

No.12 乱流境界層外層域の擬周期性について

早川道雄（北大工），小橋安次郎（北海道工大）

On the quasi-periodicity in the outer layer of a turbulent boundary layer

M.Hayakawa* and Y.Kobashi**

* Dept. of Mechanical Science, Hokkaido University

** Hokkaido Institute of Technology

ABSTRACT

A model calculation is made to interpret the quasi-periodic nature of the large eddies in the outer layer of a flat plate turbulent boundary layer, in that the boundary layer flow is modeled by using a 2D discrete vortex method. The power spectrum of velocity fluctuations shows the presence of quasi-periodic motion in the model flow. It is argued that a possible mechanism responsible to the occurrence of the quasi-periodicity might be the inviscid, varicose-mode instability of a symmetric flow which consists of a boundary layer flow and its mirror image with respect to the wall.

Key Words: turbulent boundary layer, large-scale eddies, varicose mode instability

1. はじめに

乱流境界層の外縁付近の可視化写真を見ると、壁側の乱流状態の流体が凹凸のある塊を成し、外側の非乱流部分とかなり明瞭な境目を持ちながら流下していることが分かる¹⁾。そして、流速計を用いた測定結果によると、乱流部の通過は間欠的ではあるが、統計平均的に卓越周期が求められる程度の擬周期性を有している²⁾。この擬周期性は境界層中に潜在する大きなスケールの渦塊（large-scale eddies）の運動に関係すると考えられる。

大きな渦塊の成因として考えられているのは、遷移域で発生した乱流塊の残存、乱流非乱流の界面に生じるケルビン・ヘルムホルツ不安定、バースティング現象により壁面近くで発生した渦塊の（直接的、あるいは合体を伴った）外層域への噴出などであるが、未だ明確な結論は得られていないようである。

この問題に関係する興味深い研究に、種子田³⁾の実験がある。種子田は平板乱流境界層内に強い2次元周期攪乱を与えて、その下流の流れを観測し、境界層排除厚さの20倍程度の波長の攪乱が最も増幅されることを見出した。さらに、これと同程度の波長の渦塊が攪乱を与えない場合にも頻りに観測されたことから、種子田は擬周期性の発生が、層流境界層の場合と同様に、平均速度分布の不安定性に因ると結論している。

本報告は、上述の外層域に見られる擬周期性の発

生機構を、着目する境界層およびこれと壁面に関して鏡像を成す流れから成る対称渦度場の非粘性型不安定として説明しようと試みたものである。

2. 流れ場のモデル化と計算方法

乱流境界層の流れにおいて粘性作用が重要であるのは、高波数域の乱れの挙動を除けば、壁面から境界層厚さの高々 $1/10$ 程度までの範囲（いわゆる、壁領域）であり、その外側は非粘性流れに近い。したがって、境界層の大半を占める外層域の渦塊の振舞いは非粘性運動とみなして良いであろう。

このことを前提とし、さらに簡単化のため2次元場を仮定して、乱流境界層の渦度場を多数の離散渦点によって近似的に表わすことにする。具体的には、図1に示すように、中心線（想定する壁面）に関して互に対称な位置にある点から、離散渦点を一様

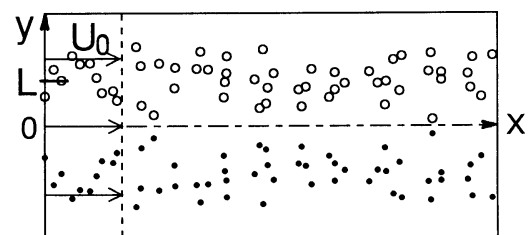


図1 流れ場のモデル

流中（流速 U_0 ）に一定時間間隔（ Δt ）で放出する。ただし、中心線の下側の渦点は、上側の渦点と常に鏡像関係にあるように設定する。したがって、得られる流れ場は壁面上で流れ方向に滑り速度を持つが、壁面に関しては完全に対称になる。座標は渦点放出位置から流れ方向に x 、壁面から上方に y とする（図 1）。

渦点の与え方には次の 2 通りの方法を試みた。Case [A] は放出点が 1 箇所、Case [B] は 2 箇所（鏡像渦点を含めると、それぞれ 2 箇所、4 箇所）である。

Case [A] : 放出する y 方向中心位置を L として、 $L(1+\epsilon)$ のように与える。ここで、 ϵ には標準偏差が約 0.3 の正規乱数を用いた。

Case [B] : Case [A] に加えて、さらに壁面側の位置 $0.15L(1+\epsilon)$ から渦点を放出する。この 2 列目の渦点を導入する x 位置は計算の便宜上、 $15L$ を中心とし、 $15L(1+0.5\epsilon)$ とした（図 2）。

個々の渦点に与えた循環 γ は次のとおりである。

$$\text{Case [A] : } \gamma = \alpha U_0^2 \Delta t$$

$$\text{Case [B] : } \begin{aligned} \gamma_1 &= \alpha_1 U_0^2 \Delta t, \\ \gamma_2 &= \alpha_2 U_0^2 \Delta t \end{aligned}$$

（ $\alpha, \alpha_1, \alpha_2$ は任意パラメータである）

計算時間間隔は $0.025L/U_0$ とした。なお、非粘性計算ではあるが、渦点同士が接近したときに現れる特異性を除くために、個々の渦点に半径が約 $L/50$ の渦核を持たせた。渦点の移動には修正オイラー法を用いた。ある時刻から次の時間ステップに進む際に、渦点が渦核半径よりも壁面に接近した場合および壁面を貫通した場合には、その y 位置を渦核半径に等しい位置まで戻す操作を行った。

以上の条件で行った Case [A] の予備計算結果から、渦点が y 方向に広がって壁面近傍にも達し、全体として壁面に沿って流下すると見なせるようになるのは、 $x/L = 70$ より下流であることが分かった。これにより、後に示す速度分布と速度変動スペクトルの計算は、 $x/L = 100$ の断面で行った。また、これらを求めるための速度信号には、計算時間ステップ 1400–2500 間のデータを使用した。

2. 結果

2.1 Case [A] の計算結果

図 3 に渦点の循環の強さを与えるパラメータ α を変えたときの速度分布を曲線で示す。平均速度 $U(y)$ と壁からの距離 y はそれぞれ、この位置における境界層の外縁流速 U_e と 99% 厚さ δ で除してある。（一様流速に渦点の誘導速度が加わるため $U_e > U_0$ である）。図中の丸印等の記号は、計

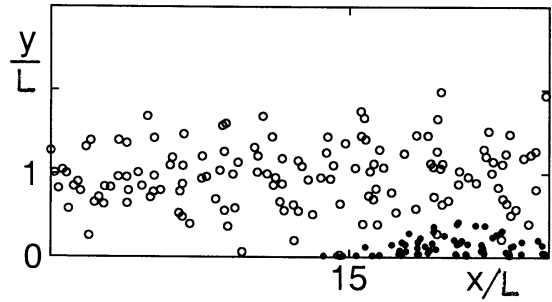


図 2 渦点の導入方法 (Case B)

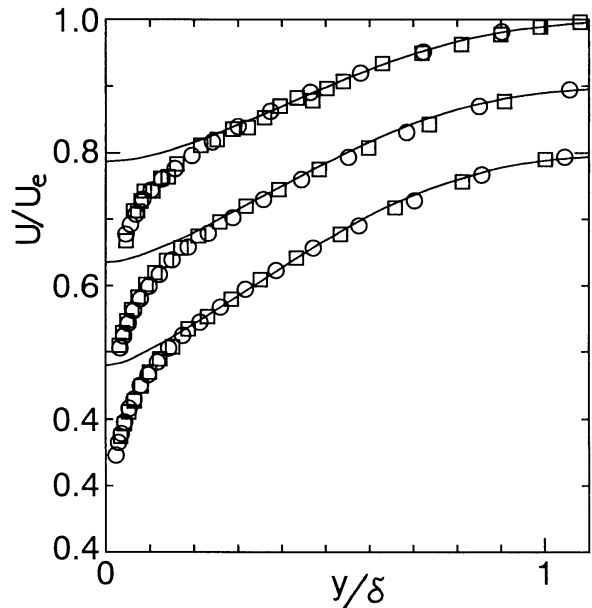


図 3 速度分布 (Case A). 上から順に $\alpha = 0.38, 0.46, 0.54$; $R_e = 57000, 26000, 9600$

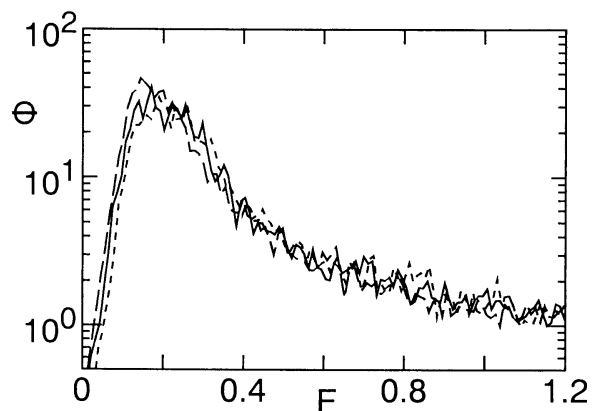


図 4 速度変動スペクトル (Case A). 点線 : $\alpha = 0.38$ 実線 : $\alpha = 0.46$ 破線 : $\alpha = 0.54$

算された分布に近い実験データを選んでプロットしたものである。また、 R_e は運動量厚さに基づくレイノルズ数である。 α を小さくするほど、速度欠損が減少するので、レイノルズ数の高い場合に相当する速度分布になる。

これらの速度分布から外層域の代表位置として $y/\delta = 0.8$ を選び、 y 方向の速度成分 v の時系列信号を記録してスペクトルを求めた。結果を図4に示す。縦軸は v 変動の分散で除したパワースペクトル密度 Φ 、横軸は無次元周波数 $F = f\delta/U$ である。スペクトルには擬周期性の存在を示唆する明瞭な盛り上がりが見られており、その中心周波数は $F = 0.18 - 0.20$ である。実際に渦点の空間分布を観察した結果、初期にランダムに分布していた渦点は下流に進むとともに部分的に塊を成す傾向のあることが確かめられた。

しかし、計算された速度分布（図3）は $y/\delta = 0.3 - 0.4$ に変曲点をもち、それより壁側では実験値の分布と大きく異なっている。したがって、上記の擬周期性は混合層型の不安定に因って発生したと解釈することもできる。そこで次に、より実際に近い速度分布をもつ流れ場を作って、上記と同様の解析を行った。

2.2 Case [B] の計算結果

計算条件は、壁面近くの $0.15L(1+\epsilon)$ に2番目の渦点 ($\alpha_2 = 0.22$) を導入した以外は、Case [A] の場合と同じである。まず、得られた速度分布を図5に示す。この場合には、 $y/\delta = 0.15$ 付近まで実験値と比較的良好一致する分布が得られており、変曲点も外層域より内側の壁面に近い位置 ($y/\delta < 0.1$) にあることが分かる。

Case [A] のときと同様に $y/\delta = 0.8$ における速度成分 v のスペクトルを求めた。その結果を図6に示す。Case [A] の場合ほど顕著ではないが、スペクトルには明瞭な盛り上がりが見られる。その無次元中心周波数は、渦点の循環の強さ α_1 の値に依らず、ほぼ $F = 0.2$ である。

このような擬周期性が発生する要因は、速度分布の形から混合層型の不安定ではなく、鏡像を含めた上下対称の流れ場の非粘性対称モード不安定に帰着されるのではないかとと思われる。なお、比較のため $y=0$ に関する対称条件を取り除いて計算した伴流の場合（反対称モード不安定）の卓越周波数は $F \doteq 0.4$ で、上記の値の約2倍であった。

いま、 $F = 0.2$ を擬周期的な渦塊の平均通過周波数と見なし、渦塊の平均移動速度を $0.8 - 0.9$ と仮定して、流れ方向波長 (λ) に換算すると、 $\lambda = (4 - 4.5)\delta = (25 - 35)\delta^*$ となる。ここで、 δ^* は排除厚さである。なお、 δ^*/δ には図5に示した実験値のレイノルズ数範囲における値 ($0.13 - 0.16$) を用いた。

この波長は、種子田³⁾が $R_e \doteq 3000$ で観測した代表的波長 ($20\delta^*$) の $1.25 - 1.75$ 倍で、大きめではあるが、同程度とみなしても良さそうである。

しかし、最近の亀田ら⁴⁾の熱線流速計による測定結果では、 $R_e = 1000 - 6000$ の範囲における外層の渦塊の平均通過周波数は $F = 0.5 - 1.5$ で、レイノルズ数とともに増加している。これを波長に換算してみると ($4 - 10$) δ^* 程度となり、種子田が観測した値よりもはるかに小さい。この差異の理由は今のところ不明である。

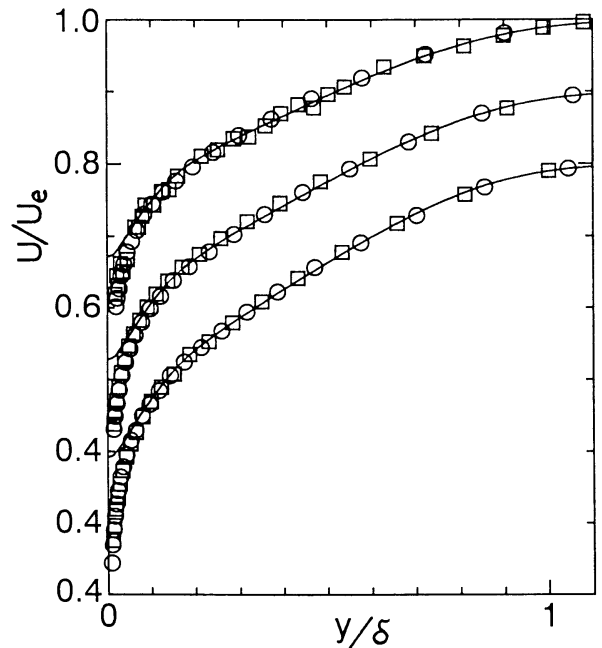


図5 速度分布 (Case B). 上から順に $\alpha_1 = 0.33, 0.39, 0.44$; $R_e = 57000, 26000, 9600$

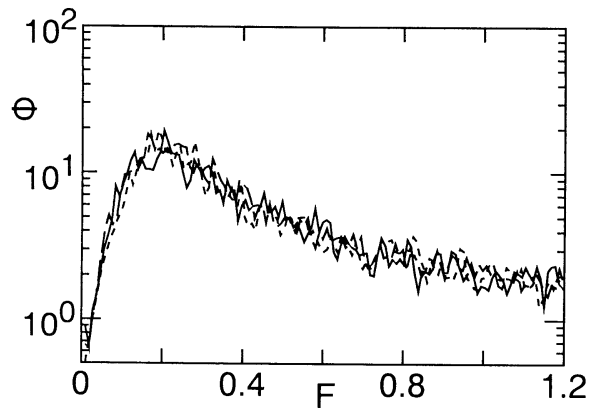


図6 速度変動スペクトル (Case B). 点線: $\alpha_1 = 0.33$ 実線: $\alpha_1 = 0.39$, 破線: $\alpha_1 = 0.44$

3. おわりに

乱流境界層外層域で観察される擬周期性の成因に対する一つの可能性として、壁面に関する鏡像を含めた対称渦度場のもつ非粘性不安定性を検討した。定量的比較が不十分であるため、この解釈が実際に妥当であるか否かは現時点では不明である。

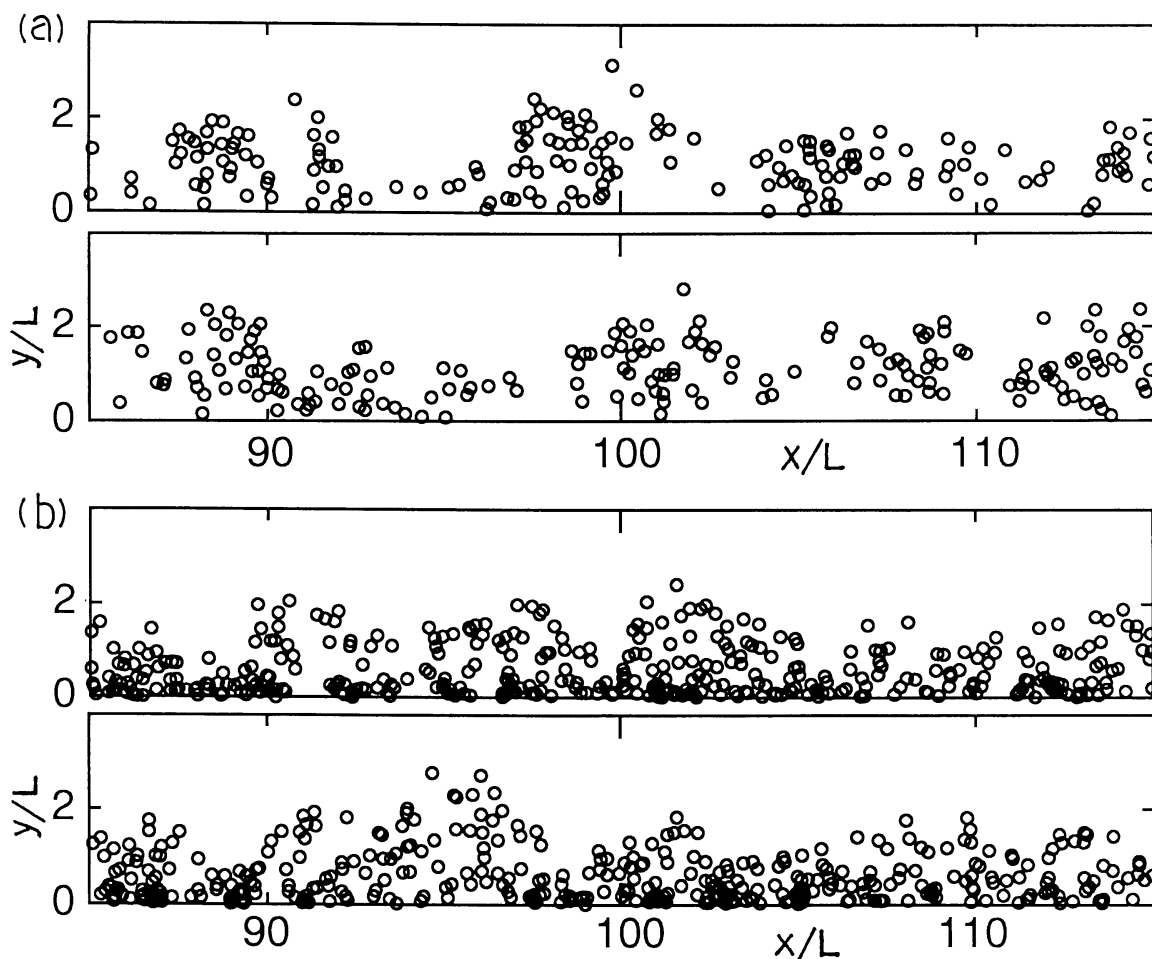
この問題に関連して、Marasli ら⁵⁾の研究によると、乱流平板伴流の遠方場で観測される v 変動の卓越周波数は、実測速度分布を用いて非粘性・線形安定計算から求めた中立攪乱の周波数と極めて良く一致する。この事実から類推して、乱流境界層における擬周期性は対称速度分布の対称攪乱に対する安定特性から決まる可能性があるように思われる。この点については今後の課題としたい。

参考文献

- 1) 例えば, M.Van Dyke: An Album of Fluid Motion (1982), p.92.
- 2) L.S.G.Kovaszny, V.Kibens & R.F.Blackwelder: J. Fluid Mech. 41 (1970), pp.283-325.
- 3) 種子田: 流力誌「ながれ」1-1 (1982), pp.29-35.
- 4) 亀田, 大坂, 望月: 機論B編 64-620 (1998), pp. 24-31.
- 5) B.Marasli, F.H.Champagne & I.J.Wygnanski: Phys. Fluids A 3-4 (1991), pp.665-674.

[付録]

参考のため、Case [A], [B] における渦点分布の例を付図 1 (a), (b) に示す。



付図 1 渦点の空間分布の例 (A, B 各 2 例ずつ)

(a) Case [A]: $\alpha = 0.46$.

(b) Case [B]: $\alpha_1 = 0.39$, $\alpha_2 = 0.22$