

衝撃波の反射に関するスキームの影響

東野文男*、高倉葉子* 吉田正廣**、小川 哲**

Effect of Schemes on Numerical Simulations of Shock Wave Reflection

by

Fumio HIGASHINO and Yoko TAKAKURA

Tokyo Noko University

Masahiro YOSHIDA and Satoru OGAWA

National Aerospace Laboratory

ABSTRACT

The full Navier-Stokes equations were solved numerically by using a parallel computer at NAL to simulate oblique reflection of plane shock waves over a rigid wall. The dependent hyperbolic conservation forms for finite volume cells were integrated by applying a second order TVD scheme. The three stage Runge-Kutta method was used for time integration. Various types of Riemann solvers of both the Euler and the Navier-Stokes were tested to compare the accuracy of the results. The present numerical simulations show that the results computed by the Euler code showed good reflection patterns of the shock waves but the complicated flowfields behind the Mach stem were not well computed. The lambda shock wave created in front of the corner of a wedge was not simulated by the Euler code. The present scheme based on the Harten-Yee type TVD scheme coupled with Roe's approximate solver gave fairly good results in predicting various types of shock reflection. In the present computation the use of 2-4 parallel processors was effective.

1. まえがき

衝撃波の反射に関する数値シミュレーションは数値計算法の基礎研究として重要であるばかりではなく、応用研究としても重要である。フォン・ノイマンが理論解析した斜め衝撃波の定常反射に関する2衝撃波理論(正常反射)と3衝撃波理論(マッハ反射)はよく知られているが、衝撃波管を用いた実験等から、準定常流に対してはさらに複雑な反射形態があることが報告されている。斜め衝撃波の反射形態としてはフォン・ノイマンが分類した正常反射、単純マッハ反射の他に現在では複合マッハ反射および二重マッハ反射が存在することが実験的にも確かめられている(Gabi, Ben-Dor, 1992)。実験に対応する現象をオイラー・コードを用いて数値シミュレーションしてみると、やはり、正常反射、単純マッハ反射、複合マッハ反射および二重マッハ反射が存在することが確認できる(H.M. Glaz, 1985)。従って、これらの複雑な平面衝撃波の反射形態は気体の粘性には関係なく起こることが分かる。

それでは衝撃波管を用いた実験等で気体の粘性が現象に大きく影響する領域は何処かということはいはやり境界層の近傍であろうということはすぐに気がつく。しかし、実際にスーパーコンピュータがかなり使えるようになった今でも衝撃波の反射に関して近似することなくナビエー・ストークス方程式を解いた例は少ない。この問題は非常に簡単であり、現象も理解し易いが、実際

に計算してみるとかなり大変であることが分かる。例えば、計算領域について考えてみても空間的に20万点以上の格子点が必要であり、それを非定常的に解かなければならないから計算時間はスーパーコンピュータを用いても10時間以上のCPU時間が必要である。これまでの計算では計算機の性能によりオイラー方程式を用いて解くのが精いっぱいであり、ナビエー・ストークス方程式を使って境界層も含めた解析がある精度以上で解くことはかなり大変な仕事であったから、移動格子法などの計算を含めても、この種の論文は少なかつた。

我々の研究室ではまず、衝撃波管を用いて上記のような平面斜め衝撃波の複雑な反射形態が存在することを確かめた後に、この実験的研究に並行して並列スーパー・コンピューター(NALのNWT)を使い、「楔上を伝播する平面斜め衝撃波の反射形態」の数値シミュレーション行ってきた(Higashino et al. 1994)。この計算は衝撃波管を用いた実験に対応するものであり、並列計算機を利用しないと実行が不可能な基礎研究の一つである。本報告では単純マッハ反射を中心にこれまでに得られた種々な計算結果についてオイラー・コードとナビエー・ストークス・コードの比較検討を行い、各々の特徴を述べる。これまでの計算結果で重要なことはオイラー計算でもナビエー・ストークス計算でも衝撃波の反射形態については大きな差は認められないが、反射衝撃波の後方に生じる流れのうち、特に楔の角部の境界層流れに大

*東京農工大学工学部

**航空宇宙技術研究所

流れに大きな差があることが分かった。実験写真との比較から、楔の上流側に発生する λ 型衝撃波の存在は重要であり、この種の流れの数値シミュレーションにはナビエ・ストークス方程式を用いて計算する必要があることが分かる(東野 他,1994)。さらに、衝撃波の強さが比較的強い場合には現象を支配するパラメータはマッハ数であるから、粘性の影響は小さいと思われるが、衝撃波が弱くなると粘性の影響が無視できなくなる。この種の例として、近年、新しく分類されたフォン・ノイマン反射について結果と特徴を述べる。

2. 計算方法

本計算では基礎方程式に2次元非定常のオイラー方程式およびナビエ・ストークス(N-S)方程式をそれぞれ用いて有限体積法により積分した。差分スキームにはHarten-Yee型TVDスキームを用いた。またN-S計算では粘性項を中心差分で差分近似し、レイノルズ数は $Re=1.0 \times 10^6$ とした。なお、 $Re=1.0 \times 10^5$ の場合についても計算したが、実験との比較から $Re=1.0 \times 10^6$ の方が良い結果を示した。また、時間積分は陽解法を用い、2次精度を達成するために3段階Runge-Kutta法を用いた。計算格子は単純変形メッシュで格子点数はオイラー計算では 601×301 とし、N-S計算では 897×640 点としたが、N-S計算では境界層付近の流れ場の解像度を上げるために壁面付近で壁面と垂直な方向に格子を集中させた。

第1図に計算格子と壁面境界条件を示す。また計算条件は、流入条件として入射衝撃波マッハ数に対応する圧力と密度を計算した。この時、初期条件として計算領域の左端の格子点に衝撃波上流の状態量を、またその他の格子点には衝撃波下流の状態量(標準大気)をそれぞれ与えた。衝撃波上流の状態量は与えられた入射衝撃波マッハ数に対して、垂直衝撃波の関係式を満たすように決定した。計算領域は入射衝撃波が傾斜壁面上の予め設定していた地点(衝撃波が斜面に入射してから約10cmの位置)に達したときに、計算を終了させるようにした。また壁面条件としては、壁面上の格子点においても他の内点と同じように流れの保存則が成り立つようにしたもので、壁面上での不連続を正しく評価できるようにした。ただしN-S計算では壁面上の境界条件は通常の滑りなしの条件と断熱壁の条件を用いた。

3. 計算結果

本計算ではHarten-Yee, Chakravarthy-Osher, Godunov(Piecewise Parabolized Method)型TVDスキームを用いてオイラー計算をし、ナビエ・ストークス計算についてはHarten-Yee型TVDスキームを用いた。我々の計算結果はGlaz et al.(1985)が得た正常反射、単純マッハ反射、複合マッハ反射、二重マッハ反射に対する結果とほぼ同じ結果を示した。そこで、典型的な例として楔角が20度、衝撃波マッハが $Ms=2.9$ または1.5の単純マッハ反射の計算結果を第2図に示す。ここで比熱比は $\gamma=1.4$ とした。これらの図において衝撃波マッハ

数が1.5程度以上であればどの計算スキームを用いても衝撃波の形状に関してはスキームによる差は殆ど見られなかった。このようにオイラー計算でもN-S計算でも入射衝撃波、反射衝撃波およびマッハ・シュテムの形状については殆ど同じであり、3重点からの接触面の発生についても単純マッハ反射の特徴をよく捉えていることが分かる。しかし、Godunov法で計算した接触面は実験で観測される不連続面よりも幅が厚くなった。このことから衝撃波の形状変化に関する幾何学的衝撃波運動理論は極めてよい近似理論であることが分かる。衝撃波面後方の流れまで含めた流れの解析にはN-SコードとHarten-Yee型のTVDスキームを組み合わせた計算スキームがよい。この方法で計算した結果は衝撃波が弱くなっても不連続面をよく捉えており実験結果と比較した場合に満足のゆく結果が得られた。今回は単純マッハ反射とフォン・ノイマン反射の他に、複合マッハ反射、二重マッハ反射および正常反射の計算を行ったが、これらの全ての場合について衝撃波の反射形態については数値計算により現象をかなり良くシミュレーションできることが分かった。N-S計算による正常反射、複合マッハ反射、二重マッハ反射の結果をそれぞれ第4図、第5図および第6図に示す。壁面上に発達する境界層とその剝離、特に、楔の先端付近に発生するラムダ形衝撃波の発生はオイラー計算では実現できず、実験との比較も含めてN-S計算の方が物理現象を忠実に表現していることが分かる。なお、気体の粘性の影響は個体壁面からかなり離れた3重点近くよりも、壁面上で特に、楔先端付近における境界層領域の方が強く、また、重要であると思われる。これらの流れの状況は第4-6図によく現れており、Glaz et al.の結果と大きく異なる点である。また、この計算では反射波後方に現れる密度の非物理的な不均一分布を修正した。

衝撃波マッハ数が極めて弱くなるとマッハ反射の特徴である接触面が現れなくなり、いわゆるvon Neumann反射に移行する。衝撃波面を通しての圧力の変化量を $1+\epsilon$ とすると、エントロピーの変化量は ϵ の2乗のオーダーであるから、実験でも計算でもエントロピー変化が見られなくなる。この場合の計算例を第3図に示す。普通のマッハ反射と異なる点でこれまでに知られていることはvon Neumann反射ではマッハ・シュテムが局所的に曲率をもつことである。従って、入射波、反射波およびマッハ・シュテムが1点に会する3重点は単純マッハ反射のように一意的には決まらない。第3図からすべり面が現れないことは理解できるが、3重点近傍のマッハ・シュテムの曲率については本計算結果では不十分であり、さらに詳細な解析が必要である。

今回の衝撃波の反射問題をFACOM-VP2600を利用して計算すると、CPU時間はオイラー計算で約40分程度であるが、N-S計算では10時間以上かかる。この場合、N-S計算では壁面に垂直な方向の境界層を詳細に調べるために壁面近くの格子数をオイラー計算の約2倍の640点とした。表1に並列計算の場合の各要素計算機(PE)の効率の比較を示した。ホスト計算機の

他に2台の要素計算機を使うと、CPUで10時間の計算は実際には5時間ではなく5.81時間(10/1.72)を要したから、この場合の効率を $5/5.81=0.86$ と表した。すなわち、各要素計算機は1台の86%分の力を発揮する。要素計算機の台数が増えると1台当たりの効率は少しずつ減少するが、CPUで1時間程度の計算が実用的であると考えれば、本計算では要素計算機を8台程度使うのが実用上は適当であると思われる。

4. 結論

本研究では超並列計算機を使って斜め衝撃波の反射の問題を計算した。その結果、1) オイラー計算でもN-S計算でも衝撃波の反射形態については殆ど差がなかったため、衝撃波の反射形状だけを問題にするのであれば、CPU時間の少ないオイラー計算で十分である。しかし、空力加熱等の問題では境界層の影響が顕著なのでN-S計算を行う必要がある。2) N-S計算では8台程度の並列計算機の使用が実用的である。

謝辞

本論文中の非粘性流(Euler Code)に対する計算結果は東京農工大学大学院工学系研究科三浦義郎君の修士論文として計算されたものの一部である。ここに感謝の意を表す。

参考文献

Gabi Ben-Dor; Shock Wave Reflection Phenomena, Springer-Verlag, (1992).

S.R.Chakravarthy and S.Osher; Computing with High-Resolution Upwind Schemes for Hyperbolic Equations, Lectures in Applied Mathematics, 22,55,(1985)

P.Collella and P.R.Woodward; The Piecewise Parabolic Method for Gas Dynamical Simulations, J.Comp. Phys., 54,174,(1984)

H.M.Glaz, P.Collella, I.I.Glass and R.L.Deschambault, Proc. Roy. Soc.London A398,(1985).

F.Higashino, M.Yoshida and S.Ogawa; Oblique Reflection of Shock Waves Simulated by the N-S Equations, Prep. PARALLEL CFD '94,4-3,(1994).

F.Higashino, L.F.Henderson and F. Shimizu; Experiments on the Interaction of a Pair of Cylindrical Weak Blast Waves in Air, Shock Waves, 2, 227, (1991).

東野文男、高倉葉子、吉田正広、小川哲; 並列計算による斜め衝撃波反射の数値シミュレーション、日本機械学会第72期全国大会講演論文集、VOL.II, PP.89-91,(1994).

坂本一郎、東野文男、Rolf Holl; 幾何学的衝撃波運動理論による反射衝撃波の収束、日本機械学会論文集(B編)、57巻、541号、3071-3077 (1991).

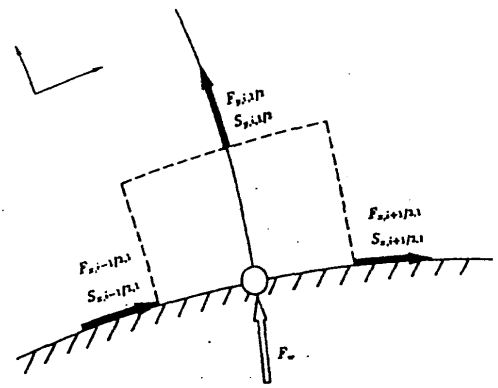
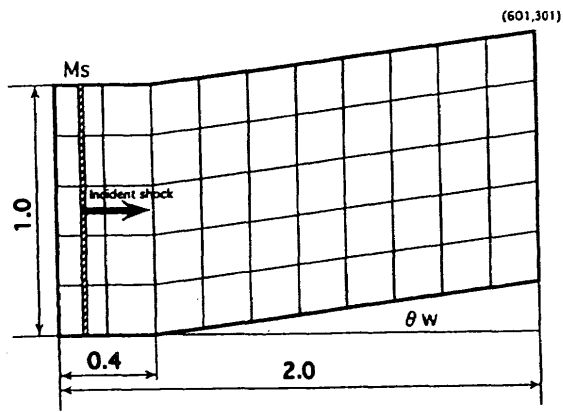
三浦義郎; 弱い衝撃波の反射の数値シミュレーション、東京農工大学大学院工学系研究科修士論文、平成6年3月.

第1表 NALのNWTによるNavier-Stokesコードの計算効率

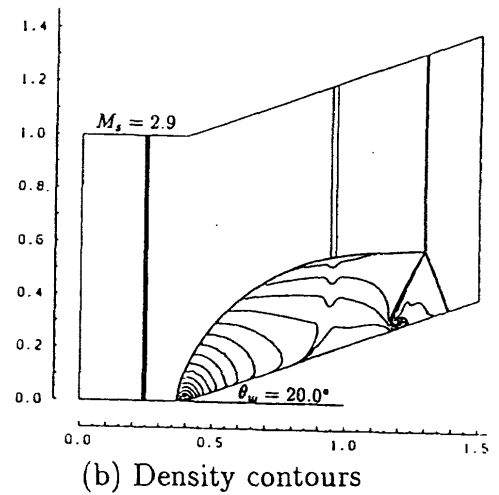
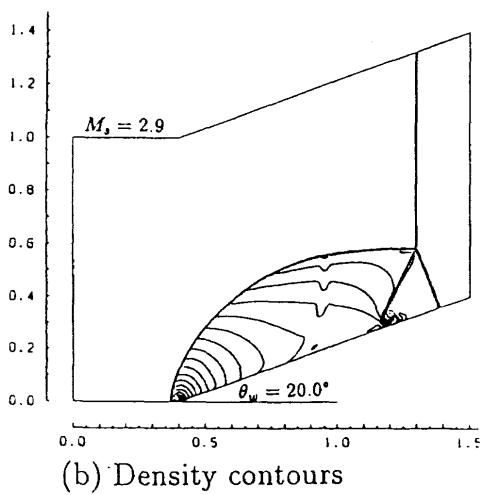
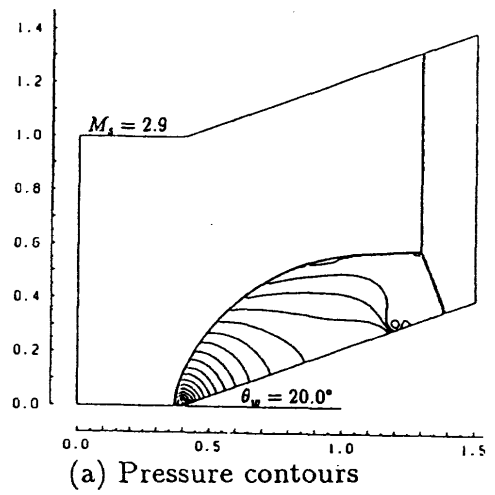
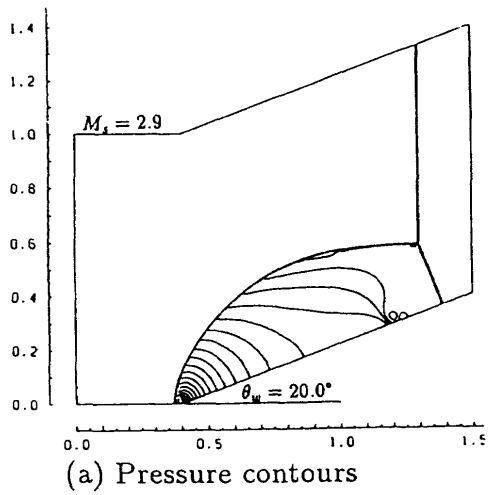
— Effect of Number of PEs —

Grid Size : 897 × 640

No of PE	2	4	8	16
Speed-up	1.72	3.34	6.51	11.14
Effect	0.86	0.84	0.81	0.70



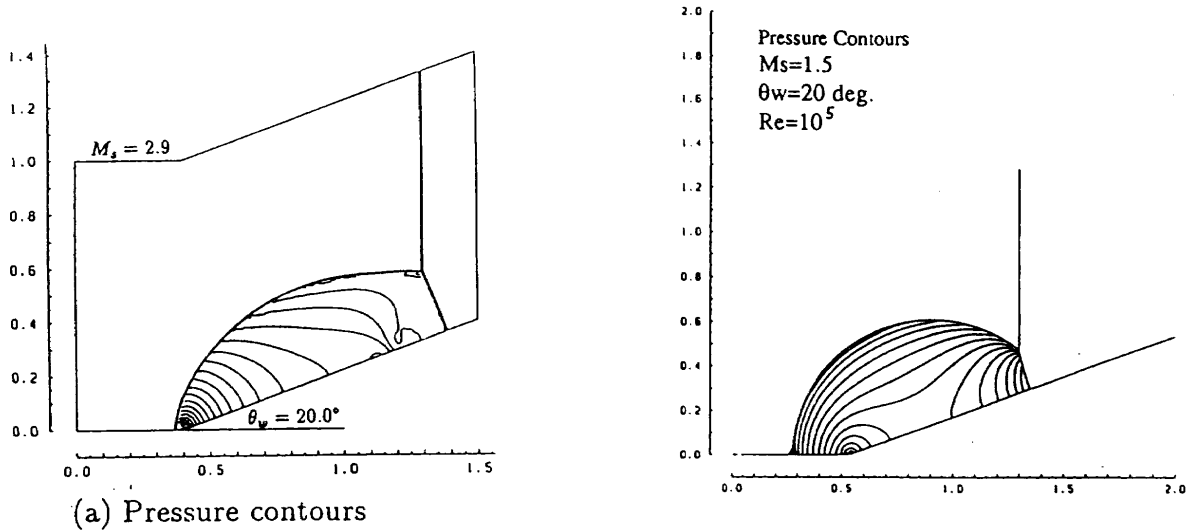
第1図 計算格子の概略図と壁面境界条件



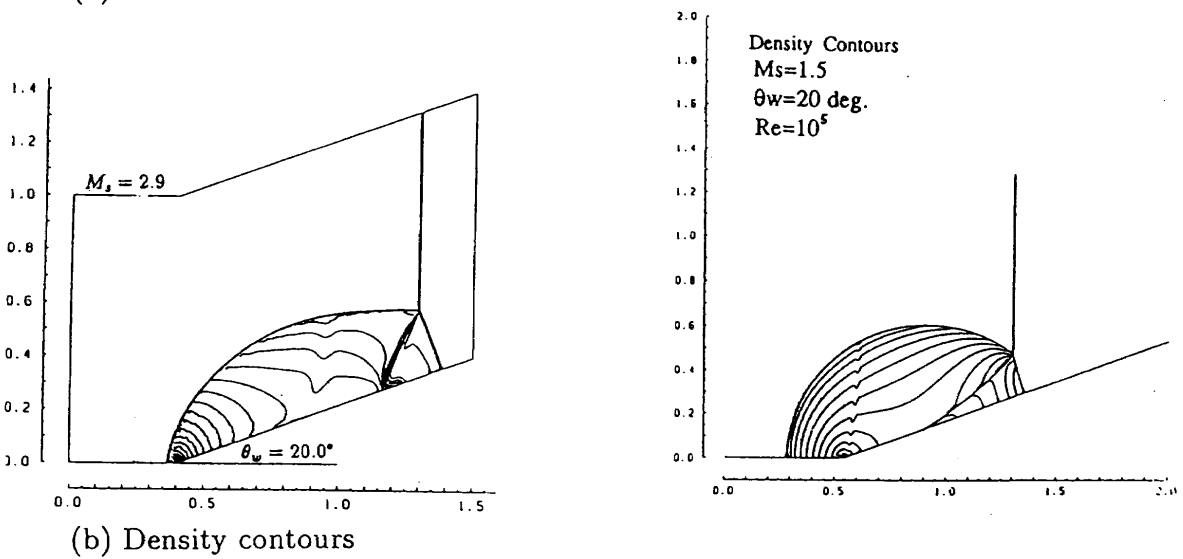
Euler (Harten-Yee)

Euler (Chakravarthy-Osher)

第2図 単純マッハ反射に関するスキームの比較



(a) Pressure contours

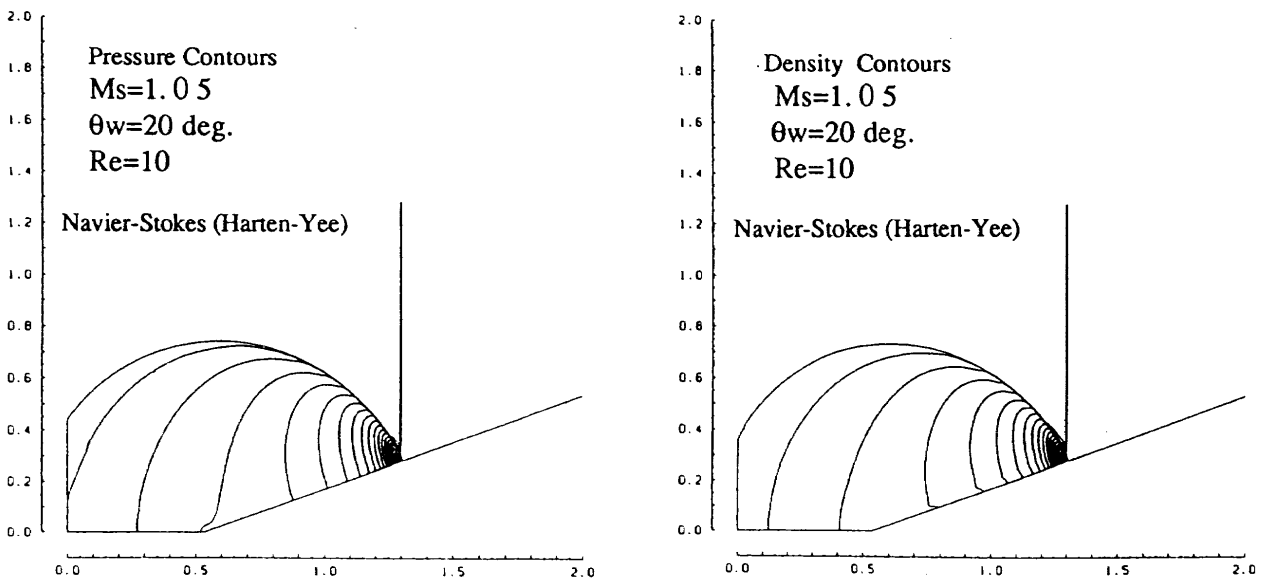


(b) Density contours

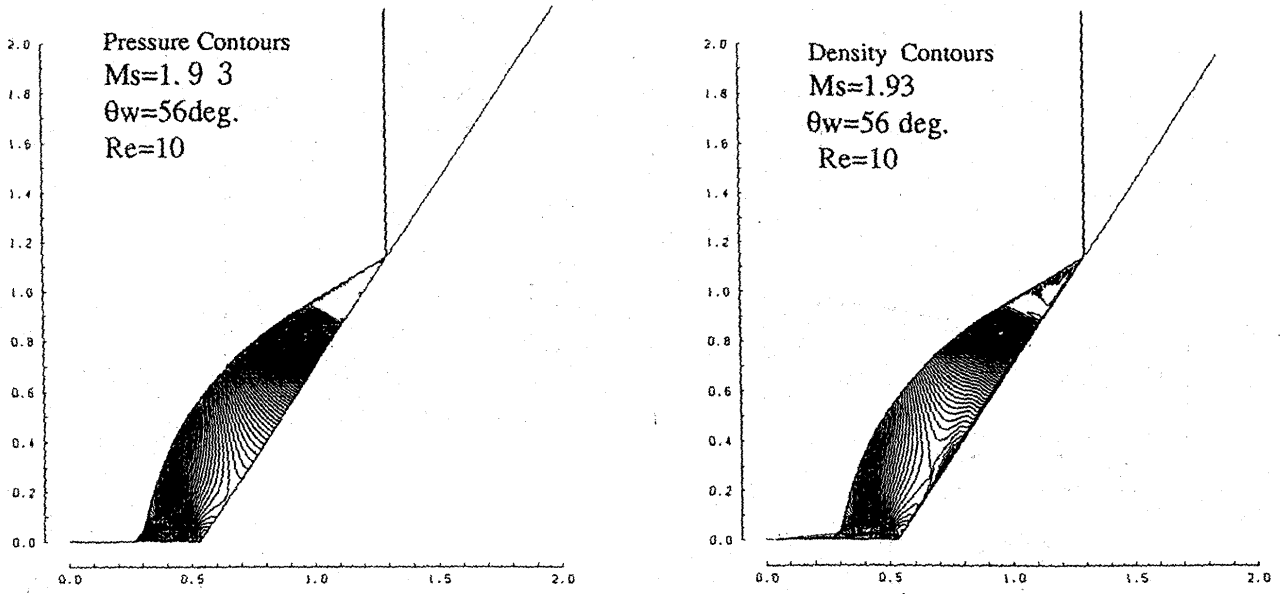
Euler (Godnov)

Navier-Stokes (Harten-Yee)

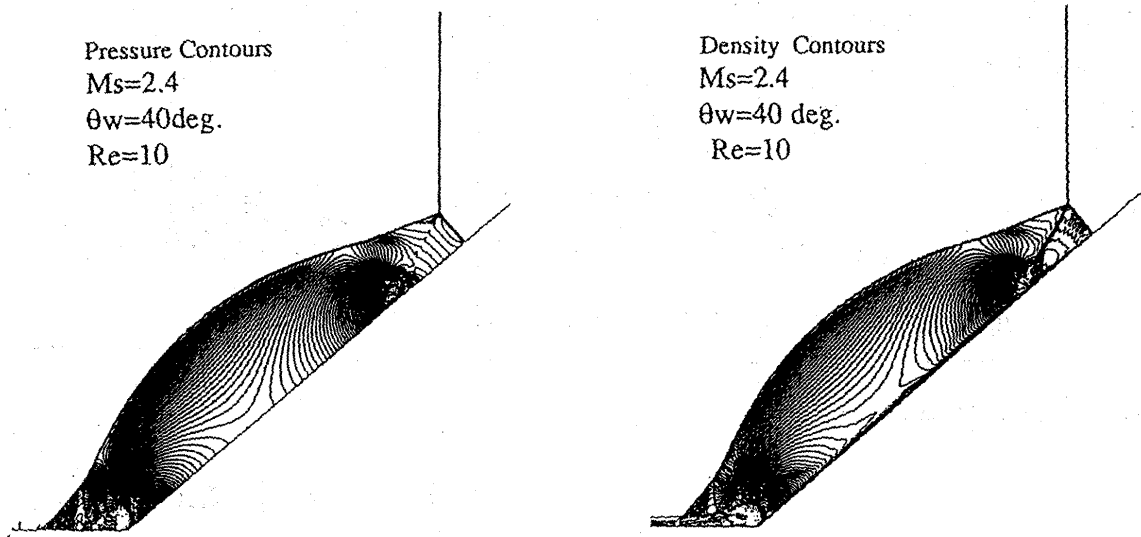
第2図 単純マッハ反射に関するスキームの比較 (前ページの続き)



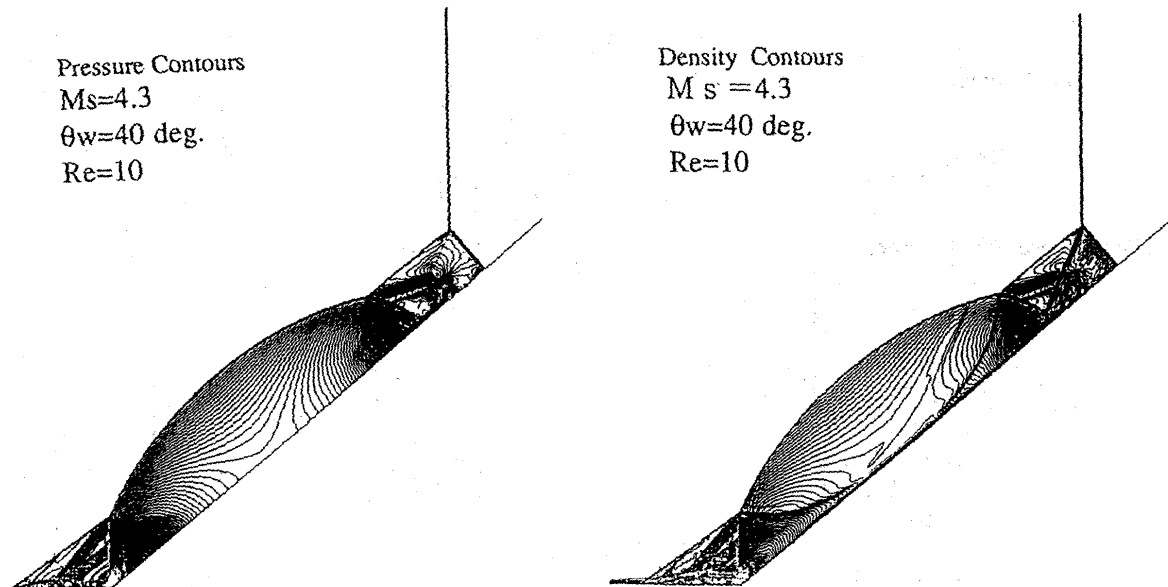
第3図 非常に弱い衝撃波の反射 (von Neumann Reflection)



第4図 正常反射 Navier-Stokes (Harten-Yee)



第5図 複合マッハ反射 Navier-Stokes (Harten-Yee)



第6図 二重マッハ反射 Navier-Stokes (Harten-Yee)