

LANL 静止軌道衛星プラズマ環境データの極値統計解析

中村雅夫、小田光信、米田麻人（大阪府立大学）

はじめに

静止軌道の衛星帯電は、サブストームに伴う高温電子のフラックスにより引き起こされると考えられている。そのため、衛星帯電の発生頻度と電位を統計的に理解するためには、静止軌道のプラズマ環境の統計解析が重要である。特に、高電位の衛星帯電を引き起こすのは、稀におこる大規模なサブストームに伴う非常に高温の電子と考えられ、その発生頻度と最悪値を調べる必要がある。過去にもCho et al. [1]によりLANL静止軌道衛星データを用いた統計解析がおこなわれており、本報告では、Nakamura and Yoneda[2]の研究結果を中心に極値統計解析手法を用いて高温電子の発生頻度と最悪値を求めた結果について述べる。

極値統計解析

極値統計とは、稀にしか起きない極端事象を取り扱う理論を用いた統計であり、そこでは、取り扱う事象の標本平均はそれ程重要でなく、全体に対する端の方(分布の裾と呼ぶ)の位置や振る舞いが重要になる。本研究では、閾値モデル (POT: Peak Over Threshold model) に、一般化パレート分布(GPD: Generalized Pareto Distributions)を適応した極値統計解析をおこなう。GPDでは、条件付き確率分布関数 $F(X|X > \mu)$ が以下の形で表される。

$$F(X|X > \mu) \approx W_{\mu,\sigma,\gamma}(x) = 1 - \left(1 + \gamma \frac{x - \mu}{\sigma}\right)^{-1/\gamma}$$

μ 、 γ 、 σ は、それぞれ位置パラメーター、形状パラメーター、尺度パラメーターと呼ばれる。位置パラメーター μ は、極値統計の適応領域を示す。形状パラメーター γ が負($\gamma < 0$)の時、パレート分布IIと呼ばれ上限値 $(\mu - \sigma/\gamma)$ が存在し、ゼロ($\gamma = 0$)の時、thin tailを持つ指数分布で上限値を持たず、正($\gamma > 0$)の時、heavy tailを持つパレート分布と呼ばれ上限値を持たない分布となる。

GPDの各パラメーターは、まず平均超過関数を用いて μ を推定する。平均超過関数とは閾値 u を超えるデータで構成される部分集合から計算される期待値で、GPDでは次式のように閾値 u を変数とした一次関数として表される。

$$M(u) = E[X - u | X > \mu] = (\sigma + \gamma u)/(1 - \gamma)$$

つまり、 u を変数として平均超過関数のグラフを描き、 $u > u_0$ において関数形が線形性を保てば、 u_0 を μ として推定できる。次に γ と σ は、推定した μ に基づいて最尤法によって推定する。これらの値を用いて極端事象の発生頻度、つまりある期間に x 以上の値が観測される回数 y は、次式で推定することができる。

$$y = \frac{mk}{n} \left(1 + \gamma \frac{x - \mu}{\sigma}\right)^{-1/\gamma}$$

ここで n はデータ総数、 k は閾値 μ を超えるデータ数、 m は求める期間に含まれるデータ数

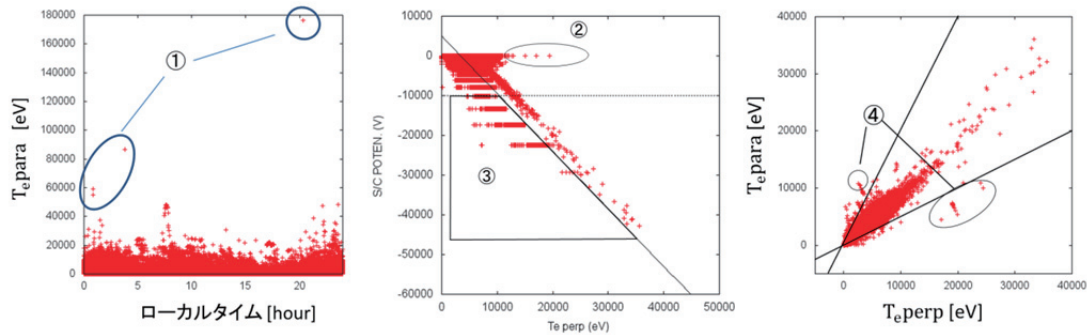


図1： L1衛星のデータ（左）、L9衛星のデータ（中央）、L9衛星のエラーデータ①②③を除去後のデータ（右）

である。

解析結果

NASAのCDAweb[3]で公開されている7機のLANL静止軌道衛星(A1, A2, L0, L1, A4, A7, A9)のMagnetospheric Plasma Analyzer (MPA)のKey Parameterの全データ(14273964点)に対し、電子温度の磁場に平行と垂直成分について極値統計解析をおこなう。しかし、LANL静止軌道衛星の電子温度データの極端事象には、エラーデータとも考えられる不自然なデータ(標本)が見られ、それをそのまま解析をおこなうと、電子温度に上限値が存在せず、実際には考えられない高い頻度で極端事象が起これると推定されてしまう。そこでNakamura and Yoneda[2]では、主として極端領域のエラーデータを以下の様に取り除いた。

①イオン密度またはイオン温度がゼロのデータを除去(図1左)

①により、異常に飛び抜けて高い電子温度や衛星電位データを取り除くことができる。次に、図1中央の衛星電位と電子温度のグラフに着目すると、特定の衛星電位に不自然に横軸と平行にデータが分布する。これらの衛星電位の特定値と呼ぶこととする。

②衛星電位が0Vかつ電子温度が10kVを超えるデータを除去(図1中央)

③衛星電位が-10kV以下の特定値から他の値の傾向から外れるデータを除去(図1中央)

④衛星電位が-10kV以下の特定値かつ電子温度の平行成分と垂直成分の非対称が大きなデータを除去(図1右)

これらにより取り除いたデータは全体の約0.4%で、除去後のデータを母集団として極値統計解析おこなった。さらに今回、①を除去後に衛星電位の特定値を全て調べて、そこに含まれる全てのデータ(全体の約34%)を取り除いた後のデータを母集団とした極値統計解析もおこなった。それらの結果から得られた1年間にある電子温度以上の極端事象の発生頻度を図2に示す。

統計母集団を変えたことで、電子温度の極端事象の発生頻度は約2倍変わったが、上限温度はほぼ変化しないことがわかる。これらの結果は、衛星電位の特異値に存在するエラーデータ数が各特異値に一樣に分布していないことを表しており、現実の発生頻度はこの2つの結果の間にあると考えられる。

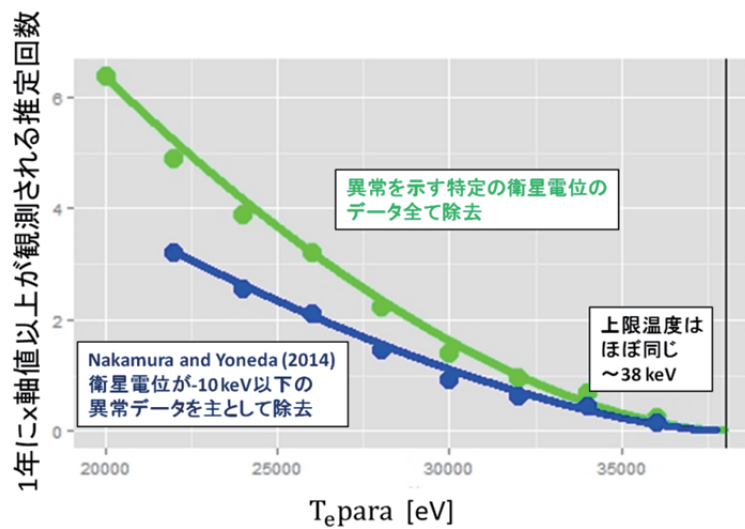


図2：電子温度の磁場に平行成分の極端事象の発生頻度

まとめ

静止軌道プラズマの電子温度に対して極値統計解析をおこない、極端に電子高温な事象の発生頻度と上限温度を推定した。この静止軌道プラズマ環境が荒れた事象の極値統計解析結果は、人工衛星を設計する際の基準作りに役立つものと考えている。

参考文献

- [1] Cho, M., Kawakita, S., Nakamura, S., Takahashi, M., Sato, T. and Nozaki, Y., “Number of arcs estimated on solar array of a geostationary satellite”, Journal of Spacecraft and Rockets, vol.42 no.4, pp.740-748, 2005.
- [2] Nakamura, M. and A. Yoneda, A Statistical Analysis of the Worst GEO Plasma Environment -Extreme Value Analysis of the High Electron Temperatures-, Proceedings of the 13th Spacecraft Charging Technology Conference, #236, 2014.
- [3] NASA Goddard Coordinated Data Analysis Web (CDAWeb), URL: <http://cdaweb.gsfc.nasa.gov/>.