

## 浮力が作用する曲円管内の流れと熱伝達

望月 宗和\*、石垣 博\*

### The Effect of Buoyancy on Flow and Heat Transfer in Curved Pipes

Munekazu Mochizuki & Hiroshi ISHIGAKI

Fully developed laminar flow in a heated horizontal curved pipe is studied numerically. The thermal boundary conditions at the wall are uniform wall heat flux axially and uniform wall temperature peripherally. Flow and heat transfer are governed by Dean number, Prandtl number and buoyancy number. Detailed prediction of the friction factor, average heat transfer rate, velocity profile, temperature profile and secondary-flow streamlines are given.

#### 1. まえがき

曲り管は各種の熱交換器、加熱・冷却装置に用いられ、工学的に重要な役割を持っている。このような加熱曲管内を流れる流体には曲率による遠心力と管壁の加熱(冷却)による浮力が同時に作用し、水平なコイル管の場合には2つの力が90°異なった方向に作用するので、流れは加熱されない場合にくらべてさらに複雑な様相を呈する。この流れは浮力効果がない曲管内の流れ<sup>(1),(2)</sup>と曲率効果のない加熱水平直管内の流れ<sup>(3),(4)</sup>を二つの極限状態としてもつが、これらについてはすでに報告した。本報告では水平な加熱コイル管内層流の流動伝熱について数値解析した結果を述べる。

これまでの著者らの研究から二つの極限の特性は

浮力が作用する水平加熱直円管内層流については

- (1) 層流熱伝達特性は基本的には ( $Pr \ll 1$ をのぞけば) 層流特性数  $K_{LB} = \sqrt{Ra_q}$ のみで決まり、 $Pr$ に無関係である
- (2) 速度場は  $Pr$ によって大きく影響される

浮力が作用しない曲円管内層流については

- (1) 層流の流れ特性は層流特性数(ディーン数) $K_{LC} = Re/\sqrt{\lambda}$ のみで決まり、 $Pr$ に無関係である
- (2) 温度場は  $Pr$ によって大きく影響される

ことが明らかになっている。本研究であつかう流れはこれらの中間状態になるはずであり、ここでは上記の両極限をふまえて流動伝熱特性を示す。

本報告では実用と関係が深い基本的な問題として軸方向に熱流束一定、周方向に等温の条件で管壁が加熱された円管内の層流をとりあげ、速度場、温度場ともに完全に発達した領域での特性を数値計算により明確にする。

#### 2. 主な記号

|           |                  |   |
|-----------|------------------|---|
| $\hat{B}$ | : 体積力比           | $= Pr K_{LC}^2 / K_{LB}^2$                                |
| $d$       | : 加熱円管内直径        |   |
| $f$       | : 管摩擦係数          | $= -(\partial p / \partial z) d / \frac{1}{2} \rho w_m^2$ |
| $K_{LB}$  | : 水平直管複合対流の層流特性数 | $= \sqrt{Ra_q}$   |
| $K_{LC}$  | : 曲管の層流特性数       | $= Re / \sqrt{\lambda}$                                   |
| $Nu$      | : 周平均ヌセルト数       | $= q_w d / [(T_w - T_b) k]$                               |
| $Pr$      | : プラントル数         | $= \nu / \alpha$  |
| $q_w$     | : 壁熱流束           |   |
| $Ra_q$    | : 修正レイリー数        | $= g \beta q_w d^4 / (\nu k \alpha)$                      |
| $Re$      | : 主流のレイノルズ数      | $= w_m d / \nu$   |

\* 航空宇宙技術研究所角田宇宙推進技術研究センター (〒981-15 角田市君萱字小金沢1)

- $T_b$  : 混合平均温度
- $T_w$  : 管壁温度
- $w_m$  : 管内平均流速
- $\beta$  : 体積膨張係数
- $\lambda$  : 曲率パラメータ =  $R/d$

3. 基礎式と数値解法

図1に示したように曲管に固定して円環座標系  $(r, \theta, \phi)$  をとり、速度成分を  $(u, v, w)$  とする。さらに曲率パラメータ  $\lambda$  が十分に大きいと仮定すれば、管軸距離  $z = R\phi$  として円筒座標  $(r, \theta, z)$  に変換できる。管内の流れは定常非圧縮性層流で、速度場、温度場ともに完全に発達した状態にあるものとする。また Boussinesq 近似を導入して密度変化は浮力項でのみ考慮し、粘性係数などの物性値は一定と仮定する。

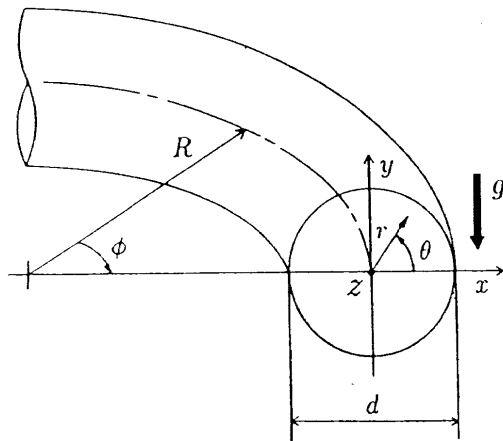


図1 曲円管の座標系

このとき温度を  $T$  とすれば、加熱曲円管内の完全発達層流の基礎方程式は次のようになる。

$$\frac{\partial}{\partial r}(ru) + \frac{\partial}{\partial \theta}(v) = 0 \dots \dots \dots (1)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} - \frac{v^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{w^2 \cos \theta}{R} + g\beta(T - T_b) \sin \theta + \nu \left( \nabla^2 u - \frac{u}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v}{\partial \theta} \right) \dots \dots \dots (2)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{uv}{r} = -\frac{1}{\rho r} \frac{\partial p}{\partial \theta} - \frac{w^2 \sin \theta}{R} + g\beta(T - T_b) \cos \theta + \nu \left( \nabla^2 v - \frac{v}{r^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial u}{\partial \theta} \right) \dots \dots \dots (3)$$

$$u \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \nabla^2 w \dots \dots \dots (4)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta} + w \frac{\partial T}{\partial z} = \alpha \nabla^2 T \dots \dots \dots (5)$$

ここに  $\nu$  は動粘性係数、 $\alpha$  は熱拡散率であり、ラプラスアンは次式で与えられる。

$$\nabla^2 \equiv \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}$$

完全発達流では  $\partial p / \partial z$  は一定となるから

$$\frac{\partial p}{\partial z} = C \dots \dots \dots (6a)$$

さらに温度場も完全発達している条件により

$$\frac{\partial T}{\partial z} = \frac{4q_w}{\rho c_p w_m d} \dots \dots \dots (6b)$$

の関係がある。ここに  $\rho$  は密度、 $c_p$  は比熱である。境界条件は次のように与えられる。

$$r = d/2 : u = v = w = 0, T = T_w,$$

速度場、温度場ともに発達している場のエネルギー式の計算方法は Kays & Crawford の著書<sup>(5)</sup>を参考にした。

数値計算プログラムは Patanker の著書<sup>(6)</sup>を参考に作成したもので、著者らの一連の研究に用いているものである。有限体積法、スタガード格子、べき乗スキーム、SIMPLE 法によっている。格子点は  $r$  方向 32、 $\theta$  方向 53 点とり、 $\theta$  方向は  $h \times$  等間隔、 $r$  方向は壁近傍で密な不等間隔にとった。反復計算では各従属変数の無次元残差が  $10^{-6}$  以下になったときを収束条件とした。

4. 速度場と温度場の基本構造

著者らの相似性の考察によれば水平直管流れを基準にとったとき、加熱曲円管内層流の流動伝熱特性は三つのパラメータすなわち  $K_{LB}$ 、 $Pr$  および  $\bar{B}$  によって支配される。 $\bar{B}$  の物理的意味は遠心力と浮力の比であり、 $\bar{B} = 0$  は水平加熱直管流、 $\bar{B} = \infty$  は浮力の影響がない曲管流をあらわす。以下3種の  $Pr$  について  $K_{LB}$  を一定にとり、 $\bar{B}$  を大きくしていったときに速度場、温度場の構造がどのように変化するかを示す。

図2(a),(b),(c) は3種の  $Pr$  について  $K_{LB} = 100$  に固定し、 $\bar{B}$  すなわち  $K_{LC}$  を大きくしていったときの軸速度、二次流線、温度の無次元等高線分布を示したものである。左端の  $\bar{B} = 0$  は浮力のみが作用する直円管を示し、温度分布は  $K_{LB} = 100$  で決まるパターン ( $K_{LB}$  が小さいので熱伝導型) をとり、 $Pr$  によってほとんど変化しない。軸速度分布は  $Pr = 7.0$  (水) では直円管内のポアズイユ分布、 $Pr = 0.7$  (空気) では

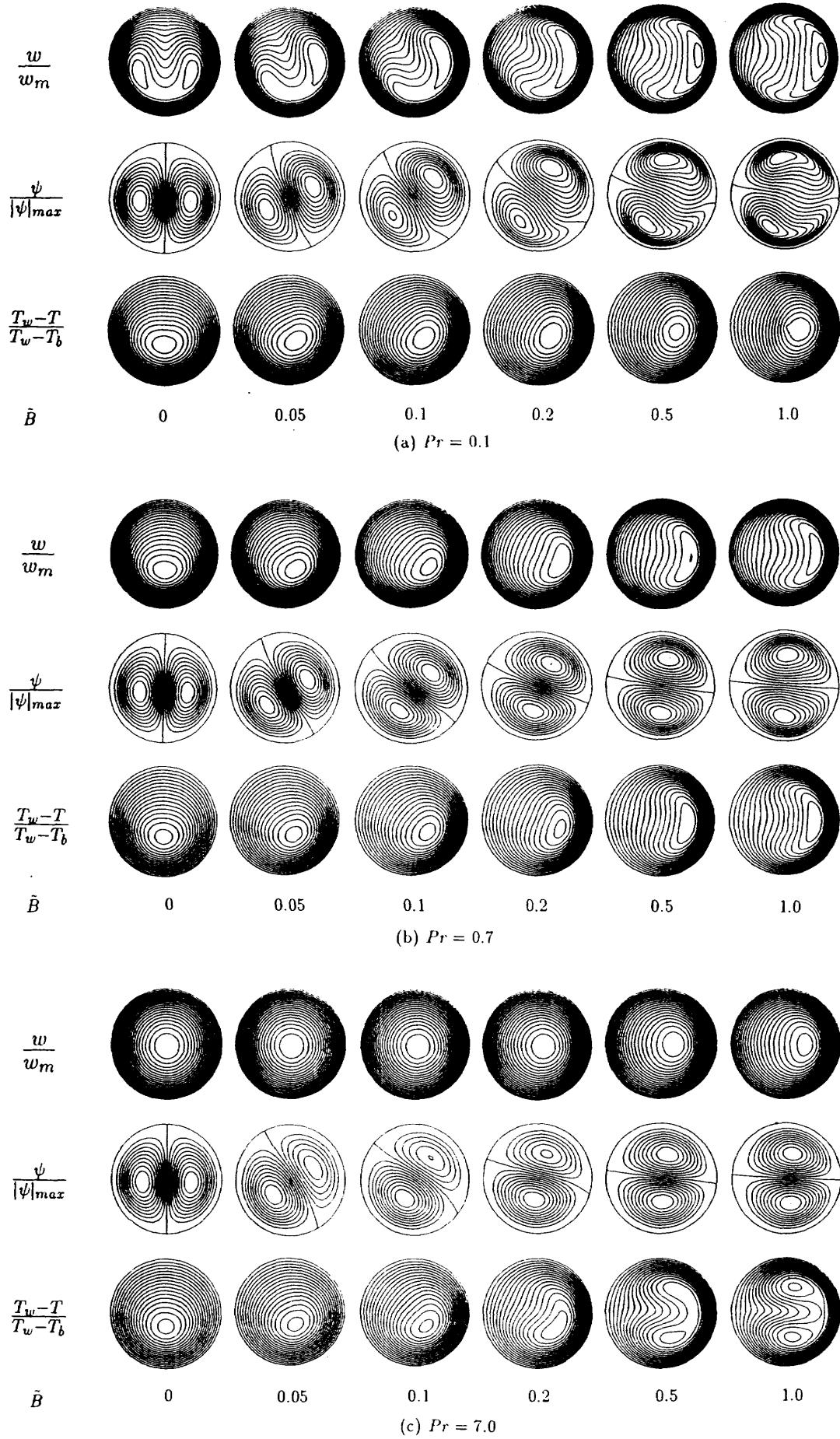


図2  $K_{LB} = 100$  における3種の  $Pr$  の等高線 (軸速度, 二次流線, 温度)

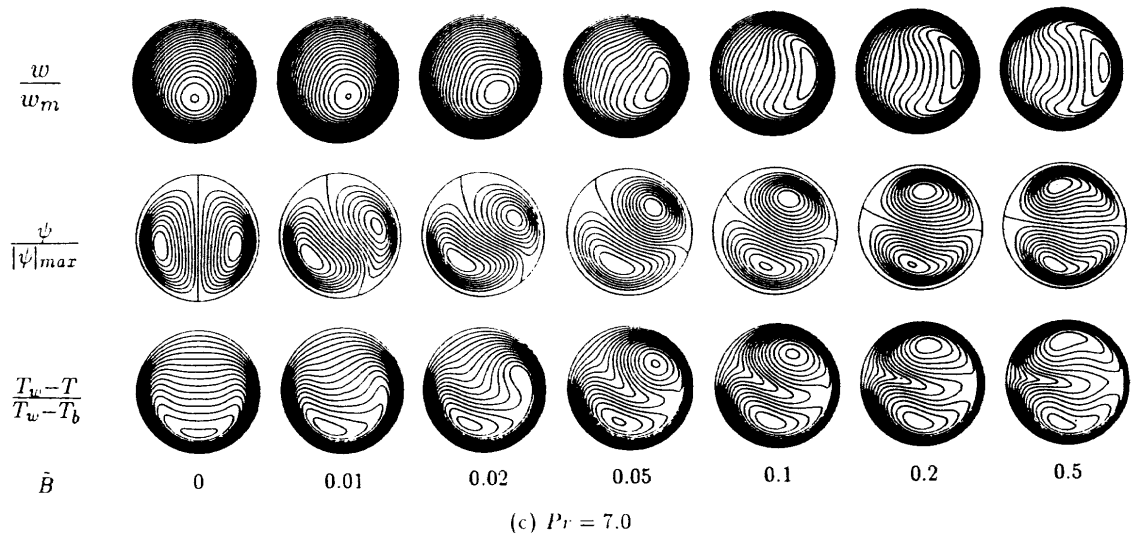
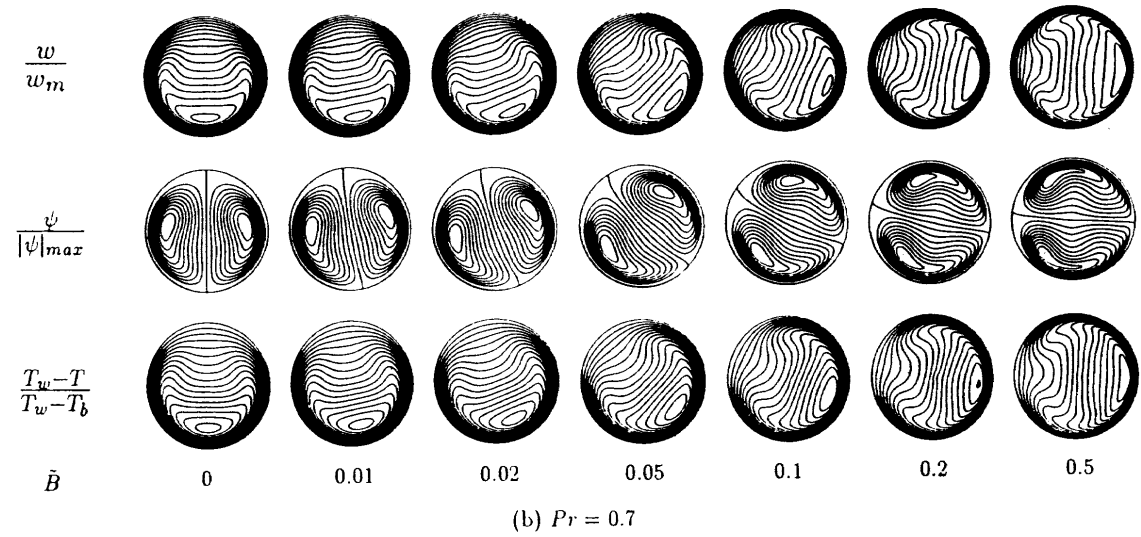
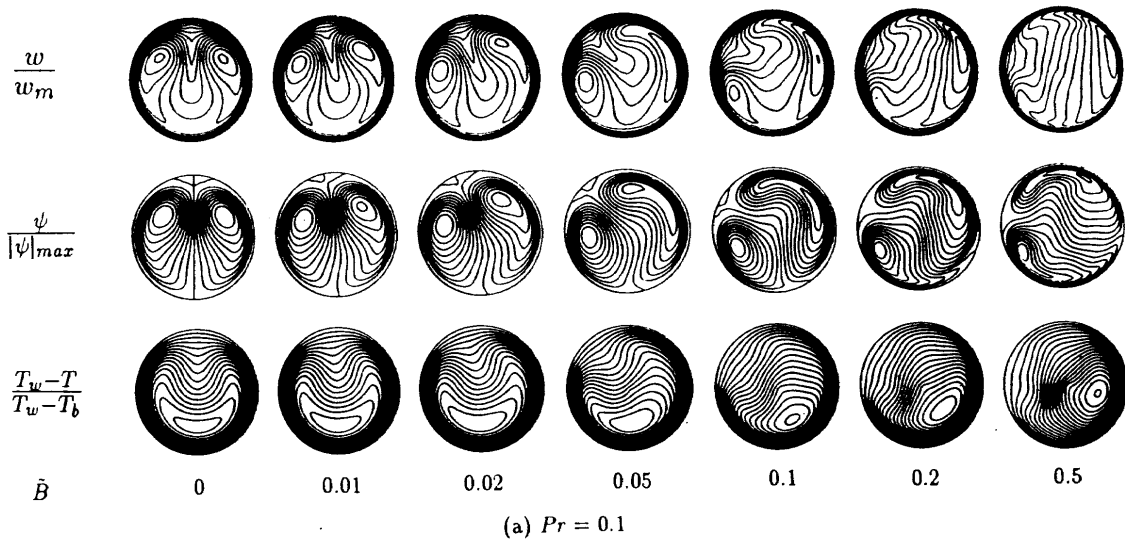


図3  $K_{LB} = 1000$  における3種の  $Pr$  の等高線 (軸速度, 二次流線, 温度)

温度分布と相似、 $Pr = 0.1$ では2ヶ所に極大値をもつ二次流線 $\psi$ に類似した分布( $Pr = 0.01$ ではこの類似性はさらに明白である)をとっている。

右端の $\bar{B} = 1$ は遠心力が優勢になった状況で、温度分布は $Pr = 7.0$ では $\psi$ 、 $Pr = 0.7$ では軸速度分布、 $Pr = 0.1$ では強制対流型の放物面分布にそれぞれ似たパターンとなっている。軸速度分布はすべての $Pr$ について $K_{LC} = K_{LB}\sqrt{\bar{B}/Pr}$ により定まる分布をとる。

次に $\bar{B}$ の中間値を見ると、 $Pr = 0.7$ の場合には軸速度分布と温度分布はつねに相似性をたもちながら、垂直から水平にとパターンが回転し、分布の様相も $K_{LB}$ で規定されるパターンから $K_{LC}$ で規定されるパターンへと変化していく。また $Pr = 0.1$ と $7.0$ の場合もそれぞれ前節で述べた二つの極限の中間的移行状態となっている。これらの図から $\bar{B}$ が増加するにつれて(i) $\psi$ に似たパターンは $Pr = 0.1$ の $w$ から $Pr = 7.0$ の $T$ に移動し、(ii)ポアズユパターンは $Pr = 7.0$ の $w$ から $Pr = 0.1$ の $T$ に移動していくことがわかる。

つぎに $K_{LB} = 1000$ についてのパターンを図3(a),(b),(c)に示す。このときは $K_{LB}$ の値が大きいので、 $\bar{B} = 0$ における温度場は境界層型である。ここでも上に述べた基本構造の説明が成立している。

5. 平均ヌッセルト数

図4に平均ヌッセルト数比 $Nu/Nu_0$ を $K_{LB}$ を横軸、 $\bar{B}$ をパラメータにして表示した。ここに $Nu_0$ は非加熱直管の値4.36である。実線が $Pr = 0.71$ (空気)、点線が $Pr = 7.0$ (水)の場合であり、浮力のみが作用する流れ場( $\bar{B} = 0$ )の場合、温度場は $Pr$ によって影響を受けないので、図から分かるとおりの二者はほぼ同じ値をとっている。 $\bar{B}$ の値が大きくなるにつれ

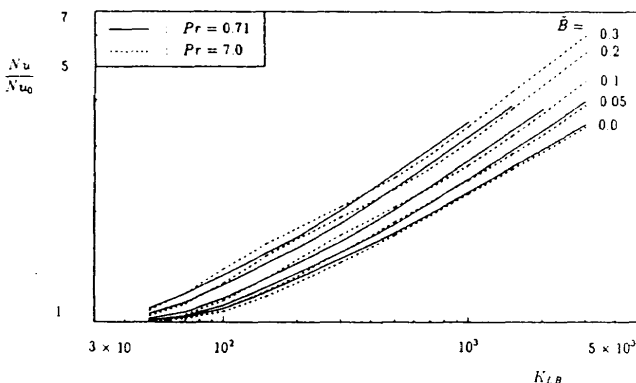


図4 平均ヌッセルト数比 ( $Nu_0$ は非加熱直管の値=4.36)

て図2,3からわかるように $Pr = 0.7$ と $7.0$ の温度パターンは異なったものになっていくから $Nu$ もはなれていく。

6. 管摩擦係数

図5に管摩擦係数比 $f/f_0$ を示した。ここに $f_0$ は非加熱直管の値 $16/Re$ である。実線が $Pr = 0.71$ (空気)、点線が $Pr = 7.0$ (水)の場合であり、浮力のみが作用する $\bar{B} = 0$ の場合でも、速度場は $Pr$ に大きく影響されるので、二者はかけはなれた値をとる。

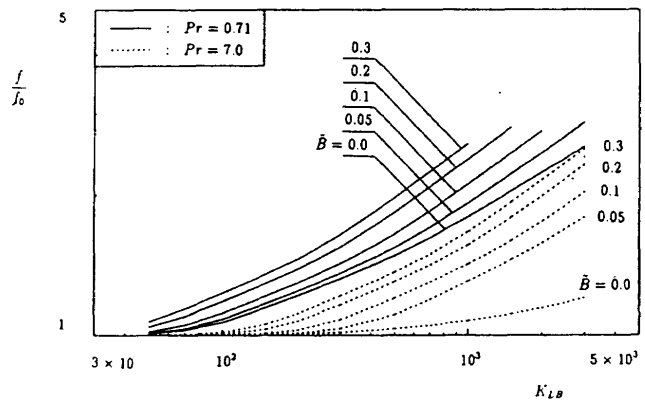


図5 管摩擦係数比 ( $f_0$ は非加熱直管の値= $16/Re$ )

7. あとがき

浮力が作用する曲円管内の流れと熱伝達について、速度場、温度場の特性を数値解析により明らかにした。加熱曲円管内層流の流動伝熱特性は三つのパラメーター $K_{LB}$ 、 $Pr$ および $\bar{B}$ によって支配されることを示した。また曲率効果のない加熱管内の流れ( $\bar{B} = 0$ )と浮力効果のない曲管内の流れ( $\bar{B} = \infty$ )の中間状態として速度場、温度場の詳細を明らかにした。

文献

- (1) 石垣, 機論, 58-550-B (1992), 1661.
- (2) Ishigaki, H., J. Fluid Mech. 268 (1994), 133.
- (3) 石垣, 機論, 59-560-B (1993), 1094.
- (4) 石垣, 望月, 航技研特別資料 SP-14 (1990), 181.
- (5) Kays, W. M. & Crawford, M. E., Convective Heat and Mass Transfer, 2nd ed. (1980), 90.
- (6) Patankar, S. V., Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, (1980), 113, Hemisphere.

