

# 反射する垂直衝撃波による気体混合の数値解析

小幡茂男

## Numerical Simulation of Gas Mixing Process by Reflected Normal Shock Wave

by

Shigeo Obata

### ABSTRACT

The baroclinic torque, which is generated by spatial misalignment between density gradient and pressure one, can induce a large vortical structure in mixing layer of air and fuel gas. In case of single passage of normal shock wave through 2-D circular helium bubble floating in air it have already been clarified that the vortical motion divides the bubble into two parts and the mixing is enhanced. In this report, the influence of round-trip passage of normal shock wave on mixing state is numerically investigated by TVD formulated finite differential method for Navier-Stokes equation and chemical species mass conservation equations. The interaction of contra-directional vortices by forward propagation of incident shock wave and backward one of reflected wave from rigid wall attracts much attention. The general mixing process consists of the first division of helium bubble into two semicircular parts by the forward passage and the second division into four parts. Since the existence of time delay to start vortical motion after shock passage disturbs the interaction of the backward passage on first vortex, a shorter interval of two passages presents slow formation of the small four bubbles. Two contradictory features are observed after the backward passage, a slight mixing suppression estimated from mean concentration distribution and the elongation of boundary line separating air and helium.

#### 1)はじめに

超音速流中の物体周りに不可分の存在である衝撃波は、大きな圧力勾配を持った強い擾乱発生源であると同時に大きな全圧損失を生み出す。そのためスクラムジェットエンジンの超音速燃焼器内部に発生する衝撃波は推力向上の観点から好ましい存在ではない。しかし、その圧力勾配が噴射燃料と空気の界面である混合層の密度勾配と干渉すると、バロクリニクトルクと呼ばれる流体力を発生することが知られている<sup>1-4</sup>。この流体力は下式の渦度方程式の右辺最終項に示されるとおり、渦度を生成するもので、燃料と空気の界面に渦構造を形成し、両者の混合過程に大きな影響を及ぼすことができる。このバロクリニクトルクを超音速燃焼器内部の流れに対して積極的に利用して、燃料と空気との混合促進を試みた多くの研究により、空気よりも密度の小さな気体燃料を用いた場合には、渦の形成に伴い混合状態を改善できることが明らかとなっている<sup>5-10</sup>。しかしながら、燃焼器内部では、衝撃波は必ず壁面で反射して、再び同じ界面に作用する。この場合、定義式からも明らかのように、一次入射による渦度と、二次入射による渦度の向きは正反対となる。この二つの渦度が互いに干渉する場合にも、混合促進効果を確実に維持できるのか否かについて、数値解析を用いて検討を行っている。

対象としているのは、燃焼を考慮しないヘリウムと空気との混合層に衝撃波が往復入射する流れ場で、第1図に示すような超音速空気流と平行に噴射されたヘリウムが形成するヘリウム

流管に斜め衝撃波を導入するものである。この流管に対して、第2図のような上流から下流まで流れ方向に垂直な断面を連続的に設定すれば、流管と衝撃波との干渉を、平面の円状に分布するヘリウム塊を強い圧縮波が通過する二次元時間進行的な流れモデルに置き換えることができる。すなわち、本研究では空気中に静止して存在する円状ヘリウムに垂直衝撃波を往復入射させる二次元数値シミュレーションによって、バロクリニクトルクが反対向きに作用する燃料と空気の界面の混合過程を評価することを目的としている。

#### 2)数値計算法

支配方程式は、以下のとおり、流量・運動量・エネルギー保存のN-S方程式群とヘリウムと空気それぞれの化学種の拡散方程式から構成される。

$$\begin{aligned} \rho + \nabla \cdot \rho \mathbf{U} &= 0 \\ \rho \dot{\mathbf{U}} + \mathbf{U} \cdot \nabla \rho \mathbf{U} &= \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} \\ \rho \dot{e} + \nabla \cdot (\rho e + p) \mathbf{U} &= \nabla \cdot (\mathbf{U} \cdot \boldsymbol{\sigma}) - \nabla \cdot \mathbf{K} \\ f_k + \nabla \cdot f_k \mathbf{U} &= -\nabla \cdot \mathbf{J} \end{aligned} \quad \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{J} = -D_{lmnr_k} \nabla \cdot f_k \\ D = \frac{v_k}{P_r L_e} \end{array} \right.$$

ここで $\boldsymbol{\sigma}$ は応力テンソル、 $\mathbf{K}$ はエネルギー流束ベクトル、 $f_k$ は考慮した化学種 $k$ の濃度、 $D$ は層流拡散係数のみである。この方程式系はUpwind TVDに基づく差分化により空間3次精度(右辺は2次中心差分)、時間1次精度にて解かれる<sup>11-12</sup>。

計算領域は幅60[mm]×縦65[mm]の長方形で、幅方向に

201個の正方形要素で直交に格子分割されている。左右の側面境界には共に周期条件が課せられ、上方境界は垂直衝撃波背後のランキン=ウゴニオ状態に保持される。また、下方境界に衝撃波反射のための固体壁条件が与えられる。シミュレーションの初期条件としては、領域を左右に等分割する縦線上に中心を持つ円形領域に1[atm]、300[K]のヘリウムを、それ以外の外周部分に等温・等圧の空気を配置した。ヘリウムの初期占有領域の半径( $r$ )を10[mm]に固定し、下方境界から中心までの距離を、20と50[mm]の二つに設定(それぞれケースA、B)した。これらに対して衝撃波が往復入射をしない、片通過のみの場合を基準条件として設定し、これをケースCとした。衝撃波発生前のヘリウム分布状態を体積モル分率等高線で第3図(線間隔10%)に示す。これらに対して上方境界から伝播マッハ数1.2(波面前後圧力比1.5、反射波背後圧力比2.3)の垂直衝撃波を同時に発生させ、ケースA、Bの反射二次波が上方境界に再到達するまで計算を行った。

### 3) 衝撃波通過

第4図から第9図に衝撃波伝播経過中のヘリウム体積モル分率等高線(線間隔10%)を、3ケースについて示す。それぞれ、上方境界から衝撃波が発生して、 $8.33 \times 10^{-5}$ 、 $13.1 \times 10^{-5}$ [s]後の状態(一次入射、衝撃波は下方に伝播)、 $18.5 \times 10^{-5}$ 、 $24.5 \times 10^{-5}$ 、 $30.6 \times 10^{-5}$ 、 $33.6 \times 10^{-5}$ [s]後の状態(二次入射、反射波は上方に伝播)であり、図中左側面の小矢印が各時点における垂直衝撃波の理論到達位置を示す。

第4図と第5図において、衝撃波発生位置(上方境界)からのヘリウムの初期配置距離が等しいケースBとケースCの二つは、その変形の様子が完全に同一であることが確認できる。一方、それらよりも下方に配置されたケースAでは変形が遅れて起きている。これら衝撃波往復通過の過程の前半部においては、ヘリウムと空気の密度勾配に対して衝撃波の圧力勾配により発生するバロクリニクトルクが、ヘリウムと空気の混合界面に作用してヘリウム塊を上方から押し潰しながら左右二つに分割するように働くことが良く分る。

第6図では、他の2ケースに先駆けてケースAにおいてヘリウム塊が反射衝撃波と干渉を始めている。ヘリウム塊は下側からも押し潰されているが、まだ、渦構造らしきものは確認できない。ケースBの反射衝撃波はまだヘリウム塊に到達していないので、ケースCのヘリウム塊と形状は同一を保っており、バロクリニクトルクによる中心部分のくびれは第5図の時点よりも深く進展している。

第7図は、ケースBがほぼ反射衝撃波との干渉を終えた状態を示している。ケースAとBとを比較すると、ヘリウム塊の形状は、先に反射衝撃波との干渉を終えたケースAの方が、反射衝撃波との干渉の無いケースCにより近い。ケースAはケースCを上下に押し潰しただけで相似形状であるが、ケースBは完全に左右に分割された二つのヘリウム塊の下側に配置された極めて高濃度で細いヘリウムの橋が左右二つの塊を連結した格好で、反射衝撃波の通過がヘリウム塊の分割をより促進したように

見える。

第8図では、ケースAとケースCにおいてもようやくヘリウム塊の左右二分割が完了し、ソラマメ形のそれらが連結橋で結ばれ、第7図のケースBに相似な形状が現れる。しかし、ケースBの方はよりいっそう複雑な形状に移行している様子が見取れる。左右二分割されていたヘリウム塊のそれぞれは、反射衝撃波の通過に伴う再度の、かつ逆向きのバロクリニクトルクの作用で中央部分が陥没を始めている。また、第7図では非常に細く高濃度であった連結橋がその幅を広げて濃度を低下させている。

第9図からは、ケースBの連結橋が、最初に現れた第7図の状態よりも極端にヘリウム濃度を下げて、かろうじて存在していることが分かる。このまま時間の経過と共に、この連結橋は拡散消滅し、独立な二つの塊へ落ち着くと予想される。また、左右それぞれの独立塊は第9図に示すとおり、最外縁にケースCのソラマメ形に極めて相似の小さな塊を生み出している。一次入射の衝撃波によるバロクリニクトルクは反射衝撃波のバロクリニクトルクと相互に強く干渉することなく、別々に作用し続けると判断できる。衝撃波を往復入射することで、もともと一つの円形だったヘリウム塊は、最終的には独立な四個の塊に分割されると考えられる。ところが同じ往復入射させたケースAのヘリウム形状は依然として濃度の高い連結橋を持つ二分割形状であり、第7図のケースBのそれに良く似ている。第8図の状態と比べて連結橋の濃度はやや下がり、左右の塊の中央部に新たな陥没部位が認められることから、いずれケースBと同様の四分割形状に至ると考えられるが、その変化はきわめてゆっくりと遅い。一次入射の衝撃波と二次入射の反射波との干渉の時間間隔が変形を低下させたのだとすれば、互いに逆向きのバロクリニクトルクは、作用する時間間隔が短い場合、その渦度発生能力を弱めると考えられる。一次波が最初に通過する場合、バロクリニクトルクによる作用は衝撃波を完全に通過した後(第4図のケースBとC)でも、ヘリウム塊を半分だけ押し潰す程度である。このため、渦構造の形成のためのヘリウムの慣性動作が完全に確立する以前に、反対向きのバロクリニクトルクが作用すると、その渦度生成能力は極端に低下する、と説明できる。

これら時間経過を追った第9図までの結果から、ヘリウム塊が四分割されるケースBが、ヘリウムと空気との接触面積の増大、という観点から比べて、他の2ケースよりも混合状態が良いと判断できる。それを確認するために、第9図の計算領域内部の各格子点が示すヘリウム体積モル分率のヒストグラムを第10図に示すが、意外な結果となった。濃度の高い領域の格子点数は3ケースにほとんど差が無く、初期配置したヘリウム塊が単純分割された、ということの意味している。実際、第9図における3ケースそれぞれのヘリウム塊には依然として高濃度の領域が大きく残っており、この結果と一致する。一方、低濃度の格子点数はケースCが最も多く、次いでケースB、ケースAとなった。これは、空気中へと浸透を果たしたヘリウムの量が衝撃波往復通過をさせた場合には減少する、ことを意味し、衝撃波の往復通過は混合抑制に寄与する、と結論付けられる。今回の計算には乱流拡散の効果を考慮していないが、実際の超音速燃焼の流れ

においては強い圧縮性の影響により物質輸送は大きく制限されることを考えると、今回の数値計算のように層流拡散のみの取り扱いはいずれもかけ離れた仮定とは断じ難い。この部分の解釈については今後も引き続き調べてゆく予定である。

4) まとめ

空気中にある二次元の円状ヘリウム塊に垂直衝撃波を往復入射させた場合のバロクリニクによる空気とヘリウムとの混合過程を数値解析により調べた。その結果、以下の知見を得た。

- ①片通過する衝撃波によりヘリウム塊は二分割されるが、往復通過により四分分割される。
- ②一次の衝撃波と二次の反射波との時間間隔が短い場合、ヘリウム塊の分割に時間遅れが生じる。
- ③空気と混合を果したヘリウムの量は往復通過させた場合よりも片通過の方が多くなる。

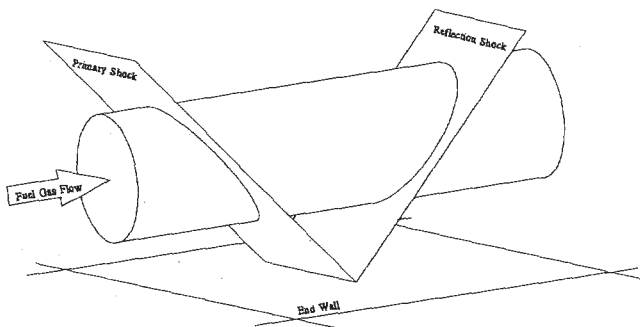


図1:ヘリウム流管への衝撃波往復通過

参考文献

1. J.F.Haas et al., J. Fluid Mech., Vol 181, pp41, 1987
2. J.M.Picone et. al., J. Fluid Mech., Vol 189, pp23, 1988
3. I.A.Waitz et. al., AIAA 92-3550, 1992
4. J.Young et. al., AIAA J., Vol 31, No 5, pp854, 1993
5. F.E.Marble et. al., 25th Symp. (Int.) Comb.,pp1, 1994
6. B.M.Cetegen et. al., Comb. Flame, Vol 100, pp232, 1994
7. J.C.Hermanson et. al., 27th Symp. (Int.) Comb., pp2047, 1998
8. J.C.Hermanson et. al., Physics Fluids, Vol.12 No.5, pp1210, 2000
9. S.Obata, NAL SP-46, pp313, 2000
10. S.Obata et. al., AIAA Journal, Vol.38 No.11, pp2113, 2000
11. S.R.Chakravarthy et. al., AIAA 85-0363, 1985
12. W.K.Anderson et. al., AIAA 85-0122, 1985

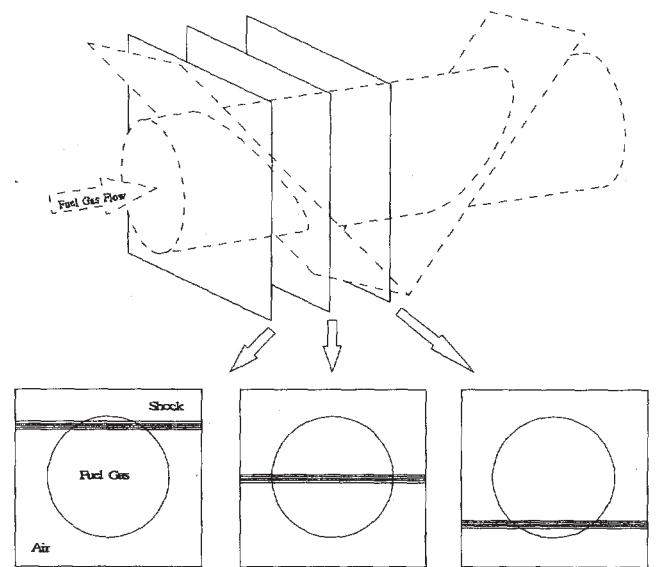


図2:二次元流れモデルへの投影

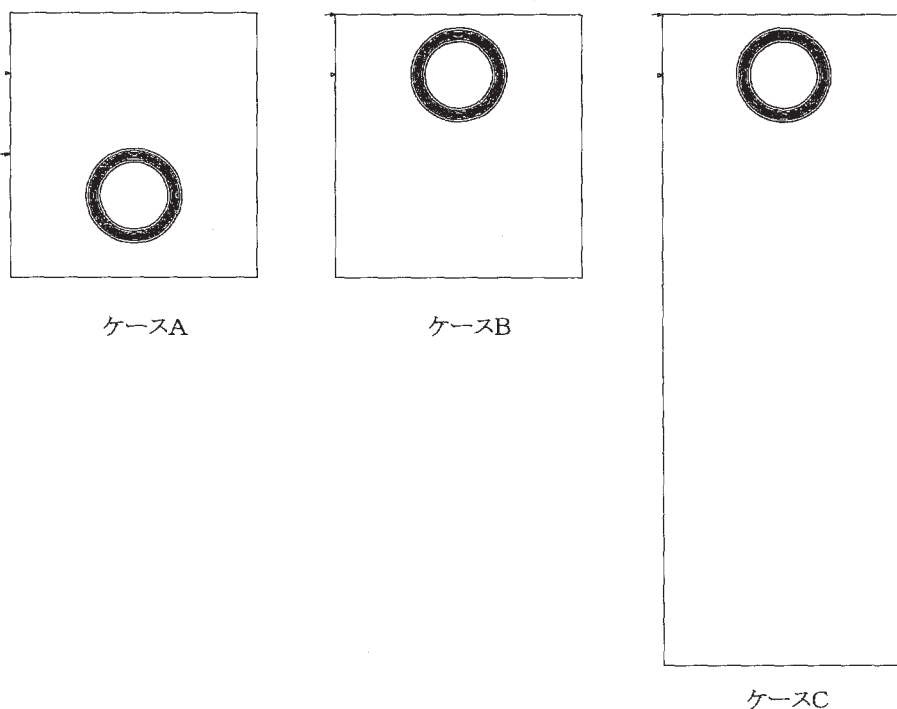


図3:ヘリウム塊の初期配置図 ( t = 0.0[s] )

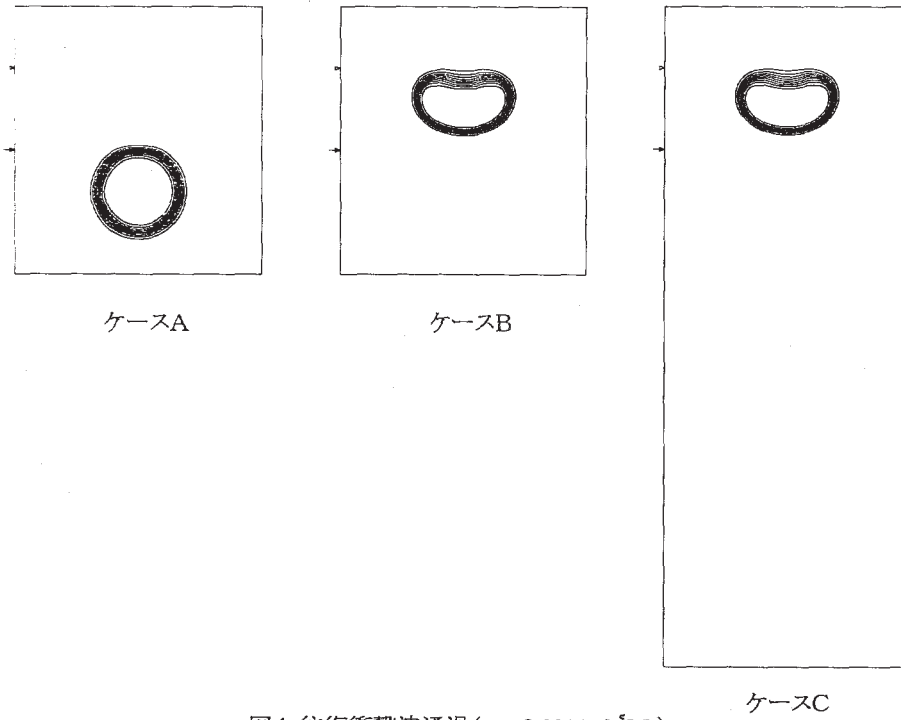


図4: 往復衝撃波通過 ( $t = 8.33 \times 10^{-5}$  [s])

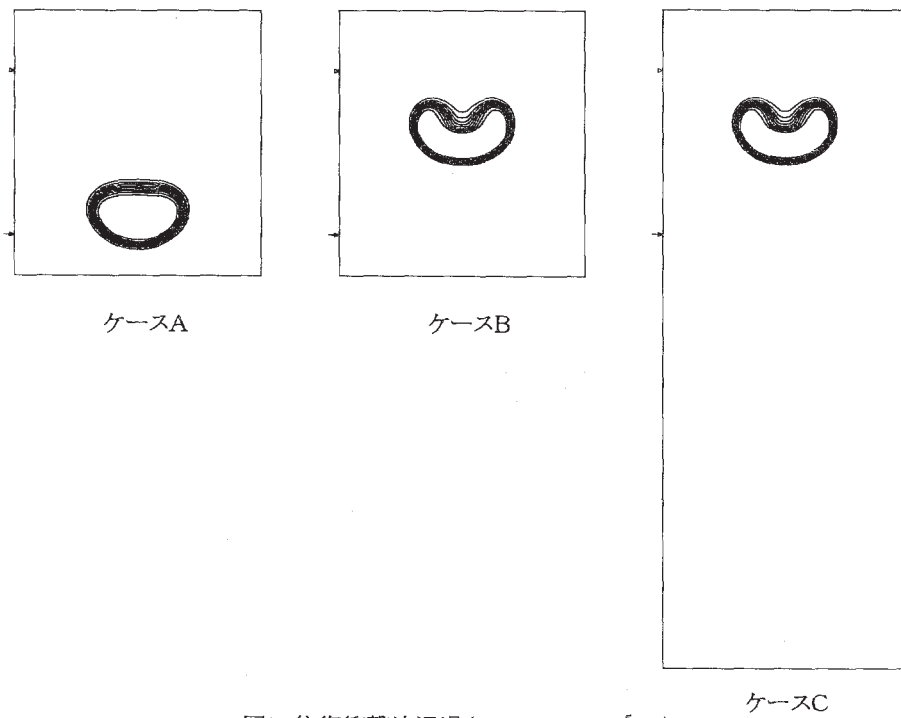


図5: 往復衝撃波通過 ( $t = 13.12 \times 10^{-5}$  [s])

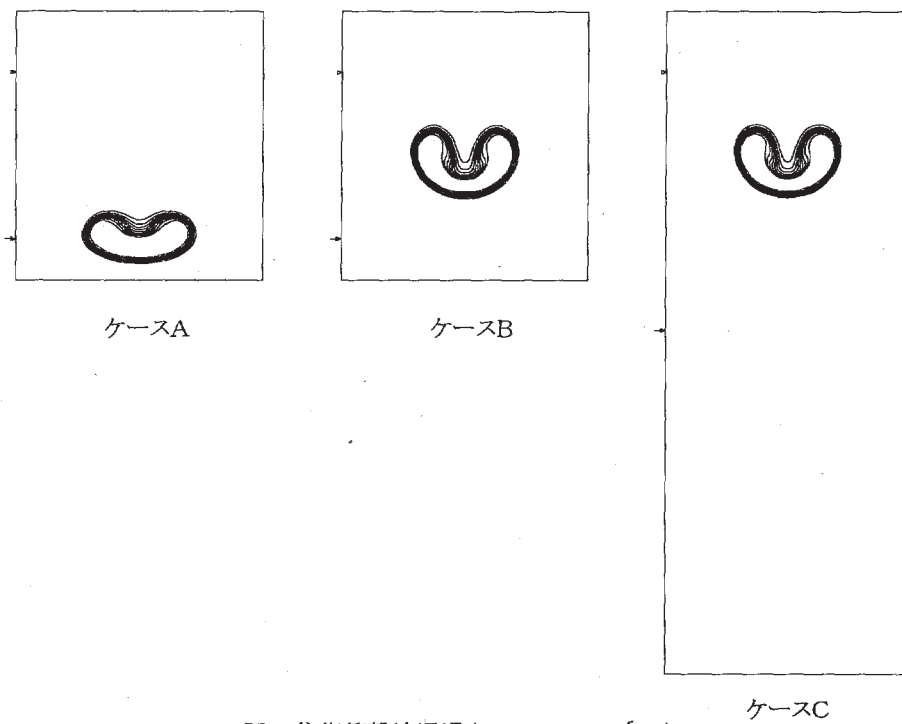


図6: 往復衝撃波通過 ( $t = 18.52 \times 10^{-5}$  [s])

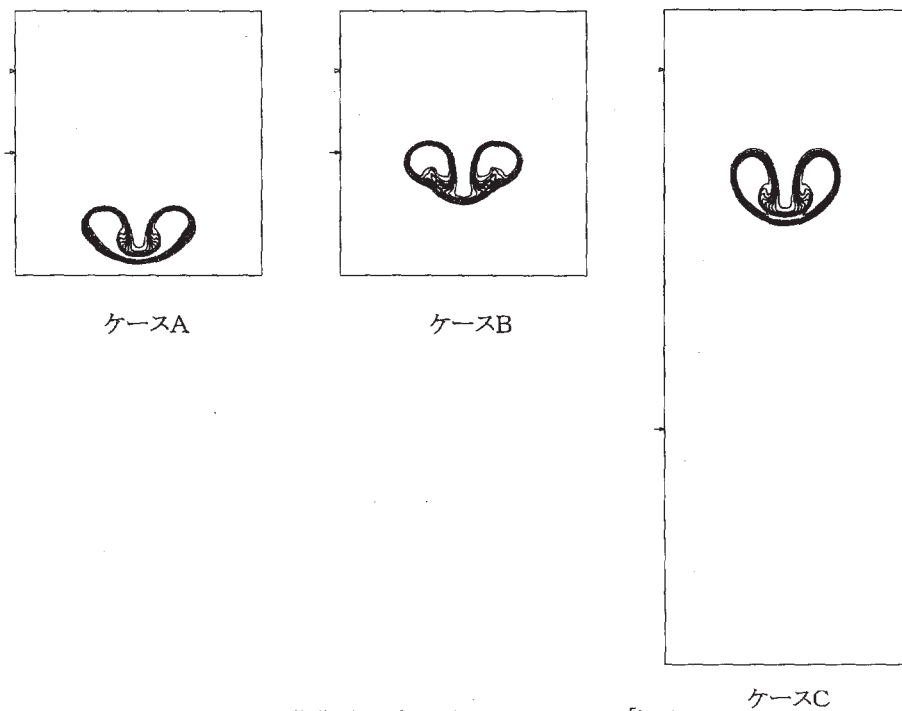


図7: 往復衝撃波通過 ( $t = 24.53 \times 10^{-5}$  [s])

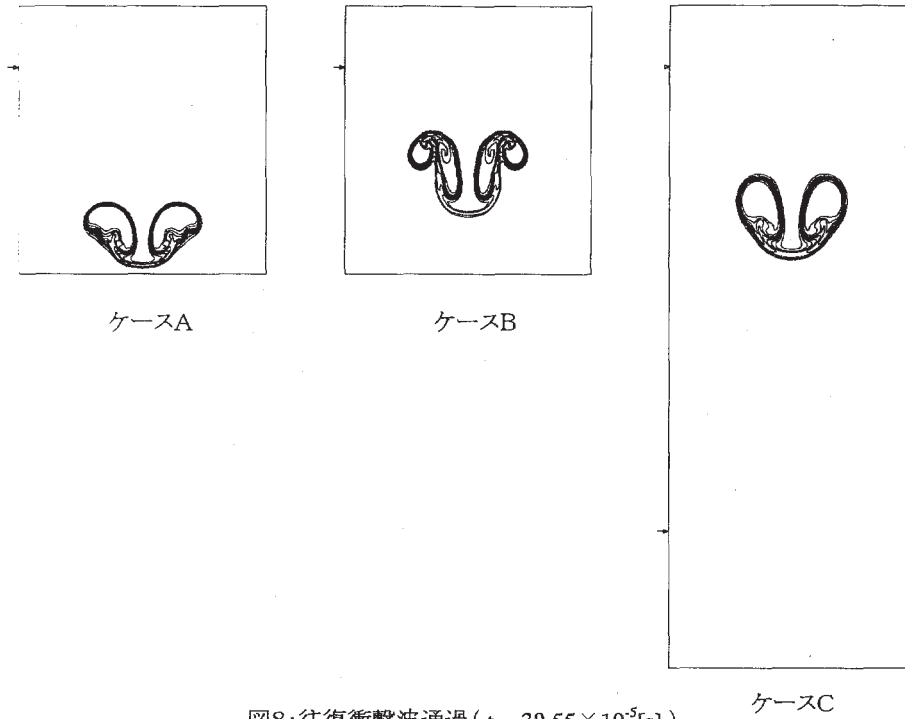


図8: 往復衝撃波通過 ( $t = 30.55 \times 10^{-5}$  [s])

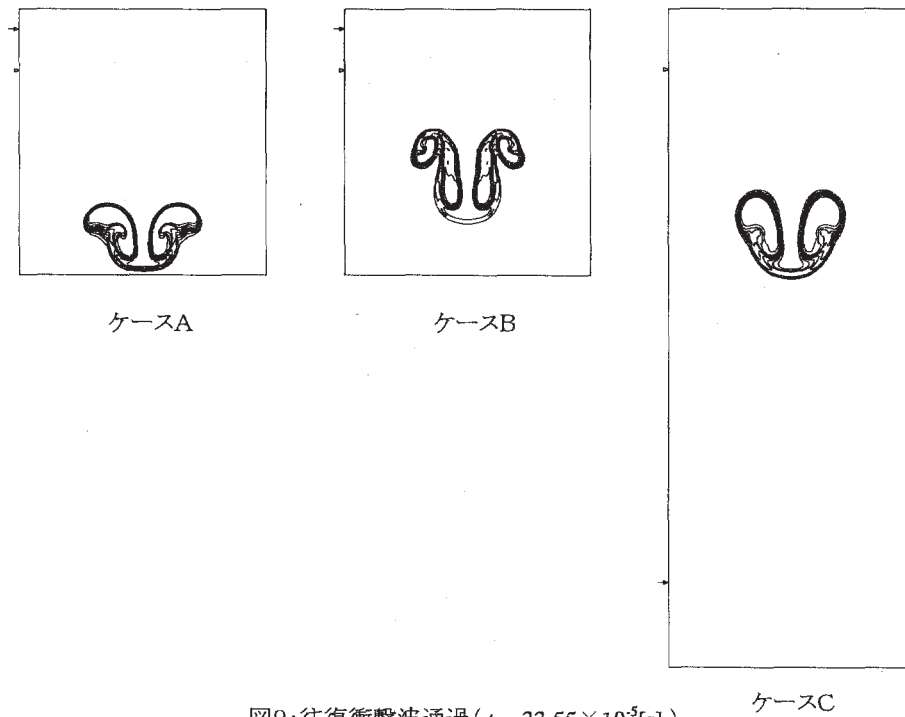
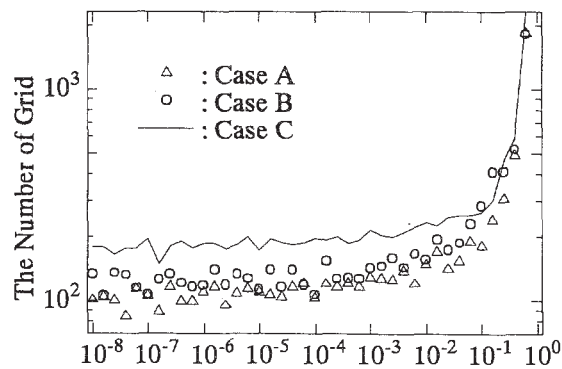


図9: 往復衝撃波通過 ( $t = 33.55 \times 10^{-5}$  [s])



第10図: ヘリウム体積モル分率の分布 ( $t = 33.55 \times 10^{-5}$  [s])