

三次元境界層の流線曲率不安定

伊藤 信毅*

Streamline Curvature Instability of Three-Dimensional Boundary Layers

Nobutake ITOH

National Aerospace Laboratory

ABSTRACT

An eigenvalue problem posed by simplified disturbance equations is numerically solved to evaluate effects of streamline curvature on critical Reynolds numbers of the Falkner-Skan-Cooke family of velocity profiles. The results predict possibility of a new kind of centrifugal instability, due to the streamline curvature.

Key Words: boundary layer, instability, streamline

1. はじめに

後退翼表面に発達する境界層では、主流の方向と圧力勾配の方向が異なるために、外部非粘性流の流線が圧力の低い方向に彎曲し、境界層内にはその流線に直角で彎曲の内側に向かう流れ、すなわち横流れが発生する。横流れの存在を特徴とする三次元境界層は、二次元境界層には無い不安定機構を伴うために¹⁾、それよりずっと低いレイノルズ数で不安定になる。最近の研究によると^{2), 3)}、後退翼下面のように三次元境界層が凹曲面に沿う場合には、横流れと壁面曲率の影響が共に無視できなくなり、粘性、横流れおよび遠心力に基づく三種類の不安定性が競合する。また、平行流近似に基づくゲルトラー方程式に境界層の非平行性の一部を付け加えることによって、遠心力不安定の臨界点が無限小波数の位置に定まるという従来の欠陥を取り除くことができる³⁾。本研究では、これらの研究手法を拡張して流線曲率の問題に適用する。

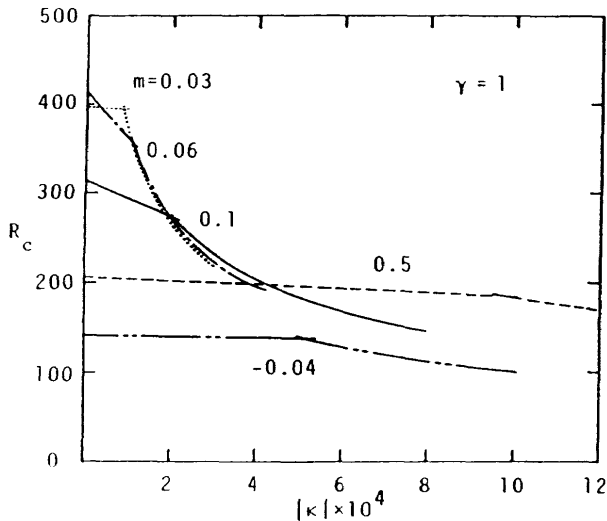
2. 計算結果と考察

三次元境界層の上に重ねられた微小攪乱の発達を記述するために、流線曲率を表わす無次元パラメータを陽に含む簡単な線形攪乱方程式を用いる。この方程式は数学的に厳密な過程から導かれたものではないので、一種のモデル方

程式であるが、簡単に数値的な安定特性の評価を通じて現象の本質的な部分を理解すると言う目的には十分有効である(詳細は文献4)を参照)。

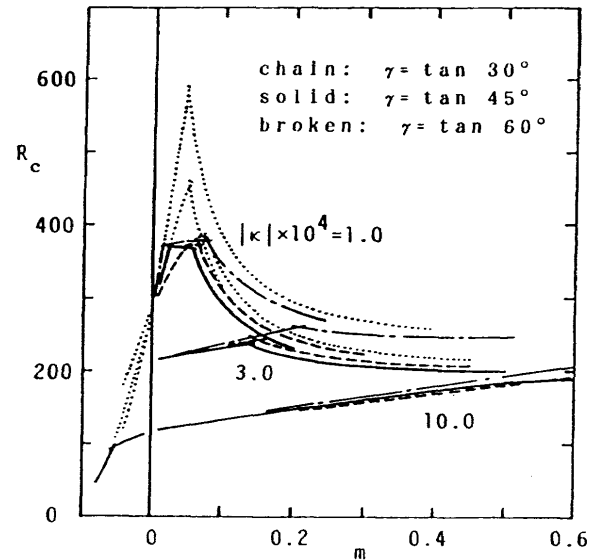
基本流としてFalkner-Skan-Cooke流を選び、その安定性に対する流線曲率の影響を調べる。いま、外部流の方向が $r=1$ の場合を例に取り、圧力勾配 m のいくつかの値に対して、流線曲率 κ を0から増加させて、臨界レイノルズ数 R_c の変化を示した結果が図1に与えられている。各曲線は κ の小さいうちは比較的緩やかに下降するが、 κ がある値を越えるとその勾配が急激に増大する。臨界曲線がどのように勾配の異なる二つの部分から成り立つことは、 κ の小さいところでの不安定性、すなわちT-S不安定あるいは横流れ(C-F)不安定とは別の種類の不安定現象が κ の大きいところで発生していることを表わしている。この特徴は、壁面が凹の曲率を持つ場合の三次元境界層の不安定特性と非常によく似ている。そこで、図1の曲線をゲルトラー数に対応する曲線 $\sqrt{\kappa} R = \text{const.}$ と比較すると、 κ の大きいところでは両者の勾配がほとんど一致することが確認された。この事実は、ゲルトラー不安定の場合と同様に、この新しい不安定性が流線の曲率に伴う遠心力によって引き起こされていることを意味する。実際、攪乱の波数ベクトルは流線にはほぼ直交しており、軸方向の速度成分が他の成分より一桁大きいことは、微小な曲率 κ に比例する項が攪乱方程式の主要項と釣り合う状態に達していることを示している。そこで以下では、この新しい不安定性を流線曲率

* 航空宇宙技術研究所

図1 R_c の κ に対する変化

(S-C)不安定と呼ぶことにする。なお、固有関数の振幅分布では横流れ攪乱とほとんど違いがないけれども、位相分布においてははっきりした差異が認められる。横流れ攪乱では壁からの距離にはほぼ比例して位相の単調な進みが存在するのに対して、流線曲率不安定攪乱ではゲルトラー渦の場合と同じように位相の変化はずっと小さく、単調でもない。位相分布におけるこの違いは二つの不安定性の実験において見分ける場合に最も重要な手掛かりになるものと思われる。

図2には r と κ をパラメータとして、 R_c の m に対する変化を示した。逆圧力勾配($m < 0$)の領域では流線の曲率が $m > 0$ の領域とは逆になるので、 $\kappa < 0$ と表示してある。流線曲率の影響を無視した場合($\kappa = 0$)の臨界曲線は点線で示されており、 m が負から正の小さい値を取る範囲ではT-S不安定の臨界値を示し、 m が大きいく所ではC-F不安定の臨界値を与える。流線曲率の影響を加えると、T-S不安定とC-F不安定の間を埋めるようにS-C不安定の臨界曲線が現れ始め、曲率の強さが増すにつれてその臨界曲線は下方に移動して、 m の広い範囲にわたるようになる。T-S臨界曲線は曲率が増加してもほとんどその位置を変えないが、C-F臨界曲線の方は比較的影響を大きく受け、下方へのずれが明確に確認される。流線の傾き角 r の影響はT-SおよびC-F臨界曲線に与える効果に較べて、S-C不安定に対してはあまり顕著ではない。このような三種類の臨界曲線の形状は凹曲面の場合の特性と非常に良く似ており^{2), 3)}、流線曲率不安定が壁面曲率不安定と同じ遠心力型不安定であることを示している。さらに、図2の $r = 1$

図2 R_c の m に対する変化

に対する臨界曲線に沿っての波数と振動数の変化を調べると、S-C攪乱の波数ベクトルが流線にほとんど直角な方向を向いている点特徴的で、この性質はC-F攪乱より明確である。振動数はC-FとS-C攪乱がT-S攪乱より一桁小さいことおよびC-FとS-C攪乱とで符号が逆なことが指摘される。

3. むすび

三次元境界層の安定性に対する外部流線曲率の影響を調べるために、曲面壁に沿う境界層に対する安定方程式と類似なモデル方程式を用いた。Falkner-Skan-Cooke流に対する安定計算の結果、流線曲率に起因する新しい遠心力不安定の存在が確かめられた。この不安定性が実際の境界層で生じるために必要な曲率の大きさは、通常の後退翼で観察される程度の弱いものであるが、実験的にはまだ観測されていない。それより上流側で横流れ不安定が発生するためと思われる。

参考文献

- 1) Gregory, N., Stuart, J.T. & Walker, W.S. (1955) *Phi. Trans. Roy. Soc. London A* 248, 155-199
- 2) Itoh, N. (1994) *Fluid Dyn. Res.* 13, 81-95
- 3) Itoh, N. (1994) *Trans. Japan Soc. Aero. Space Sci.* 37, 125-138
- 4) 伊藤信毅 (1994) 京都大学数理解析研究所講義録, 印刷中