

DNS による超音速自由せん断流における音波放出機構の研究

A study of sound wave emission mechanism in supersonic free shear flows using DNS

渡辺大輔 (電通大院) 前川 博 (電通大)

Daisuke WATANABE* and Hiroshi MAEKAWA**

*Department of Mechanical and Control Engineering, the University of Electro-Communications, 182-8585 Chofu, Tokyo, Japan

**Department of Mechanical Engineering and Intelligent Systems, the University of Electro-Communications, 182-8585 Chofu, Tokyo, Japan

Supersonic free shear flows including near and far fields were calculated by three-dimensional direct numerical simulations with shock capturing compact schemes. We investigated mechanism of sound wave emission in a transitional plane jet. Results from DNS are presented for $Mc=1.17$ and $Mc=1.55$ plane jets. Previous our linear stability analyses⁵⁾ showed that the phase velocity of most unstable 3D A1 mode was less than the ambient speed of sound. The result of 2D DNS shows that the amplification of a 2D A1 mode generates strong Mach waves. 3D DNS with A1 oblique modes indicates that the growth of A1 oblique modes have a crucial effect of 3D flow developments and that a less amplification of the 2D A1 mode yields weak Mach waves. These results suggest that quick decreases of the jet centerline velocity caused by the growth of 3D A1 mode restrain the strong Mach wave emission.

1. まえがき

圧縮性自由せん断流の遷移機構の解明は次世代超音速輸送機開発のキーテクノロジーの一つとして捉えられ、近年、圧縮性乱流や遷移構造に関する研究が顕著に増えている。また、遷移構造の研究は計算空力音響学における流体音と結びつき、近年注目を集め顕著に研究が行なわれている。超音速ジェットにおける特徴としてマッハ波の放射がある。このマッハ波は高速ジェットにおける主要な騒音とされマッハ波の放射を抑える又は取り除く方法が模索されている。過去の研究からマッハ波はジェットに起こる不安定波に起因し、その放射強度は不安定波の位相速度が超音速である場合、非常に高められることが知られている。Papamoschou¹⁾らは、coflow ジェットにおいてジェット中を運ばれる乱流渦の位相速度 (Uc) が周囲の音速 (a_∞) 以下になるように設定する ($Uc < a_\infty$) ことによりマッハ波を除去できることを示した。しかし coflow を用いる方法はジェットエンジンの構造をより複雑化するという問題があり、他のより効率的な騒音抑制手法を模索する余地がある。これらのことから超音速ジェット (圧縮性ジェット) の遷移に関する深い理解が望まれる。本研究では、top-hat 型速度分布を持つ超音速平面ジェットが持つ線形不安定波の性質を調べ、その不安定波の非線形発達に伴う音響場を直接数値シミュレーション (DNS) により調査した。

2. 支配方程式および初期攪乱

2.1. 支配方程式

DNS において支配方程式はデカルト座標系で記述された圧縮性ナビエ・ストークス方程式である直接シミュレーションにおいて、無次元化されたニュートン流体に対する質量保存、運動量保存およびエネルギー保存のモデル

を用いない方程式は

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u_i)}{\partial x_i} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial (\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u_i u_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial E_T}{\partial t} + \frac{\partial (E_T u_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial (p u_j)}{\partial x_j} + \frac{\partial (u_i \tau_{ij})}{\partial x_j} - \frac{\partial q_j}{\partial x_j}, \quad (3)$$

である。ここで、支配方程式は以下に示す物理量により無次元化された

$$\begin{aligned} x_i &= \frac{x_i^*}{b^*}, & u_i &= \frac{u_i^*}{\bar{u}_j^*}, & t &= \frac{t^*}{b^*/\bar{u}_j^*}, \\ \mu &= \frac{\mu^*}{\bar{\mu}_\infty^*}, & \rho &= \frac{\rho^*}{\bar{\rho}_\infty^*}, & p &= \frac{p^*}{\bar{\rho}_\infty^* \bar{u}_j^{*2}}, \\ T &= \frac{T^*}{\bar{T}_\infty^*}. \end{aligned}$$

ここで、* は有次元の物理量を示し、平均量を示す記号における添え字 j および ∞ はそれぞれジェット中心およびジェット遠方の位置を示す。また b はジェット半値半幅である。流れの全エネルギー E_T は、流れの内部エネルギー及び運動エネルギーの和である

$$E_T = \frac{p}{(\gamma-1)} + \frac{\rho u_i u_i}{2}, \quad (4)$$

熱流束ベクトルは、Prandtl 数を $Pr = 1$ で C_p が一定であることを仮定することにより熱伝導率 k は μ に比例し

$$q_j = -\frac{\mu}{(\gamma-1)M^2 Re Pr} \frac{\partial T}{\partial x_j}, \quad (5)$$

となる。運動量及びエネルギー方程式に現れる粘性応力の成分 τ_{ij} は

$$\tau_{ij} = \frac{\mu}{Re} \left[\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right], \quad (6)$$

である。また、粘性係数は温度 T の指数法則に従うとして

$$\mu = T^{2/3}, \quad (7)$$

と表される。理想気体の状態方程式は、

$$T = \frac{\gamma M^2 p}{\rho}, \quad (8)$$

である。ここで Re は Reynolds 数であり、 M は代表マッハ数である。超音速ジェットにおいて、Reynolds 数はジェット半値半幅 b 、ジェット中心速度 \bar{u}_{1j} およびジェット遠方(自由流)の粘性係数 $\bar{\mu}_\infty$ に基づき

$$Re = \frac{\bar{\rho}_\infty \bar{u}_{1j} b}{\bar{\mu}_\infty}. \quad (9)$$

代表マッハ数は

$$M = \frac{\bar{u}_{1j}}{\bar{c}_\infty}, \quad (10)$$

である。

2.2. 初期攪乱

DNS の初期条件および計算領域を決めるために圧縮性粘性方程式を線形化した固有値問題の解を求める初期値となる線形攪乱は

$$d(x, y) = \text{Real}[A_0 \hat{d}(y) \exp\{i(\alpha x + \beta z - \omega t)\}] \quad (11)$$

と表されるただし、 $\hat{d}(y)$ は固有値 (α, β, ω) に対応する固有関数である。ジェットの層流速度分布は top-hat 型で与えた (Fig.1)。

$$\bar{u}_1(x_2) = \frac{\bar{u}_{1j}}{2} \left[1 - \tanh \left[\frac{12.5}{4} \left(\frac{x_2}{b} - \frac{b}{x_2} \right) \right] \right]. \quad (12)$$

平均温度分布は $Pr=1$ とし Crocco-Busemann の関係式を用い次式で与えた。

$$\bar{T} = M_\infty^2 \frac{\gamma - 1}{2} \frac{(u_1 \bar{u}_{1j} - u_1^2)}{\bar{u}_{1j}} + \frac{\bar{T}_j u_1}{\bar{u}_{1j}} + \frac{\bar{T}_\infty (\bar{u}_{1j} - u_1)}{\bar{u}_{1j}}, \quad (13)$$

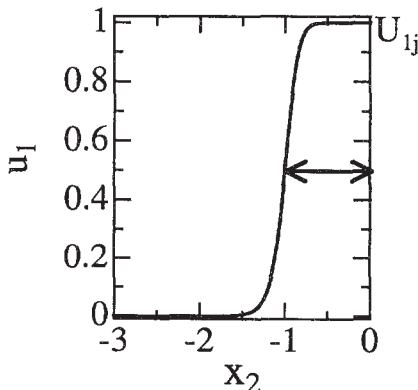


Fig. 1: ジェットの層流速度分布

ここで γ は比熱比であり、 $M_\infty = \bar{u}_{1j}/c_\infty$ 、 c_∞ はジェット周囲の音速である。ジェット中心 Mach 数 $M_j = \bar{u}_{1j}/c_j$ は $M_j = M_\infty \times c_\infty/c_j$ の関係から与えられる。またジェットは加熱されており、ジェット内部と周囲の温度比は $T_j/T_\infty = 1.12$ である。ジェットの移流 Mach 数 Mc は次式で定義される。

$$Mc = \frac{M_j \sqrt{T_j/T_\infty}}{1 + \sqrt{T_j/T_\infty}}. \quad (14)$$

この速度分布と温度分布を線形攪乱方程式に代入し固有値、固有関数を計算し DNS の初期攪乱として用いる。

3. 計算方法

3.1. 空間の離散化

本計算ではマッハ波を伴う高マッハ数の流を安定に計算するため、空間の離散化に、Lele²⁾ による中心コンパクトスキーム (CCS) を基にした Deng, Maekawa & Shen³⁾ による数値散逸を含む 5 次精度散逸コンパクトスキーム (Dissipative Compact Schemes; DCS5) を用いた。5 次精度散逸コンパクトスキームは以下のように与えられる

$$\begin{aligned} & \frac{1}{3}(1 - \alpha_D)u'_{j-1} + u'_j + \frac{1}{3}(1 + \alpha_D)u'_{j+1} \\ &= \frac{1}{36h}(u_{j+2} - u_{j-2}) + \frac{7}{9h}(u_{j+1} - u_{j-1}) \\ & \quad + \frac{1}{18h}\alpha_D(u_{j+2} - 2u_j + u_{j-2}) \\ & \quad + \frac{4}{9h}\alpha_D(u_{j+1} - 2u_j + u_{j-1}). \end{aligned} \quad (15)$$

ここで、係数 α_D は散逸誤差と分散誤差を変化させる定数であり、 $\alpha_D = 0$ とすると散逸誤差を含まない CCS6 となる。また α_D の正負により分散誤差の正負が変わる。本研究の三次元時間発展 DNS では $\alpha_D = \pm 0.25$ とした。

また、このスキームの非線形系への適用に際し Lax-Friedrichs 流速分割を用いた。Lax-Friedrichs 流速分割は次式で与えられる

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x_1} = 0, \quad (16)$$

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}^+ + \mathbf{F}^-. \quad (17)$$

ここで、 \mathbf{F}^+ および \mathbf{F}^- は次式で与える

$$\begin{aligned} \mathbf{F}^+ &= \frac{1}{2}(\mathbf{F} + \lambda \mathbf{Q}), \\ \mathbf{F}^- &= \frac{1}{2}(\mathbf{F} - \lambda \mathbf{Q}), \end{aligned} \quad (18)$$

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}^+}{\partial x_1} + \frac{\partial \mathbf{F}^-}{\partial x_1} = 0, \quad (19)$$

ここで \mathbf{Q} 、 \mathbf{F} は例えば一次元のオイラー方程式において、

$$\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u_1 \\ E_t \end{pmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{pmatrix} \rho u_1 \\ \rho u_1 u_1 + p \\ (E_t + p)u_1 \end{pmatrix}, \quad (20)$$

である。また、 F^+ および F^- の計算にはそれぞれ α_D が負および正としたDCS5を用いる。式(18)中の λ により、散逸の大きさを変化させることができる。

3.2. スキーム性能の検証

線形方程式系 Fig.2はCCS6とDCS5の波数空間における線形移流方程式を解く際に現れる誤差の比較である。線形移流方程式は

$$\frac{\partial u}{\partial t} + c \frac{\partial u}{\partial x} = 0, \quad (21)$$

で与えられる。ここで c は線形移流速度であり、 $c=1$ とする。また境界を周期境界条件とし(計算領域: $0 < x < 2\pi$)、初期値 $u = \sin(kx)$ ($k = 1, 2, 3, \dots, k_{max}$) を与えた際、この1階微分の解析解は $k \cos(kx)$ であり、式(21)は

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -c \{k \cos(kx)\}, \quad (22)$$

と表せる。一方、微分から差分への置き換えにおいては、 \cos 成分(移流速度誤差)および \sin 成分(散逸誤差)の誤差が生じ、このことを考慮すると差分に置き換えた場合、式(22)は

$$\frac{\partial u}{\partial t} = A_{cos} \cos(kx) + A_{sin} \sin(kx), \quad (23)$$

と表せる。 A_{cos}, A_{sin} は式(21)の左辺第二項の値のフーリエ変換により求まる。また $\{\sin(kx)\}' = k \cos(kx)$ 、 $\{\sin(kx)\}'' = -k^2 \sin(kx)$ であるから

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -c^*(k) \{k \cos(kx)\} + \nu^*(k) \{-k^2 \sin(kx)\}, \quad (24)$$

となり、式(21)は

$$\frac{\partial u(k)}{\partial t} = -c^*(k) \frac{\partial u(k)}{\partial x} + \nu^*(k) \frac{\partial^2 u(k)}{\partial x^2}, \quad (25)$$

と表せる。このとき、誤差により $c(=1) \neq c^*(k)$ (c^* は擬似移流速度)であり、 $\nu^*(k)$ は散逸誤差によって生まれる擬似粘性係数である。

Fig.2(a,b)に初期値 $u = \sin(kx)$ において k を変化した際の3次精度後退(前進)差分、CCS6、DCS5及びスペクトル法それぞれの $c^*(k)$ 及び $\nu^*(k)$ を示す。格子数は $N = 50$ とした。Fig.2(a)において、移流速度誤差は $c^* = 1$ からのずれとして示される。移流速度は、スペクトル法では全波数に対し一定であるが、差分スキームでは高波数の波になるに連れ正しい速度から遅くなる傾向にある。スキームごとの比較では、三次精度陽の後退差分(EUS3)に対しCCS6、DCS5はより高い波数から移流速度誤差が認められ、高い性能(解像度)を持つことがわかる。DCS5では α_D の値を適切に選ぶことにより解像度を高めることができる。

一方、散逸誤差は数値粘性として波の振幅を減衰させる。この散逸誤差は片側に重みのかかった散逸型コンパクトスキーム(DCS)及び片側差分において現れ、中心コンパクトスキーム(CCS)や中心差分では0である。またこの誤差の大きさは格子間隔(dx)に依存しFig.2(b)に

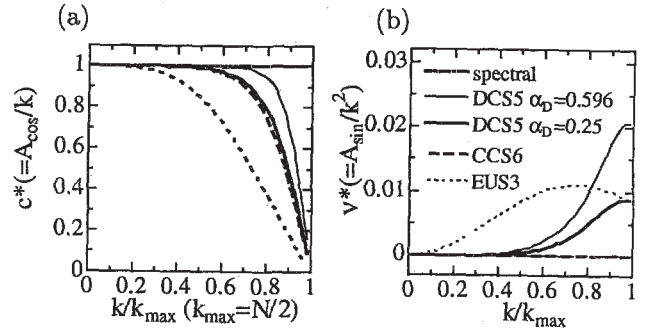


Fig. 2: スキームの性能; (a) 擬似位相速度、(b) 擬似粘性係数。

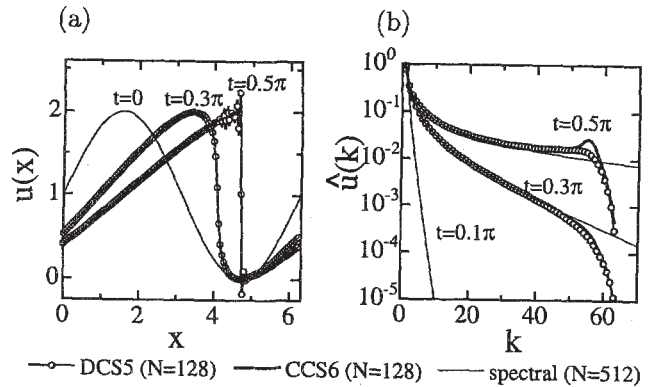


Fig. 3: バーガース方程式の計算結果; (a) 物理空間、(b) 波数空間。

示す誤差は $dx = 2\pi/50$ のケースである。減衰の強さを示す数値粘性係数 $\nu^*(k)$ は Fig.2 (b) に曲線で示され各波数ごとに異なる。DCSにおける散逸誤差分布の特徴は、移流速度誤差が大きい波数領域で散逸誤差(数値粘性)も大きくなることである。このことにより、高波数域に現れる散逸誤差を抑えることができる。

非線形方程式系 非線形方程式系における散逸型コンパクトスキームの性能を一次元バーガース方程式と解くことにより調べた。Fig.3は次式で与えられる一次元バーガース方程式をCCS6、DCS5($\alpha_D = 0.25$)および擬スペクトル法で計算した結果である

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{1}{2} \frac{\partial uu}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}. \quad (26)$$

初期値は $u = \sin(x) + 1$ で与え計算領域は $0 < x < 2\pi$ 、 $\nu = 0.005$ とした。格子数はCCS6及びDCS5に対し $N = 128$ 、擬スペクトル法に対し $N = 512$ である。時間進行には四次精度のルンゲ・クッタスキームを用いた。Fig.3(a)に示されるように、DCS5における波面での振動はCCS6に比べ低く抑えられているのがわかる。波面の位置に関してはどのケースも違いは認められない。

Fig.3(b)に時間ごとの u のフーリエ変換により求めた振幅 $|\hat{u}|$ を、各スキームについて比較した。擬スペクトル法ではFig.3(b)に示した時刻の範囲で波面は十分に解像されている。図に示した $t = 0.3\pi$ の時刻においてCCS6およびDCS5では高波数領域 ($k > 40$) において擬スペ

クトル法の振幅より大幅に異なり解像度が不足していることが判る。また、DCS5の高波数領域($k > 40$)における振幅はCCS6に比べやや低い値となる。 $\alpha_D = 0.25$ のDCS5の解像度はFig.2(a)からわかるようにCCS6とほぼ変わらない。よってこれは、先に示したDCS5の散逸効果によるものである。 $t = 0.5\pi$ では、CCS6およびDCS5の $k > 30$ において、擬スペクトル法の振幅を超える。このような高波数領域での振幅増加の影響は、Fig.3(a)で見られる波面での振動に現れる。特にCCS6においては、 $k = 55$ 付近に振幅の極大値が存在し、物理空間での振動も顕著に表れている。これに対し、DCS5の結果は、散逸効果によりCCS6に比べ明らかに振幅増幅が低く抑えられており物理空間での波面の振動が抑制されている。一方、CCS6およびDCS5において散逸誤差が僅かである低波数領域では振幅の擬スペクトル法との比較において差はほとんど見られない。これらのことから、DCS5は衝撃波などの急峻な勾配を持つ流れにおいて計算を安定化させ、かつ分散誤差が少ない低波数領域では数値散逸による波の減衰をほとんど伴わずCCS6とほぼ同等の性能を持つことを確認した。

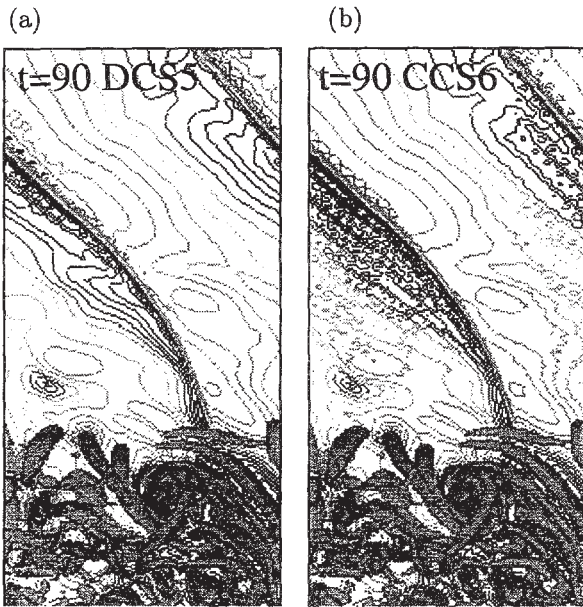


Fig. 4: 圧力分布 (等高線) と渦構造 (等値面); (a)DCS5, (b)CCS6.

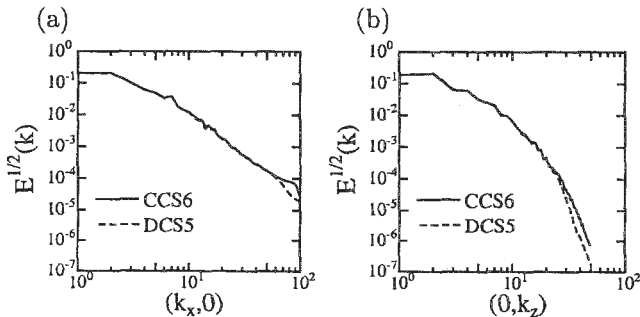


Fig. 5: DCS5 と CCS6 による計算結果の波数空間におけるエネルギー比較; (a)x-方向波数、(b)z-方向波数。

最後にマッハ波が放出する超音速ジェット(DNS($M_j = 2.27, Mc = 1.17$))において比較を行った。(計算条件は4.2節に示す。) Fig.4に超音速ジェットから放出するマッハ波の様子を示す。CCS6ではマッハ波の波面下流に大きな振動が確認できるが、DCS5では改善されていることがわかる。また、Fig.4での時刻のエネルギースペクトルを示したFig.5より、低波数領域においてDCS5とCCS6は同等の性能を持つことが確認できる。

3.3. 時間進行と境界条件

三次元時間発展DNSの計算方法として空間微分には5次精度散逸コンパクトスキーム⁷⁾、時間発展に4次のルンゲ・クッタ法を用いた。DNSにおいて、 x_2 方向に格子の伸長を行い計算領域は $Mc=1.17$ の場合 $0 \leq L_{x_1} \leq 2\pi/\alpha$, $-15b \leq L_{x_2} \leq 15b$, $0 \leq L_{x_3} \leq 2\pi/\beta$ とした。 α および β は線形安定解析から求めた不安定モードのそれぞれ周流方向波数およびスパン方向波数である。格子数は最大 $N_{x_1} \times N_{x_2} \times N_{x_3} = 200 \times 301 \times 100$ である。 x_1, x_3 方向の境界条件は周期境界条件、 x_2 方向の境界条件はNSCBC⁴⁾を適用した。図4.5および図4.6にそれぞれ計算条件および格子の様子を示す。

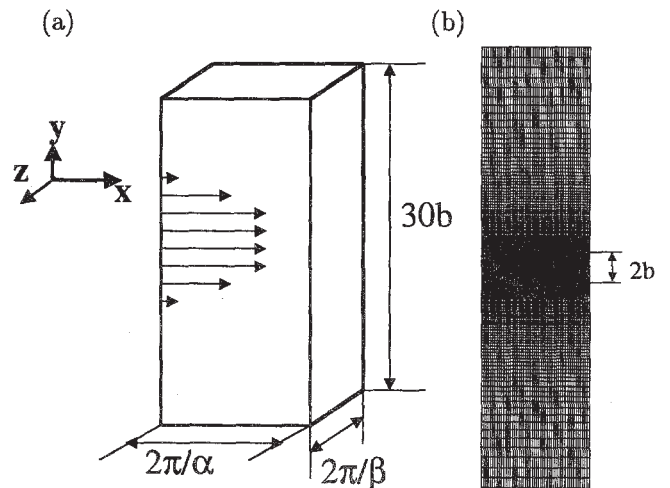


Fig. 6: (a) 計算領域と (b) 計算格子

4. 計算結果および考察

4.1. 線形不安定攪乱の性質

これまでのtop-hat型速度分布を持つ超音速平面ジェットの研究⁵⁾より、高マッハ数 $Mc = 1.55 (Re = 1000)$ において、二次元対称モード(2D S2)が最も不安定であり、三次元反対称モード(3D A1)は $Mc > 0.8$ に対し二次元反対称モード(2D A1)より高い成長率を示す事を線形安定解析により確認している。またDNSにより2D S2モードの増幅はジェット内部に強いdilatation場を形成し、2D A1モードのは増幅はジェット外部に強いマッハ波を形成することを確認している。この2D A1および3D A1モードは、Mack⁶⁾により渦モードと呼ばれている。Fig.7に、

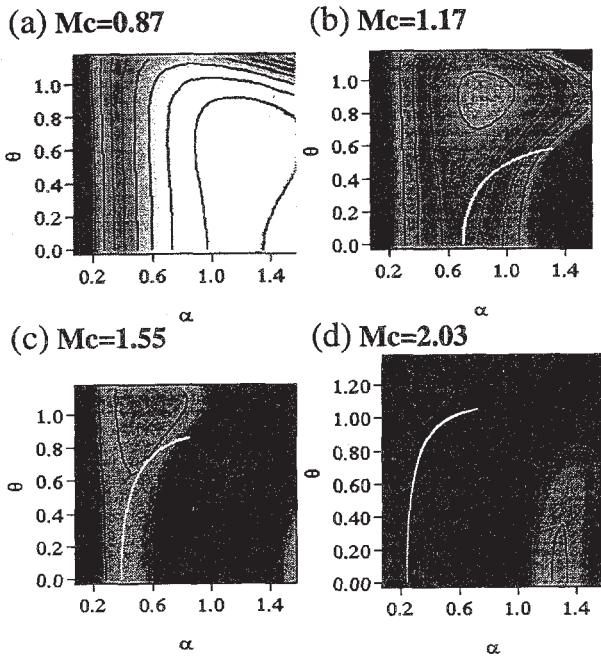


Fig. 7: 線形成長率 ω_i (等高線); 白線はモードの位相速度が音速に等しい位置を示す。

$Mc = 0.87 \sim 2.03$, $Re = 1000$ に対する二次元 ($\theta = 0$) および三次元 ($\theta \neq 0$) 反対称モード (A1) の線形安定解析の結果を示す。等高線は線形成長率を示し、白色の領域は成長率が高くまた黒色は低いことを表す。また、同図において白色線上の不安定波は位相速度が音速と等しく、高波数側 (図右下の領域) では音速を超える位相速度を持つ。 $Mc < 1$ となる $Mc = 0.88$ では A1 モードの位相速度は常に音速以下である。一方、 $Mc > 1$ となる $Mc = 1.17 \sim 2.03$ では、二次元モードにおいて最大成長率を示す波数 α のモードの位相速度は超音速となる。しかし A1 モードが最も不安定となる付近の三次元モードの位相速度は調査した移流マッハ数に対し常に音速以下であった。Luo & Sandham⁷⁾ は超音速円形ジェットに対する線形安定解析を行い、高いマッハ数において最も不安定である first helical モードのジェット軸方向の位相速度は超音速となることを報告している。また、Freund, Lele & Moin⁸⁾ は $M = 1.92$, $Re = 2000$ の円形乱流ジェットの DNS を実行し、マッハ波の角度の調査からマッハ波源となる攪乱は 1.56 という高いマッハ数で伝播していると推測すると共に、マッハ波は三次元的波面を形成することを確認している。これらの研究による結果は、円形ジェットでは、マッハ波の形成に最も不安定である first helical モードが強く関係していることを示している。これらのことから、超音速平面ジェットでは最も不安定な三次元 A1 モードはマッハ波を形成しにくいモードと考えられる。

4.2. 時間発展シミュレーション

Fig.8, 9 に $Mc = 1.55 (M_j = 3.02)$, $Re = 1000$ の二次元時間発展 DNS による A1 及び S2 の二次元モードの発達により形成された渦度場, $\text{div } \mathbf{u}$ 場を示す。DNS の初期攪乱としてそれぞれのモードの最も不安定な線形攪乱の

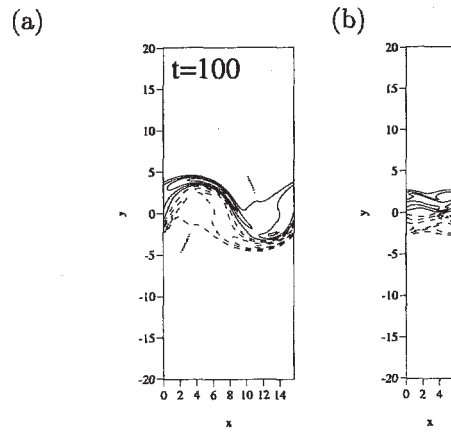


Fig. 8: モードの成長によって形成される渦構造 (渦度 ω_z); (a)A1 モード、(b)S2 モード。(Mc=1.55, Re=1000)

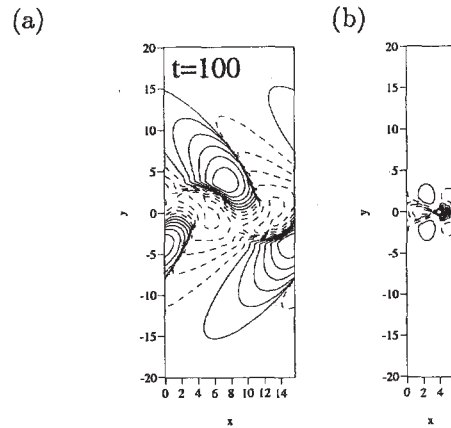


Fig. 9: モードの成長によって形成される圧力場; (a)A1 モード、(b)S2 モード。(Mc=1.55, Re=1000)

固有関数を用いた。初期振幅は、2D A1 $\alpha = 0.4$ および 2D S2 $\alpha = 1.1$ 共に固有関数の主流方向速度成分の振幅がジェット中心速度に対し 1%とした。Fig.8 の渦度場が示すように、A1 モードはジェットを蛇行させ、S2 モードは対称な渦度場を形成する。Fig.9 に示されるように、A1 モードの成長によって生まれる $\text{div } \mathbf{u}$ はジェット遠方まで分布することに対し、S2 モードの $\text{div } \mathbf{u}$ はジェット内部に分布する。圧力、密度変動は一般に振幅が大きい場合非線形効果により波面が切立ち、衝撃波を形成する。A1 モードにより現れるジェット外側の $\text{div } \mathbf{u}$ は、位相速度が音速を超えるため、強いマッハ波を形成する。

Fig.10 は $Mc = 1.17 (M_j = 2.27)$ 三次元時間発展 DNS の結果である。等高線は圧力、等値面は速度勾配テンソルの第二不変量 Q であり渦構造を示す。DNS の初期攪乱は、線形安定解析から求めた最大成長率を持つ二次元モードモード (2D S2)、最大成長率を持つ三次元モード (3D A1)、および 3D モードと同じ波数 α を持つ 2 次元モード (2D A1) をそれぞれ 0.5% で与えた。二次元モード ($\theta = 0^\circ$) の最大成長率を示す波数 $\alpha = 0.85$ における位相速度は $c_r = 0.450$ となり $c_r - \bar{u}_{1\infty} > a_\infty = 0.417$ であり、また最大成長率を示す 3 次元モード ($\theta = 51^\circ$) の位相速度は $c_r = 0.290$ となり $c_r - \bar{u}_{1\infty} < a_\infty$ である。Fig.10(a)

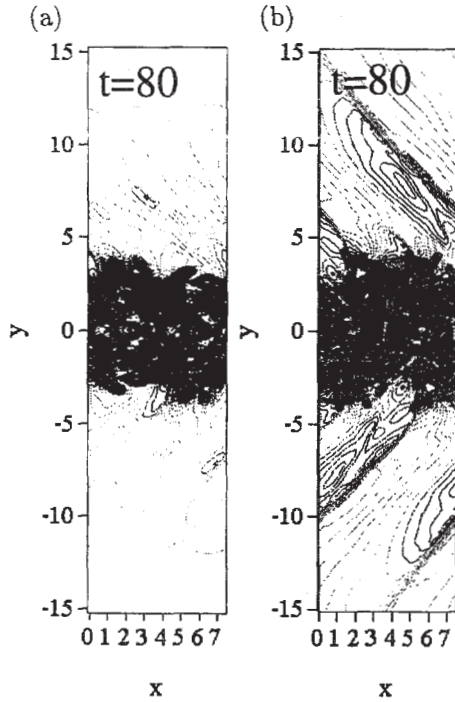


Fig. 10: 2D A1 モードの効果による圧力場 p (等高線) と渦構造 Q (等値面), $Mc=1.17$, $Re=1000$; (a) 2D A1 なし, (b) 2D A1 あり。

は初期攪乱に $c_r - \bar{u}_{1\infty} > a_{\infty}$ となる 2D A1 モードを与えたケース、Fig.10(b) は 2-D A1 モードを与えなかったのケースの結果である。Fig.10(b) より 2D A1 モードの成長によりマッハ波が形成されることを確認し、また最大成長率付近の 3D A1 モードの成長からは明確なマッハ波の放出は確認されなかった。Fig.11 に各モードの運動エネルギーの時間発達を示す。2D A1 モードあり (Fig.11(a))、2D A1 モードなし (Fig.11(b)) の両ケースとも、各モードのエネルギーが到達するレベルはほぼ同じである。そのため、Fig.10 の等値面で示されるような複雑な三次元渦構造の発達初期は初期に与えた 3D A1 の存在に関連すると考えられる。

流れ場の三次元化が及ぼすマッハ波の放射への影響を調べるため、2-D A1 モードのみを与えた 2-D DNS と比較を行った。Fig.12(a) はジェット中心速度 u_j の時間変化を示し Fig.12(b) はマッハ波を形成する 2-D A1 モードの音響成分 $\text{div} \hat{u}$ の x - z 面フーリエ成分 $\text{div} \hat{u}$ を y 方向に積分した値である。流れの三次元化に伴い、ジェット中心速度 \bar{u}_{1j} が急速に減少し top-hat ジェットのコア部分の消失するとともに 3D DNS の 2-D A1 モードの音響成分の増幅が抑えられていることがわかる。この現象は 2D A1 モードエネルギーの減衰によって説明することができる。三次元渦構造の発達により、ジェットのコアが消滅しジェット上下のせん断層が急速に広がることにより、A1 モードはせん断層よりエネルギーを得ることができなくなったと考えられる。この結果、2-D DNS と比較し 3D DNS では流れの三次元化により放射されるマッハ波の振幅が弱められていることが分かる (Fig.12(b))。このことから上流において位相速度が音速以下の三次元モードを制御し加えることにより、マッハ波放射のエネルギーを抑えることが可能であると思われる。

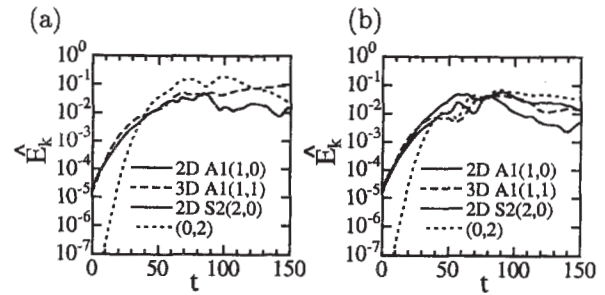


Fig. 11: 各モードの運動エネルギー成長 ($Mc = 1.17$, $Re = 1000$); (a) 2D A1 なし, (b) 2D A1 あり。

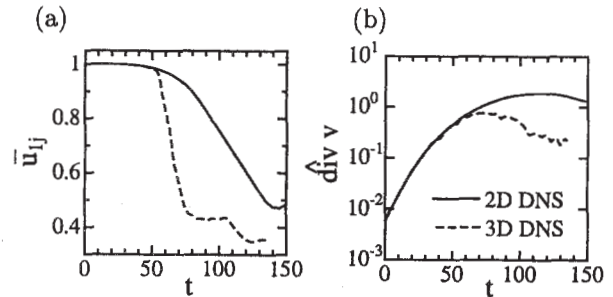


Fig. 12: (a) ジェット中心速度と (b) モードが持つ音響成分 ($\text{div} \hat{v}$) の時間変化 ($Mc=1.17$, $Re=1000$)

5. まとめ

超音速平面ジェットの線形安定解析と DNS を行い以下の結論を得た。

- 1) DCS5 は衝撃波などの急峻な勾配を持つ流れにおいて計算を安定化させ、かつ分散誤差が少ない低波数領域では数値散逸による波の減衰をほとんど伴わず CCS6 とほぼ同等の性能を持つことを確認した。
- 2) Mach wave は線形安定解析から予測される $c_r > a_{\infty}$ を満たす A1 モードの成長により形成され、A1 3-D モードの最大成長率付近では強い Mach 波は形成されない。
- 3) 3D A1 モードの増幅 (三次元構造化) によるジェット中心速度の早い低下は放出されるマッハ波の強さを減少させる。

参考文献

- 1) Papamoschou, D., 1997, *AIAA Paper*, 97-0147.
- 2) Lele, S. K., 1992, *J. Comput. Phys.* **103**, p 16.
- 3) Deng, X., Maekawa, H. and Shen, C., 1996, *AIAA Paper*, 96-1972.
- 4) POINSOT, T. J. and LELE, S. K., 1992, *J. Comput. Phys.* **101**, p 104.
- 5) WATANABE, D., and MAEKAWA, H., 2002, *J. Turbulence* **3**, 047.
- 6) MACK, L. M., 1990, *Theor. Comput. Fluid Dyn.*, **2**, 97.
- 7) LUO, K. H. and SANDHAM, N. D., 1997, *Phys. of Fluid* **9**, 4, p 1003.
- 8) FREUND, J. B., LELE, S. K. and Moin, P., 2000, *AIAA J.* **38**, 11, p 2023.