

## 加熱された水平円柱まわりの自然対流のカオス的挙動 (円柱上方にある水平板の影響)

小泉博義\* 細川 巖\* 三好弘孝\*

### Chaotic Behavior of Natural Convection Around a Horizontal Isothermal Cylinder (Effect of the Upper Plate)

Hiroyoshi KOIZUMI, Iwao HOSOKAWA and Hironori MIYOSHI

*University of Electro-Communications*

#### ABSTRACT

This study aims at revealing the effect of the upper plate on the flow and heat transfer performance around a horizontal isothermal cylinder. We show various flow patterns depending on Rayleigh number, the distance between the plate and the cylinder, and the temperature condition of the plate. The unsteady flows are shown to be chaotic by calculating a set of Liapunov exponents from the observed time series of a single variable.

**Key Words:** natural convection, horizontal isothermal cylinder, heat transfer performance, chaos, effect of the upper plate

#### 1. はし が き

壁や容器の影響を受ける物体まわりの自然対流は、無限空間中のそれとは大きく異なる<sup>1),2)</sup>。有限容器内の物体位置や二重円筒<sup>3),5)</sup>間距離の違いによる流動パターンの変化については多くの研究がなされているが、無限空間中の平板近くに置かれ一方にのみ壁の影響を受ける物体まわりの時空間伝熱特性を明らかにする研究はない。また、最近地球温暖化の主要因とされるCO<sub>2</sub>を回収し、シャーベット状のクラスレートにして深海へ封じ込める構想がある。CO<sub>2</sub>を深海に固定する必要があるが、地上から海底に敷設されたパイプラインで輸送し深海で流出したCO<sub>2</sub>が、パイプまわりに生ずる強い渦によりその付近での溶解速度が高まる問題が指摘されている<sup>6)</sup>。

本研究では、上方に水平板のある加熱水平円柱を実験系に選び、レイリー(Ra)数、平板と円柱上端間の距離(H/D)ならびに平板の温度条件が、円柱まわりの流動ならびに時空間伝熱特性に及ぼす影響を明らかにする。実験は、静止無限空間中に置かれた円柱まわりの流れが層流であるRa数 $1.0 \times 10^7$ 以下の場合について行う。また、円柱まわりの

流れがカオス的であると大きな拡散効果を生ずるので、非定常な流れをカオスの立場から理解することも試みた。

#### 2. 実験装置ならびに方法

##### 2.1 実験装置

図1に実験装置の概要を示す。円柱はレイリー数を変化させるため、長さ560mm(肉厚3.0mm)で外径25.4mm, 38.1mm, 50.8mm, 63.5mm, 76.2mm, 114.3mm(肉厚5.0mm), 152.4mmの7種類の銅製円筒を用いた。円筒内側の電気絶縁したステンレスはくを直流電源にて通電加熱し、円筒を加熱した。円筒は、長手方向中央部400mmでは1K以内の一定温度で、平板と円筒面の温度差は約40Kとした。円筒は外乱を防ぐため $1000 \times 600 \times 1200 \text{mm}^3$ の容器内に入れた。容器側壁と床面を厚さ8mmの透明アクリル板で作製し、上方平板は温度条件による伝熱特性の違いを明らかにするため、8mm厚のアルミ製水槽内の水を攪拌し一定温度とした場合(等温壁と呼ぶ)と断熱壁に近い熱伝導率の小さい泡ガラスの場合を調べた。アクリル容器壁と平板温度とは誤差2K以内で室温である。Ra数は $4.8 \times 10^4$ から $1.0 \times 10^7$ の範囲で、H/Dをさまざまに変えて実験を行った。

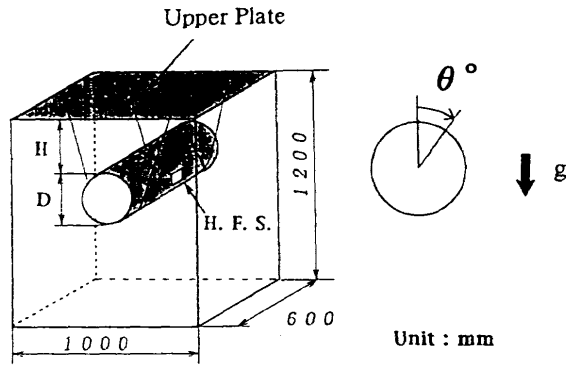


図1 実験装置

## 2.2 ヌセルト数

熱流束計(以下H.F.S.と略す。厚さ75 $\mu\text{m}$ , 受感部寸法1.5mm $\times$ 4mm, 時定数約0.02s)を円柱中央表面に接着した。出力を10000倍に増幅後コンピュータで処理し, 局所ヌセルト数(Nu)の時間平均値, 瞬時値, 変動の強さを求めた。測定位置は円柱を回転させることによって変えられる。Nu数は, 上方平板が等温壁でH/D=1の円柱に沿う安定な流れの円柱下端( $\theta=180^\circ$ )の値 $Nu_0$ で無次元化し,  $Nu^*$ で表した。

## 2.3 非定常特性

非定常特性を明らかにするため, 線香煙による流れの可視化ならびに円柱長手方向の流体温度の相関の強さを求めた。相関の強さは, 円柱と平板間の中央位置(H/2,  $\theta=0^\circ$ )で, 円柱長手方向に $\ell$  mm 離して設置した2本の素線径50 $\mu\text{m}$ のCu-Co熱電対(T.C.と略す。時定数約0.13s)出力を, 次式で定義した相互相関関数により求めた。

$$R(\ell) = \max_{\tau} \{ |R_{12}(\tau)| / \sqrt{R_{11}(0)R_{22}(0)} \}$$

$$R_{12}(\tau) = \lim_{t_0 \rightarrow \infty} \frac{1}{t_0} \int_0^{t_0} T_1(t) T_2(t+\tau) dt$$

また, 時系列よりパワースペクトラム, リアブノフスペクトラム $\lambda_i$  ( $i=1, \dots, d_m$ )を求めた<sup>7),8)</sup>。 $\lambda_i$ は, 近傍軌道の指数的発散または収束を示し, 正の値が1つでもあればそれは軌道不安定なカオスである。単一の時系列を埋め込みの方法により $d_m$ 次元位相空間を構成し, この相空間中の軌跡より $\lambda_i$ を求めた。さらに, 非定常な流れの複雑さを表す物理量であるリアブノフ次元 $D_{KY}$ を $\lambda_i$ より計算した<sup>8)</sup>。用いたプログラムの妥当性は, LorenzモデルによるSanoら<sup>7)</sup>と同一のパラメータ値で, 埋め込み次元 $d_m=3$ の計算結果により確認した<sup>9)</sup>。H.F.S.出力を0.01953sごとにサンプリングした131072個の離散時系列より $\lambda_i$ を求めた。埋め込みのための遅れ時間 $\tau_{del}$ は, 自己相関が零になる時間とした。

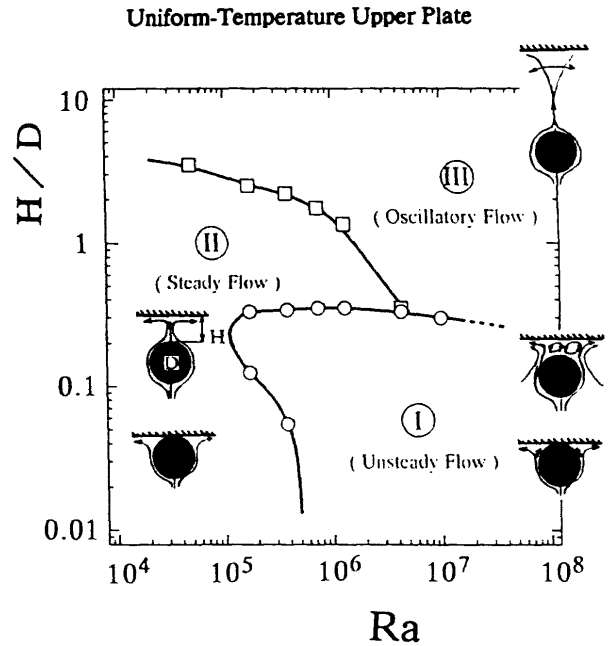


図2 流動パターン

## 3. 結果と考察

### 3.1 流動パターン

図2は, 上方平板が等温壁の場合のレイリー数と平板と円柱上端間の距離の違いによる流動パターンの変化を示す。図3は, 図2中のI領域で $Ra=1.3 \times 10^6$ ,  $H/D=0.2$ の場合の円柱まわりの流れの瞬間的可視化写真である。図(a-1)は円柱断面に垂直方向, 図(a-2)は $\theta=0^\circ$ の円柱長手方向の写真である。I領域では, 円柱まわりの流れは上方平板により大きく減速される結果, 流れは円柱表面からはく離し非定常な流れとなる。図2中に $H/D=0.05, 0.2$ の場合の円柱まわりの流れの様相を模式的に示してある。 $H/D=0.05$ 程度と小さい場合, 円柱に沿い上昇する流れは上端( $\theta=0^\circ$ )より約 $60^\circ$ 上流より円柱表面からはく離し,  $\theta=20 \sim 60^\circ$ の区間ではく離点は非定常な揺動挙動を示す。さらに,  $H/D=0.2$ 程度に大きくなると平板と円柱間には図3(a-1)に示す大きな複数の渦が揺れ動くようになる。このとき円柱長手方向にも図3(a-2)に示す図3(a-1)に近い大きな複数の非定常な渦が見られる。この円柱上部に見られる非定常な流れは,  $Ra$ 数が約 $10^6$ 以下では $H/D$ が小さくても現れなくなる。II領域では,  $H/D$ が小さいとき流れは $\theta=40^\circ$ 付近で円柱表面からはく離するが, はく離点は揺動せず定常な2次元の流れである。また,  $H/D$ が大きいときは円柱上端近傍まで円柱に沿い流れた後, ほぼ垂直に上昇する。その後上昇流は, 水平板に直角に当り左右に分かれる定常な2次元の流れである。III領域では, 円柱に沿う安定な流れが, 円柱上端近傍で鉛直方向に真っ直ぐ立ち昇る。円柱より真っ直ぐに上昇している区間では定常な

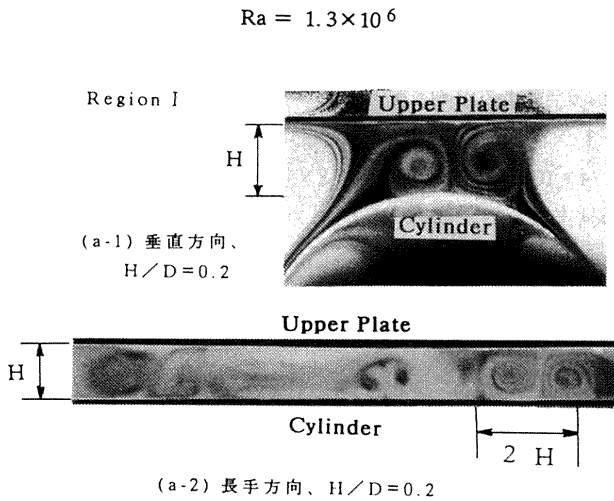


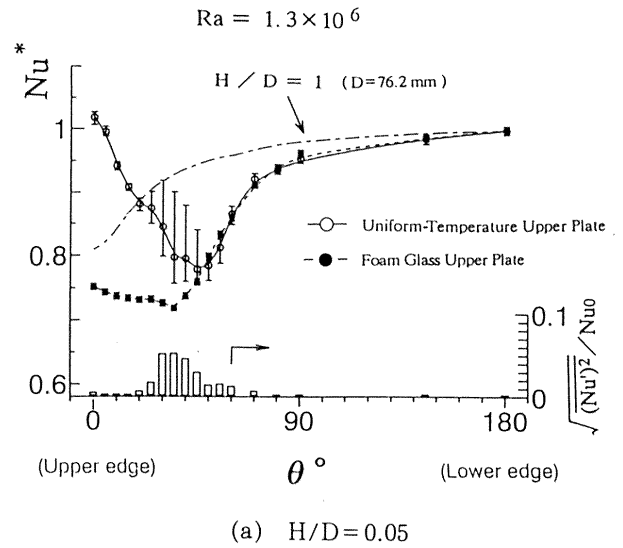
図3 瞬間的可視化写真

2次元の流れであるが、上昇流は平板と円柱の途中より左右に大きく揺動し始める。揺動する範囲の流れは3次元で、Ra数が大きいほど、また円柱から離れるほど3次元性は顕著になる。

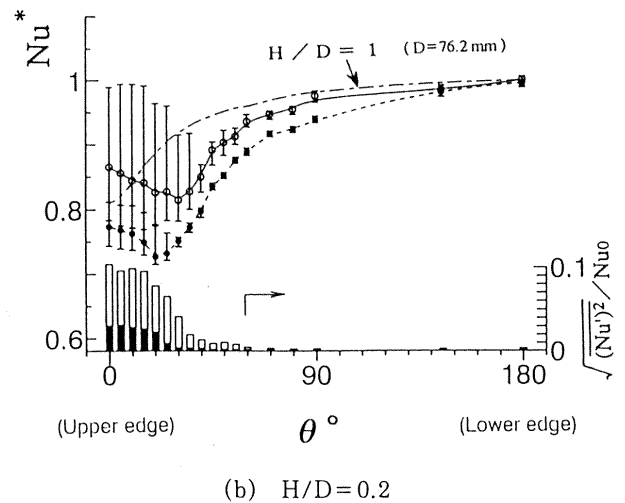
### 3.2 ヌセルト数

図4は、図2中の非定常な流れが生ずるI領域で、 $Ra = 1.3 \times 10^6$ の場合の円柱まわりの局所Nu\*数の時間平均値、瞬時値、変動の強さを示す。図(a)は $H/D = 0.05$ 、図(b)は $H/D = 0.2$ の結果で、図中○印はNu\*数の時間平均値、縦線は変動幅、棒グラフは変動の強さを示す。白抜きは等温壁（実線はそのスプライン近似）、黒塗りは泡ガラス（点線はそのスプライン近似）の場合で、一点鎖線は等温壁で $H/D = 1$ の場合の定常な流れのNu\*数分布である。

$H/D = 0.05, 0.2$ の時間平均Nu\*数は、円柱まわりの境界層の発達とともに円柱上端に向い漸減するが、平板に近い円柱面では $H/D$ により大きく異なる。 $H/D = 0.05$ の等温壁の場合、 $\theta = 20 \sim 60^\circ$ の区間で変動の強さは2~5%に急増し、円柱に沿い上昇する流れは円柱表面よりはく離し3次元的に揺動する。一方泡ガラスの場合、流れの可視化より流れは $\theta = 40^\circ$ 付近で円柱表面よりはく離するがはく離点は揺動せず、変動の強さは円柱まわりに0.4%以下で変わらない。これは円柱に沿い上昇する流れが平板の存在により減速され円柱表面ではく離するが、等温壁では平板に沿う流れが平板面で冷やされ鉛直下に向って密度が小さくなるため、平板に沿う流れが不安定となりはく離点の揺動を大きくする。一方、泡ガラスの場合は平板に沿う流れは安定で、はく離点は揺動しなくなるものと考えられる。なお、 $H/D$ が小さいため、円柱と平板間のくさび状の狭い領域の流れは淀む。このためNu\*数は上方平板が等温壁の場合、平板への熱伝導量が大きくなるため円柱上端に向って急増するが、泡ガラスの場合その増加量は小さい。図(b)に示す $H/D = 0.2$ の場合、等温壁では $\theta = 40^\circ$ 、泡ガラスでは $\theta = 25^\circ$



(a)  $H/D = 0.05$



(b)  $H/D = 0.2$

図4 局所ヌセルト数

より変動は急増する。この付近で円柱に沿い上昇する流れははく離し、平板と円柱上端間には図3に示す3次元の渦が揺れ動くようになる。この領域の変動の強さは、等温壁が泡ガラスの場合より2.5倍程度大きい。

また、外乱を防ぐ目的で設置した図1に示すアクリル容器寸法が、円柱まわりの流動特性に及ぼす影響を調べた。図1の容器寸法の場合の実験結果である図4(b)の局所Nu数分布は、2mm厚アクリル板により幅1000mmを600mmに、また奥行き(円柱長手方向)600mmを350mmに変えてもほとんど変わらない。

### 3.3 非定常特性

図5は、上方平板が等温壁で $H/D = 0.2, \theta = 0^\circ$ の場合の平板と円柱上端の中間位置における流体温度の円柱長手方向の相関の強さを実線(縦線は、不確定性を示す)で示す。図中点線は時間平均無次元流体温度、棒グラフは温度変動の強さである。流体温度の時間平均値と変動の強さは円柱長手方向にはほぼ一様であるが、相関の強さは距離 $l = 5\text{mm}$ 程度で約0.35と急激に小さくなる。これは図3(a-1)の円柱に

垂直な断面ならびに図3(a-2)の円柱長手方向に見られた平板と円柱上端間距離に近い大きさの渦が揺れ動いているためである。この瞬間的に見られる図3中に示す約2Hの大きさの3次元の対流渦は、線形安定理論<sup>10)</sup>による下面加熱の無限平行平板間の臨界レイリー数で生ずる上下壁面間の距離で無次元化した中立安定波長2.016に近い。これは流れが不安定で非定常になっても、中立安定近傍のモードが両

$Ra = 1.3 \times 10^6$ ,  $H/D = 0.2$ ,  $\theta = 0^\circ$ , T.C.

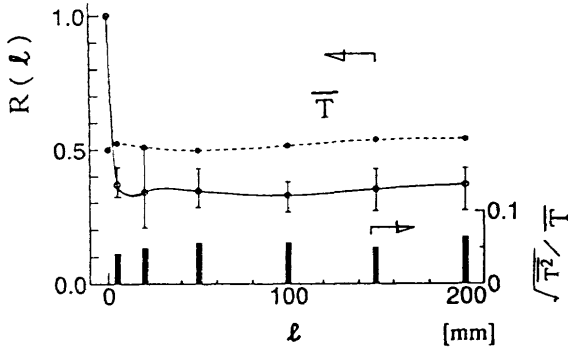


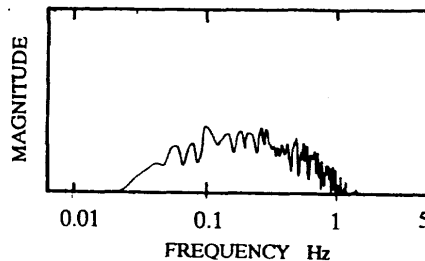
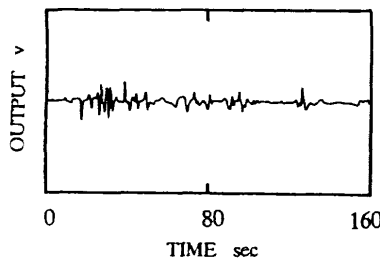
図5 円柱長手方向の相関の強さ

方向に支配的に残留することを示唆する。

図6は、 $H/D=0.2$ で上方平板が等温壁の場合の熱流束計( $\theta=0^\circ$ )の出力、パワースペクトラム、リアプノフスペクトラム $\lambda_i$ 、リアプノフ次元 $D_{KY}$ を示す。図(a)は $Ra = 0.74 \times 10^6$ 、図(b)は $Ra = 1.3 \times 10^6$ 、図(c)は $Ra = 4.3 \times 10^6$ の結果である。なお、 $\lambda_i$ の±の値は、位相空間の広がりをもととしたときの小球の半径を $0.03 \leq \epsilon_r \leq 0.06$ 、小球内の点の個数を $10 \leq N \leq 30$ 、サンプリング時間を $\Delta\tau$ としたときの時間発展を $4\Delta\tau_{dev} \leq 8\Delta\tau$ の範囲で変化させたときの不確かさを示す。

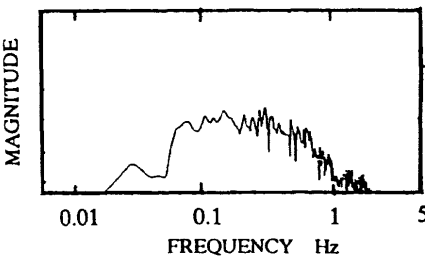
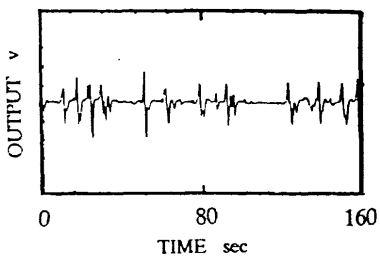
図(a)に示す $Ra = 0.74 \times 10^6$ では、パワースペクトラムは約1Hz以下の変動がほとんどで、多くのピークを示すとともにピークの周波数は幅を持つ。変動の強さは約6% ( $\sqrt{(Nu')^2}/Nu$ :  $Nu$ は局所の時間平均値)である。 $\lambda_i$ に正のリアプノフ指数が現れ、リアプノフ次元 $D_{KY}$ は埋め込み次元 $d_m=5.6$ で約3.3次元であり流れはカオス的である。図(b)に示す $Ra = 1.3 \times 10^6$ では、パワースペクトラムは約1Hz以下の変動がほとんどで、変動の強さは約9%である。 $\lambda_i$ に正のリアプノフ指数が現れ、 $D_{KY}$ は $d_m=5, 6$ で約3.5次元であり、やはりカオス的である。図(c)に示す $Ra = 4.3$

Unsteady Flow : Region I,  $D=76.2\text{mm}$ ,  $H/D=0.2$ , H.F.S.,  $\theta = 0^\circ$   
Uniform-Temperature Upper Plate



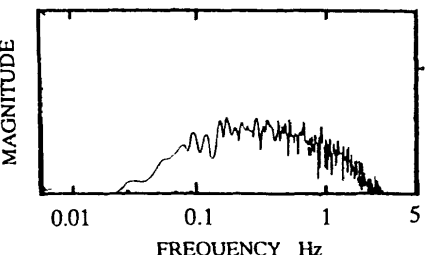
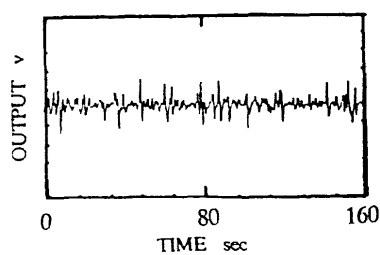
	$d_m = 4$	$d_m = 5$	$d_m = 6$
$\lambda_1$	$2.6 \pm 0.4$	$2.4 \pm 0.4$	$2.0 \pm 0.4$
$\lambda_2$	$1.0 \pm 0.3$	$1.0 \pm 0.3$	$0.6 \pm 0.3$
$\lambda_3$	$-2.0 \pm 0.4$	$-2.0 \pm 0.4$	$-1.2 \pm 0.3$
$\lambda_4$	$-8 \pm 3$	$-5 \pm 2$	$-4.2 \pm 1$
$\lambda_5$		$-11 \pm 3$	$-6 \pm 2$
$\lambda_6$			$-12 \pm 3$
$D_{KY}$	$3.2 \pm 0.3$	$3.3 \pm 0.3$	$3.3 \pm 0.3$

(a)  $Ra = 0.74 \times 10^6$



	$d_m = 4$	$d_m = 5$	$d_m = 6$
$\lambda_1$	$29 \pm 0.4$	$25 \pm 0.4$	$2.0 \pm 0.4$
$\lambda_2$	$0.8 \pm 0.3$	$0.7 \pm 0.3$	$0.6 \pm 0.3$
$\lambda_3$	$-1.3 \pm 0.3$	$-1.2 \pm 0.3$	$-1.0 \pm 0.4$
$\lambda_4$	$-6 \pm 2$	$-4.2 \pm 1$	$-3.2 \pm 0.5$
$\lambda_5$		$-10 \pm 3$	$-7 \pm 2$
$\lambda_6$			$-13 \pm 3$
$D_{KY}$	$3.4 \pm 0.3$	$3.5 \pm 0.3$	$3.5 \pm 0.3$

(b)  $Ra = 1.3 \times 10^6$



	$d_m = 5$	$d_m = 6$
$\lambda_1$	$4.4 \pm 0.8$	$3.8 \pm 0.6$
$\lambda_2$	$2.1 \pm 0.4$	$1.6 \pm 0.4$
$\lambda_3$	$-0.3 \pm 0.3$	$-0.3 \pm 0.3$
$\lambda_4$	$-3.6 \pm 0.5$	$-2.6 \pm 0.4$
$\lambda_5$	$-10 \pm 3$	$-6 \pm 1$
$\lambda_6$		$-13 \pm 3$
$D_{KY}$	$4.3 \pm 0.3$	$4.4 \pm 0.3$

(c)  $Ra = 4.3 \times 10^6$

図6 非定常流 (I領域) の特性

$\times 10^6$ では、パワースペクトラムは約3 Hz以下の変動がほとんどで、多くのピークの周波数は幅を持つ。変動の強さは約8%である。Ra=0.74,  $1.3 \times 10^6$ の場合に比べ、1~3 Hzの高い周波数の変動が現れるとともに、正の最大リアプノフ指数は2倍程度に大きくなる。D<sub>KY</sub>はd<sub>m</sub>=5, 6で約4.3次元である。以上の結果より、空間自由度の大きいと思われる一方向にのみ平板の影響を受ける静止流体中の円柱まわりの自然対流において、3~5次元程度の比較的少数自由度のカオス的流れが生じている。また、Ra数が大きくなるとパワースペクトラムには高い周波数の変動が現れるとともに、正の最大リアプノフ指数ならびにリアプノフ次元は増加し、流れの複雑さは増すことが明らかとなった。

#### 4. 結 論

(1) 上方平板が等温壁の場合、レイリー数および平板と円柱上端間距離の違いにより、円柱に沿う上昇流が円柱上部ではく離する3次元の非定常な流れ、円柱に沿う2次元の定常な流れ、円柱に沿う定常な流れであるが上昇流が円柱と平板の途中より左右に揺動する3次元的な振動流の3つの流動パターンが現れる。

(2) 上方平板と円柱上端間の無次元距離H/Dが約0.4より小さい図2中のI領域では、平板が等温壁と断熱壁に近い泡ガラスでは、円柱まわりの流動・伝熱特性は時間平均的にも瞬間的にも大きく異なる。

(3) 上方平板が等温壁で、平板と円柱上端間の無次元距離H/D=0.2の非定常な流れは、最大リアプノフ指数が正で、リアプノフ次元D<sub>KY</sub>は3~5程度の比較的自由度の小さいカオス的流れである。また、レイリー数の増加とともに最大リアプノフ指数ならびにD<sub>KY</sub>の値は増加し、非定常な流れの構造は複雑化する。

#### 記 号

D: 円柱外径, D<sub>KY</sub>: リアプノフ次元, d<sub>m</sub>: 埋め込み次元, H: 平板と円柱上端間の距離, Nu: ヌセルト数(時間平均値), Nu': ヌセルト数(変動値), Nu\*: 無次元ヌセルト数 $\equiv Nu/Nu_0$  (Nu<sub>0</sub>は, Ra=1.3×10<sup>6</sup>, H/D=1,  $\theta=180^\circ$ の値), Ra: レイリー数 $=g\beta(T_c-T_{uw})D^3/\alpha\nu$ , T<sub>c</sub>: 円柱温度, T<sub>uw</sub>: 平板温度,  $\lambda_i$ : リアプノフスペクトラム,  $\theta$ : 円柱上端より下端への角度(図1参照)。

#### 文 献

- 1) 斎藤他, 第6回日本伝熱シンポジウム講演論文集, (1969), 61.
- 2) C.D. Jones et al., Trans. ASME, **77** (1955), 1275.
- 3) R.E. Powe et al., J. Heat Transfer, **91** (1969), 310.
- 4) Y. Tanaka et al., Int. J. Heat Mass Trans., **27-5** (1984), 747.
- 5) Y.F. Rao et al., Int. J. Heat Mass Trans., **28-3** (1985), 705.
- 6) 石谷他, エネルギー・資源, **12-3** (1991), 66.
- 7) M. Sano and Y. Sawada, Phys. Rev. Lett., **50-10** (1985), 1082.
- 8) 長島・馬場, カオス入門, (1992), 培風館・
- 9) 小泉・細川, 機論, **58-547B** (1992), 891.
- 10) S. Chandrasekhar, Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability, (1961) The Clarendon Press, Oxford.

