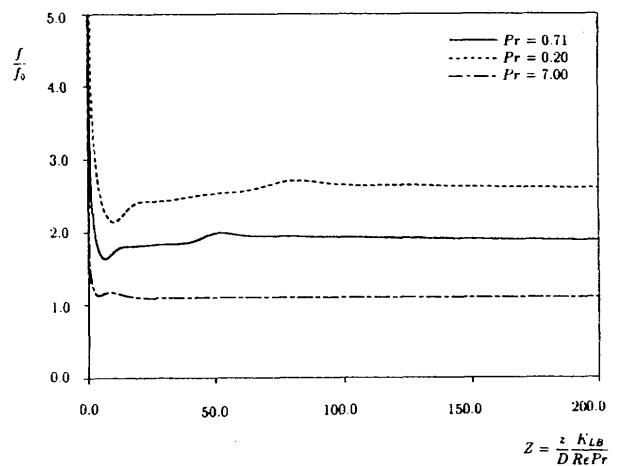


図7 管摩擦係数 f の計算値 ($f_0 = 14.23/Re$)

元化して示したものである。3種類のプラントル数のヌセルト数計算結果は、入口近くでの発達の様子が少し違うだけで、それ以後はほとんど同じ値をとり、大略プラントル数に依存しないことがわかる。

4.3 速度場の特性

図7に管摩擦係数比 (f_0 は浮力がないときの値)、図8に最大軸速度 (w_m は平均流速) の計算結果を示す。速度場の流れのパターンからわかるとおり、3種類のプラントル数の結果はたがいに異なる。 Pr が大きい場合には速度場への二次流れの影響は小さいので、管摩擦係数は小さい。逆に Pr が小さいときには軸速度は二次流れに支配されるので、管摩擦係数は大きくなる。

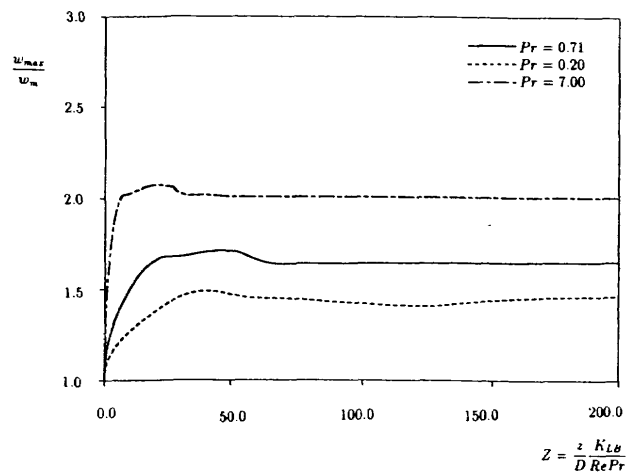


図8 最大軸速度 (w_m は平均流速)

5 参考文献

- 1) 望月、石垣 (1992) : 航技研特別資料 SP-19, p.229-233.
- 2) Patanker, S. V. (1980) : Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, Hemisphere.

