

NWTによる等方性乱流の数値シミュレーション

山本 稀義* 細川 巖** 生出 伸一**

Numerical Simulation of Isotropic Turbulence Using NWT

Kiyoshi YAMAMOTO

National Aerospace Laboratory

Iwao HOSOKAWA and Shin-ichi OIDE

The University of Electro-Communications

ABSTRACT

Direct numerical simulation (DNS) of homogeneous isotropic turbulence is made using the Numerical Wind Tunnel (NWT), a new parallel computer introduced to NAL last year. The DNS having 512^3 mesh points in space can be conducted by the NWT with 128 processor element, whose performance attains to 53 GFLOPS for the DNS. The fully developed turbulent fields, velocity and temperature, are obtained by the DNS which is used the Fourier spectral method for the calculation of the Navier-Stokes equation. The energy spectrum obtained has the $k^{-5/3}$ power law region in it. The probability distribution functions show the Gaussian distribution for the velocity, but exponential functions for the velocity derivatives. The intense vorticity concentrates into various short tube like regions, but the temperature into sheet like regions in space.

Key Words: DNS, parallel computer, isotropic turbulence, energy spectrum

1. はじめに

計算機の進歩によって流体力学に於ける計算流体力学 (CFD) の役割は益々重要になってきている。これは乱流についても同様であって、従来の実験的研究に加えて、数値シミュレーションは乱流研究の重要な源となっている。計算方法についても従来は乱流モデルを使用した差分法が中心であったが、現在では計算精度の良いスペクトル法による直接数値シミュレーション (DNS) が多くの成果を挙げる様になってきた。これは主として最近の計算機の飛躍的發展によっている。スーパーコンピューターは現在ベクトル計算機から並列計算機へと発展しているが、その結果、計算速度もギガフロップスからテラフロップスへと進展しよ

うとしている。航空宇宙技術研究所では昨年新しい並列計算機である数値風洞 (Numerical Wind Tunnel: NWT) を導入したが、その理論的ピーク速度は 236 ギガフロップスに到達している。ここではこれを用いて行われた減衰一様等方性乱流の DNS について述べる。

一様等方性乱流の DNS はしばしばその時点の最先端のスーパーコンピューターを用いて挑戦されてきた研究課題である。それらの中で、Kerr (1985)¹⁾ は 128^3 格子点の強制乱流の DNS を行い、 R_λ 、テイラーのマイクロスケールレイノルズ数が、83 までの乱流速度場を計算した。また、山本と細川 (1988)²⁾ は同じ 128^3 格子点で減衰乱流の DNS を行い、 $R_\lambda \sim 100$ の乱流速度場を得た。一方、Vincent & Mene-guzzi (1991)³⁾ は 240^3 格子点の強制乱流の DNS を行い、 $R_\lambda \sim 150$ の結果を得た。さらに、最近 Chen et al. (1993)⁴⁾ および Jiménez et al. (1993)⁵⁾ 等は 512^3 格子点の DNS を行い、 $R_\lambda \sim 200$ までの乱流速度場を計算した。これらの内で格子

* 航空宇宙技術研究所
** 電気通信大学

点数 128^3 のDNSはベクトル計算機によって行われ、それより大きい格子点数のDNSは並列計算機によって行われた。この様に、数値シミュレーションの主流は現在並列計算機となってきている。

2. 数値風洞 (NWT)

NWTは1.7 GFLOPSのピーク速度を持つベクトル計算機をその要素計算機(PE)として最大140台並列化した並列計算機で、その理論的ピーク速度は236 GFLOPSとなる⁶⁾。しかし、現実のCFDプログラムの計算速度はこれよりはかなり小さくなる。その原因は現実の計算プログラムでは各PE間のデータ転送が頻繁に必要となるが、これはPE内だけの計算速度に比べかなり遅いため、PE間のデータ転送の頻度に依存して計算速度は遅くなるためである。また、各PEがベクトル計算機であるので、複雑な計算プログラムについて、ベクトル性能と理想的並列化を同時に達成する事はそれほど容易ではない。

図1に本DNSの計算プログラムによるNWTの性能測定の結果を示す。横軸の N_{PE} はNWTに使用されるPE台数を表し、縦軸はDNSの時間方向の積分において単位時間ステップ進むのに必要なCPU時間(秒)である。図中のいろいろな記号はDNSに使用された格子点数を示す。また、実線は $1/N_{PE}$ の勾配を示し、これはプログラムの並列化が理想的に行われた時の性能曲線と考えられる。それぞれの計算結果は N_{PE} の最大の点を除いてはほぼ実線と同じ勾配に並んでいて、この範囲では並列化はほぼ理想的に行われていると考えられる。一方、 N_{PE} の最大の点のデータが直線からずれるのは、PE内の計算量に比べてPE間のデータ転送

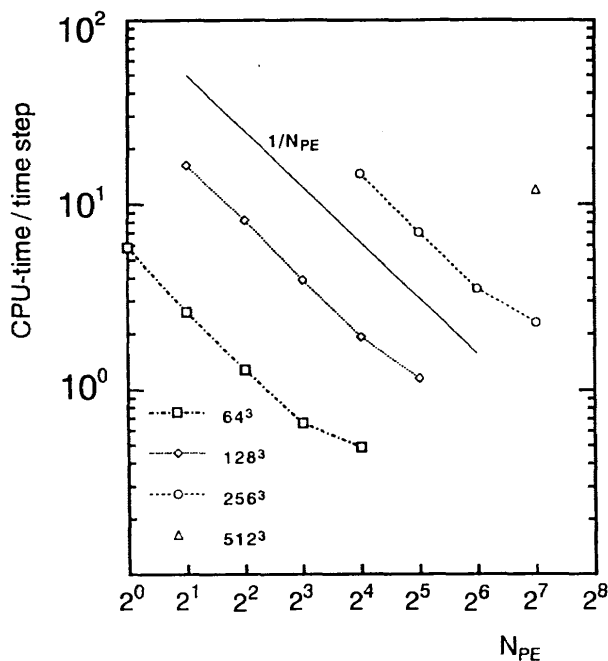


図1 DNSのプログラムで測定されたNWTの性能
 N_{PE} はNWTに使用されたPE台数を表す。

の時間が無視出来なくなるからである。以下のDNSでは N_{PE} はこの直線の範囲で選ばれる。すなわち、 128^3 のDNSは16台のPEを使用し、 256^3 のDNSは64台のPEを使用して行う。また、 512^3 のDNSは128台以上のPEで可能となる。この時、NWTによる本DNSの計算速度は53 GFLOPSになっている。

3. 基礎方程式

流れの周期性を仮定し、速度場をフーリエ級数展開すると、そのフーリエ成分 $\mathbf{u}(\mathbf{k})$ の基礎方程式はナビエ・ストークス方程式から

$$\frac{\partial \mathbf{u}(\mathbf{k})}{\partial t} = -i \sum_{\mathbf{k}'} \mathbf{u}(\mathbf{k}') \mathbf{k} \cdot \mathbf{u}(\mathbf{k} - \mathbf{k}') - i k_p p(\mathbf{k}) - \frac{k^2}{R} \mathbf{u}(\mathbf{k}) \quad (1)$$

と与えられる。さらに、受動的スカラーとして温度場を考えると、そのフーリエ成分 $\theta(\mathbf{k})$ の方程式は

$$\frac{\partial \theta(\mathbf{k})}{\partial t} = -i \sum_{\mathbf{k}'} \theta(\mathbf{k}') \mathbf{k} \cdot \mathbf{u}(\mathbf{k} - \mathbf{k}') - \frac{k^2}{R_p} \theta(\mathbf{k}) \quad (2)$$

となる。ここで、 R は初期の流れに基づくレイノルズ数、 P_r はプラントル法で計算されるが、その際aliasing誤差を消去するためにはシフト法を使用する⁷⁾。また、時間方向の積分にはRunge-Kutta-Gill法が使用される。

ここでは減衰等方性乱流を取り扱うので初期の乱流場、速度と温度の両方を与える必要がある。これには初期の乱れのスペクトルを

$$E(k) = \frac{16}{3} \left(\frac{2}{\pi} \right)^{1/2} k^4 \exp(-2k^2) \quad (3)$$

と与える。これよりレイノルズ数 R は $R = v_0 / k_0 \nu$ と定義される。ここで、 v_0 は $v_0 = \sqrt{2 \int E(k) dk}$ 、 k_0 は初期スペクトル $E(k)$ が最大値を持つ波数($k_0 = 1$)である。速度場のフーリエ級数展開の成分の数はレイノルズ数 R が1000のDNSでは 256^3 個(同じ数の空間格子点のDNSと分解能は同じ)、2000の場合には 512^3 で行われた。

4. 計算結果と検討

4.1 エネルギースペクトル

図2は速度場のエネルギースペクトル $E(k)$ の時間的発達の計算結果を示す。レイノルズ数 R は2000である。点線は初期に与えられたスペクトル、(3)式、を表す。エネルギースペクトルは時間と共に低波数領域のエネルギーが高波数領域に輸送されて、時間と共に発達した乱流スペクトルが形成されている。そして、無次元時間 t がほぼ10でエネルギースペクトルの高波数領域は最大になり、その後は全領域でほぼ単調に減衰する。そして、この $t=10$ のエネルギースペクトルの中間領域で $k^{-5/3}$ 分布、コルモゴロフ・スペクトル、が観測される。しかし、その一致は必ずしも厳密ではない。この不一致はこれまでのDNSでも見られる傾向で⁸⁾、今後の問題である。しかし、この $t=10$ で得ら

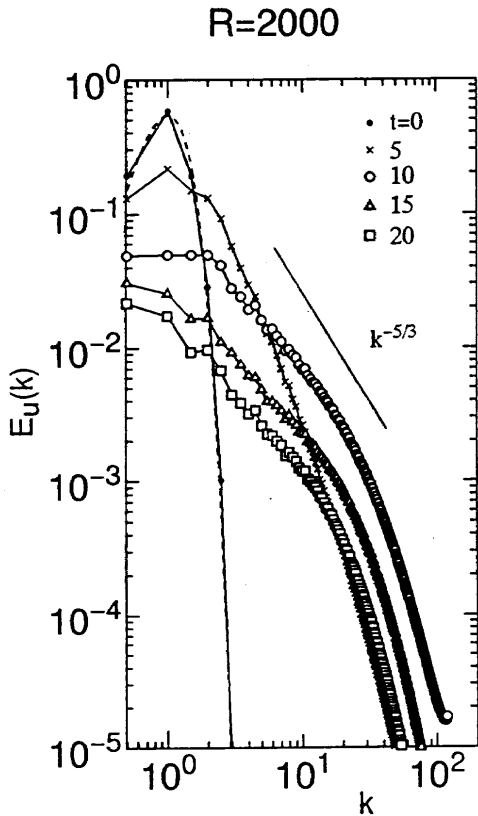


図2 エネルギースペクトルの時間的発達
 $R=2000$. 点線は初期スペクトル(3)を表す。

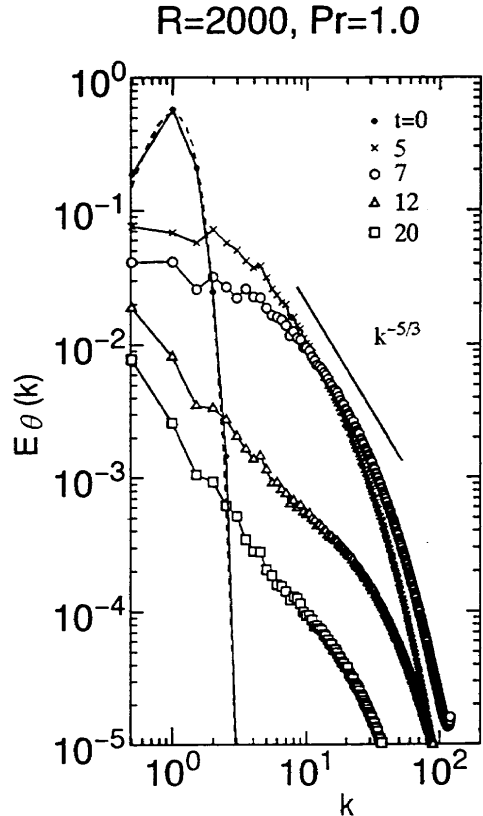


図3 温度の分散スペクトルの時間的発達
 $R=2000, Pr=1$ 点線は初期スペクトル(3)を表す。

れた速度場は発達した乱流の速度場と考えることができるので、これを数値解析して乱流のいろいろな力学法則を調べてみる。

図3は温度場の分散スペクトルの時間的発達の結果を示す。プラントル数は1と選んだ。スペクトルの発達の傾向は図2のエネルギースペクトルとほぼ同様であるが、その発達の時間スケールはエネルギースペクトルに比べて早く、 $t=7$ で高波数領域の最も発達したスペクトルが得られている。この温度分散スペクトルについても Batchelor⁹⁾によって慣性領域で同様に $k^{-5/3}$ 分布となることが予測されている。計算結果 ($t=7$) はこの傾向に近づくが必ずしもまだ厳密ではない。

4.2 確率分布関数

乱流の力学を記述する基本的な物理量は速度の分布関数である。 $t=10$ で得られた速度場と温度場のデータからいろいろな力学量の確率分布を調べてみる。

図4は速度 u の確率分布を示す。計算結果はガウス分布(実線)と良く一致している。これは理論的にも予測されている結果で、また実験的にも検証されている¹⁰⁾。

一方、図5は速度の縦微分 $\partial u / \partial x$ の確率分布を示す。計算結果はガウス分布(実線)とは全く異なり、指数分布を示している。このような指数分布は最近のDNSによって検出されたもので^{11), 12), 13)}、乱流ではしばしば現れる分布であ

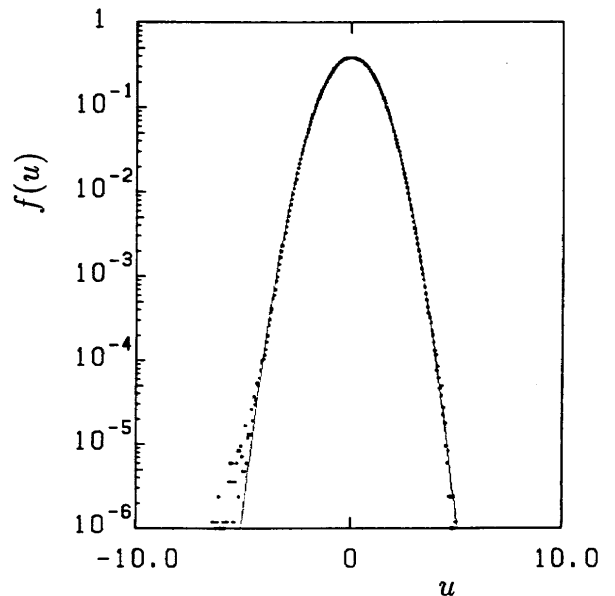


図4 速度 u の確率分布関数
 $R=1000, t=10$ 。

ることが分かってきた。また、図5の結果の重要な特徴は分布が横軸の原点について非対称で、負の領域の分布が正の領域より大きくなっていることである。その結果、縦微分の歪度因子は平均として負の値を持ち、これは乱流における渦度のストレッチングに関連する重要な性質である。

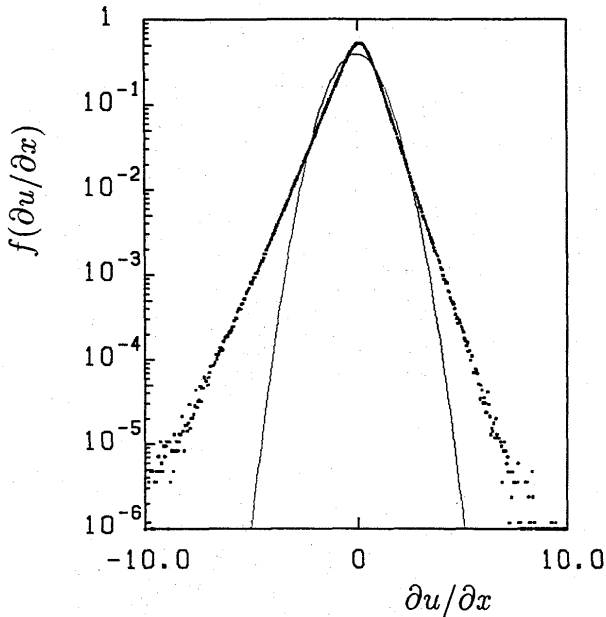


図5 速度の縦微分 $\partial u/\partial x$ の確率分布関数
 $R=1000, t=10$ 。

4.3 乱流の微細構造

乱流場の変動のデータを時空間で得られることがDNSの大きな利点である。これを数値解析することによって、乱流の時空間の微細力学構造を調べることが出来る。図6は渦度の空間的集中を示す計算結果で、等高線は 3.5ω のレベルで描いてある。ここで、 $\omega = \langle |\omega|^2 \rangle^{1/2}$ である。図から渦度は細長い管状の領域に集中し、その内部が渦度の高い部分である。この様な高渦度の管状の領域はしばしばワーム(worm)と呼ばれている^{2),5)}。ワームは調べてみると渦管であることが分かる。この様なワームの形成の力学機構はまだ正確には分かっていない⁵⁾。渦度の集中する形状に関してはこれまで理論的に渦管¹⁴⁾およびシート¹⁵⁾が予測されているが、図6の結果は前者を支持する。また、温度勾配 $|\partial\theta/\partial x_i|$ の空間的集中の様子を調べてみると、この場合は空間的にシート状に集中する結果が得られている。この様な渦度場や温度勾配が渦管およびシート状に集中する力学機構はまだ必ずしも明確ではない。今後のDNSに期待される所である。

参考文献

1) R.M.Ker: J. Fluid Mech., **153** (1985) 31.
 2) K. Yamamoto and I. Hosokawa: J. Phys. Soc. Japan, **57** (1988) 1532.

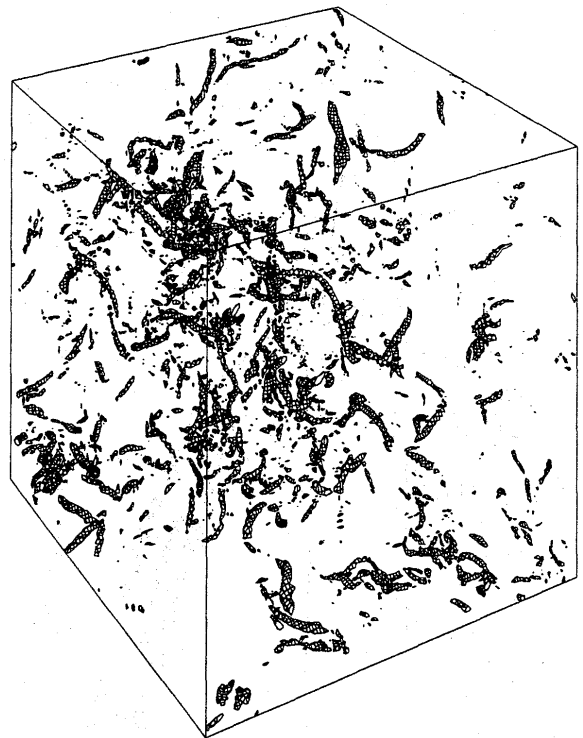


図6 高渦度領域が空間的に集中する形状
 $R=1000, t=10$ 。等高線は 3.5ω の高さを示す。

3) A. Vincent and M. Meneguzzi: J. Fluid Mech., **225** (1991) 1.
 4) S. Chen et al.: Phys. Fluids, **A5** (1993) 458.
 5) J. Jiménez et al.: J. Fluid Mech., **255** (1993) 65.
 6) T. Iwamiya et al.: To appear in Proc. Parallel CFD' 93.
 7) C. Canuto et al.: *Spectral Methods in Fluid Dynamics*, 1988, Springer-Verlag, New York.
 8) Z-S. She et al.: Phys. Rev. Letts., **70** (1993) 3251.
 9) G.K. Batchelor: J. Fluid Mech., **5** (1956) 113.
 10) A.S. Monin and A.M. Yaglom: *Statistical Fluid Mechanics*, Vol. 1, 2, 1975, MIT Press Cambridge.
 11) Z-S. She et al.: J. Sci. Comput. **3** (1988) 497.
 12) I. Hosokawa and K. Yamamoto: J. Phys. Soc. Japan, **58** (1989) 20.
 13) K. Yamamoto and T. Kambe: Fluid Dynamics Research, **8** (1991) 65.
 14) H. Tennekes: Phys. Fluids, **11** (1968) 669.
 15) R. Betchov: J. Fluid Mech., **1** (1956) 497.