

# 電極現象を考慮した電磁流体シミュレーションによる MPDスラスタの性能予測

川崎央\*, 窪田健一\*\*, 船木一幸\*\*, 奥野喜裕\*  
\* 東京工業大学, \*\* 宇宙航空研究開発機構

## Performance Prediction of MPD Thruster by MHD Simulation Considering Electrode Phenomena

by  
Kawasaki Akira\*, Kubota Kenichi\*\*, Funaki Ikkoh\*\* and Okuno Yoshihiro\*  
(\*Tokyo Institute of Technology, \*\*JAXA)

### ABSTRACT

For a steady-state self-field magnetoplasmadynamic (MPD) thruster (ZT3 thruster, which was investigated experimentally at the Institute of Space System of the University of Stuttgart), a magnetohydrodynamic (MHD) simulation of a plasma flow is conducted under consideration for electrode phenomena by incorporating a theoretical cathode sheath/presheath model into an MHD fluid model as a boundary condition. The influence of the incorporation of the cathode sheath/presheath model on numerical performance prediction is discussed for the operation in a propellant (argon) flow rate of 2.0 g/s and a discharge current of 10 kA. By incorporating the cathode sheath/presheath model, the predicted discharge voltage (21.0 V) agreed well with the experimental result (ca. 20 V). Estimated average voltage drop within the cathode sheath/presheath accounts for 31% of the discharge voltage. It was therefore confirmed by numerical simulation that the existence of the cathode sheath significantly affects the operation of the MPD thruster.

### 1. はじめに

近年、月、小惑星、火星等を目標とする様々な深宇宙探査ミッションが計画されており、地球軌道以遠での宇宙活動の本格化が兆している<sup>1)</sup>。それらのミッションの実現には、多量のペイロードを短時間で効率よく輸送するための大型電気推進機の実用化が不可欠である。本研究の主題であるMPD (magnetoplasmadynamic) スラスタはアーク放電により駆動される電磁加速型の電気推進機であり、単機に100 kWを超える大電力の入力が可能であることから、最も大型の部類の電気推進機として期待されている<sup>2,3)</sup>。

MPD スラスタには、流路形状、推進剤種、作動の連続性、外部磁場印加の有無によりいくつかの方式が存在する。それらの中でも、本研究では、同軸配置した筒状陽極と棒状陰極の間にアルゴン推進剤を供給し、定常的な直流放電の下、放電電流自身により磁場を誘起する(外部磁場を印加しない)、定常作動自己誘起磁場型MPD スラスタ(以下、単にMPD スラスタと記す。)を対象とする。図1にその概念を示す。この方式のMPD スラスタは、放電電流によるJoule加熱に起因する気体力学的推力、並びに、放電電流と磁場の相互作用によるLorentz力に起因する電磁推力を発生する。

MPD スラスタの技術成熟度は、実使用状態での性能評価に大規模な真空環境が必要となることが一因となり、概ね実験室レベルでの技術実証の段階に留まっている<sup>4)</sup>。そこで、著者らの研究グループでは、数値シミュレーションにより実験的な性能評価を代替し、スラスタの設計最適化を強力に促進することを試みている。しかしながら、既往の数値シミュレーションモデル・手法<sup>5-9)</sup>においては、後述する電極シースの影響を精度良く捉えられていないことが一

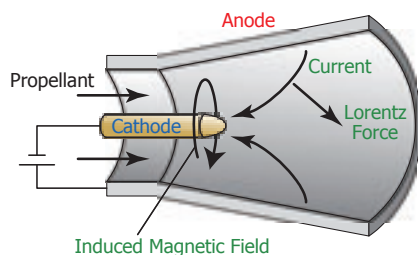


図1. MPDスラスタの作動概念.

因となり、その予測精度には少なからず改善の余地が残っている。

一般に、プラズマと壁が接する場合、その間にはプラズマ中の荷電粒子(陽イオン・電子)により、静電シースと呼ばれる、非常に薄い空間電荷層が形成される<sup>10)</sup>。MPDスラスタの電極表面においても静電シースは形成され(電極表面に形成される静電シースは電極シースとも呼ばれる)、プラズマと電極を行き来する荷電粒子の運動は電極シース内の電場に影響を受ける。よって、プラズマと電極の間の、電極シースを介した電気伝導および熱伝達は、プラズマ中あるいは電極中のそれらとは異なる特性を示す。特に電磁推力を支配的とするために大放電電流・低推進剤流量で駆動させる際には、陰極シースで消費される電力がスラスタ全体で消費される電力に対して無視できない割合を占めることが知られている<sup>11)</sup>。

本研究においては、MPDスラスタの推進性能に対して特に重大な影響を与える可能性のある陰極シースを理論的なモデルにより考慮し、スラスタの電磁流体シミュレーションを行った結果について、性能予測の観点から議論する。

### 2. 解法

上述のように、プラズマと壁面が接する場合には、壁面の直近に電氣的に非中性な領域(以下シース領域と記す)が形成される。また、系のスケールが十分に大きい場合には、壁面から十分遠方は、シース領域の空間電荷の影響を受けない領域(以下バルクプラズマ領域と記す)となる。また、シース領域とバルクプラズマ領域との間には、それらの領域を接続する遷移領域(以下プレシース領域と記す)が形成される。シース領域は電氣的に非中性であることから、そのスケールはDebye長程度であると考えられている。また、壁面からバルクプラズマ領域までのスケールは、平均自由行程あるいは電離長程度であると考えられている。MPDスラスタ内の典型的なプラズマ条件下では、

Debye長 < 平均自由行程 ≪ スラスタ寸法  
となる。以下では、シース領域とプレシース領域の境界をシース端(SE: sheath edge)、プレシース領域とバルクプラズマ領域の境界をプラズマ境界(PB: plasma boundary)と記す。

本研究では、バルクプラズマ領域については、 $r$ - $z$  2次元軸対象電磁流体モデルにより取り扱い、陰極シース・プレシース領域については、そのスケールがスラスト寸法に対して十分小さいため、1次元モデルを用い、電磁流体モデルの境界条件として取り扱った。

シミュレーション対象は、定常作動による実験が行われた代表的なスラストである Stuttgart 大学宇宙航行システム研究所 (IRS) の ZT3 スラスト<sup>12)</sup>とした。運転条件については、電磁推力の影響が十分顕著となる、推進剤流量 2.0 g/s、放電電流 10 kA とした。図2に電磁流体シミュレーションの計算格子を示す。また、表1にシミュレーションの条件をまとめた。

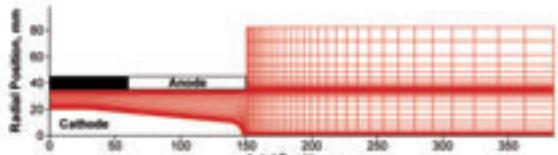


図2. 電磁流体シミュレーションの計算格子。

表1 シミュレーション条件。

スラスト形状	IRS-ZT3
陰極材料	W-ThO <sub>2</sub>
推進剤種	Ar
推進剤流量, g/s	2.0
放電電流, kA	10
陽極温度, K	1000
陰極温度, K	2800
入口ガス温度, K	1000

## 2. 1 プラズマ流れ

アルゴン推進剤のプラズマ流れについては、MHD 近似が成り立つと仮定し、 $r$ - $z$  2次元軸対象電磁流体モデル<sup>8,9)</sup>を用いた。同モデルは、粘性、圧縮性、熱伝導、Hall 効果、電子圧力勾配、電離非平衡（電離は1価電離のみ考慮）、重粒子と電子の熱的非平衡といった主要な実在気体効果を考慮した以下の方程からなる。

質量保存式：

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0 \quad (1)$$

イオン質量保存式：

$$\frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_i \mathbf{u}) = \dot{\rho}_i \quad (2)$$

運動量保存式：

$$\frac{\partial \rho \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \mathbf{u} + p \bar{\mathbf{I}}) = \mathbf{j} \times \mathbf{B} + \nabla \cdot \bar{\boldsymbol{\tau}} \quad (3)$$

重粒子エネルギー保存式：

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_h}{\partial t} + \nabla \cdot [(E_h + p) \mathbf{u}] \\ = p_e \nabla \cdot \mathbf{u} + \mathbf{u} \cdot (\mathbf{j} \times \mathbf{B}) + \nabla \cdot (\lambda_h \nabla T_h) + \nabla \cdot (\bar{\boldsymbol{\tau}}) + \delta E \end{aligned} \quad (4)$$

電子エネルギー保存式：

$$\begin{aligned} \frac{\partial U_e}{\partial t} + \nabla \cdot (U_e \mathbf{u}) \\ = -p_e \nabla \cdot \mathbf{u} + \nabla \cdot \left( \lambda_e \nabla T_e + \frac{5 k T_e}{2 e} \mathbf{j} \right) \\ + \frac{\mathbf{j}^2}{\sigma} - \frac{1}{en_e} \mathbf{j} \cdot \nabla p_e - \delta E - \dot{n}_i V_i \end{aligned} \quad (5)$$

磁場の誘導方程式：

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} - \nabla \times (\mathbf{u} \times \mathbf{B}) \\ = -\frac{1}{\mu_0 \sigma} \nabla \times \left[ \nabla \times \mathbf{B} + \beta_e (\nabla \times \mathbf{B}) \times \frac{\mathbf{B}}{B} - \mu_0 \beta_e \nabla p_e \right] \end{aligned} \quad (6)$$

ここで、重粒子エネルギー密度と電子エネルギー密度は、

$$E_h = \frac{1}{2} \rho \mathbf{u}^2 + \frac{3}{2} n_h k_B T_h \quad (7)$$

$$U_e = \frac{3}{2} n_e k T_e \quad (8)$$

により定義し、電流、圧力に関しては、Ampère 則：

$$\mathbf{j} = \frac{1}{\mu_0} \nabla \times \mathbf{B} \quad (9)$$

Dalton 分圧則：

$$p = \sum_s p_s + p_e \quad (s = \text{Ar}, \text{Ar}^+) \quad (10)$$

理想気体の状態方程式：

$$p_s = n_s k_B T_s, p_e = n_e k_B T_e \quad (s = \text{Ar}, \text{Ar}^+) \quad (11)$$

の関係を仮定する。方程式系(1)-(6)を、対流項については MUSCL 法<sup>13-15)</sup>により2次精度化した TVD Lax-Friedrichs スキーム<sup>16)</sup>により、拡散項については2次精度中心差分により、有限体積的に離散化した。また、時間積分には1次精度 Euler 陽解法を用い、時間進行法により定常解を得た。

## 2. 2 陰極シース・プレシース

陰極シース・プレシース領域には、Prewett および Allen の1次元平面シースモデル<sup>17)</sup>に、0次元プレシースモデルを接続して拡張した Goodfellow のアークジェットスラスト向け陰極シース・プレシースモデル<sup>18)</sup>を基に、粒子流束の評価方法を MPD スラスト内のプラズマ条件に合わせて変更したモデルを適用した。同モデルでは、無衝突を仮定した電氣的に非中性なシース領域と、電離・再結合を考慮した電氣的に中性なプレシース領域とを接続し、PB でバルクプラズマの諸量を与えることで、シース領域およびプレシース領域の電位降下、ならびに PB での粒子流束およびエネルギー流束を決定する。陰極シース・プレシースの概念を図3に示す。

シース領域では、陰極から放出される熱電子、陰極へ向かう1価陽イオンおよび電子、陰極で中和されてプレシースへと戻る中性原子の4種類の粒子流束を区別している。陰極からの熱電子放出電流は、Richardson-Dashman の式で与えられる。

$$j_b = -e \Gamma_{b,SE} = -AT_w^2 \exp\left(-\frac{e\phi_{eff}}{k_B T_w}\right) \quad (12)$$

ここで、Schottky 効果を考慮し、実効的な仕事関数を

$$\phi_{eff} = \phi - \sqrt{e E_{surf} / 4\pi \epsilon_0} \quad (13)$$

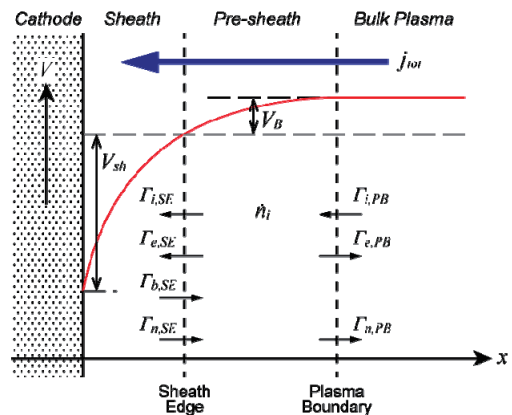


図3 陰極シース・プレシースの概念

により与えた。陰極へ向かうイオンによる電流は、SEにおいて、イオンが、ゼロイオン温度下の Bohm 条件の下限値により単一速度でドリフトすると仮定すると、

$$j_{i,SE} = e\Gamma_{i,SE} = -en_{i,SE}\sqrt{\frac{k_B T_{e,SE}}{m_i}} \quad (14)$$

により与えられる。また、陰極へ向かう電子による電流は、電子エネルギーの SE での Boltzmann 分布を仮定すると、シース領域の降下電圧  $V_{sh}$  の分だけポテンシャル障壁を乗り越えるので、

$$j_{e,SE} = -e\Gamma_{e,SE} = \frac{1}{4}en_{e,SE}C_{e,SE}\exp\left(-\frac{eV_{sh}}{k_B T_{e,SE}}\right) \quad (15)$$

で与えられる。陰極で中和されてプレシースへと戻る中性原子の粒子流束は、シース領域内の質量保存により、

$$\Gamma_{n,SE} = -\Gamma_{i,SE} \quad (16)$$

で与えられる。ここで、SE における熱電子の数密度は、陰極温度と同等の初期エネルギーを有する熱電子がシース領域両端に生じる電位差  $V_{sh}$  により加速されることを考慮すると、

$$n_{b,SE} = \Gamma_{b,SE} \cdot \sqrt{\frac{m_e}{2(2k_B T_w + eV_{sh})}} \quad (17)$$

で与えられ、SE におけるイオン数密度は、SE での電荷中性の仮定により、

$$n_{i,SE} = n_{e,SE} + n_{b,SE} \quad (18)$$

で与えられる。

式(1), (3), (4), (5)により粒子流束が与えられると、シース内電位に関する Poisson 方程式により、陰極表面での電場は以下の関係式を満たす<sup>18)</sup>。

$$\begin{aligned} & \left(\frac{e\lambda_D E_{surf}}{k_B T_{e,SE}}\right)^2 \\ & = 4\nu_i \eta_B \left(\sqrt{1 + \eta_{sh}/\eta_B} - 1\right) \\ & \quad - 4J_b \left(\sqrt{\eta_{sh} + E_b} - \sqrt{E_b}\right) + 2\exp(-\eta_{sh}) - 2 \end{aligned} \quad (19)$$

ここで、各無次元量は以下の様に定義する。

$$\eta_B = \frac{eV_B}{k_B T_{e,SE}} = \frac{\nu_i}{2 - J_b(\eta_c + E_b)^{-3/2}} \quad (20)$$

$$\nu_i = \frac{n_{i,SE}}{n_{e,SE}} = 1 + \frac{J_b}{\sqrt{\eta_{sh} + E_b}} \quad (21)$$

$$J_b = \frac{j_b}{en_{e,SE}} \sqrt{\frac{m_e}{2k_B T_e}} \quad (22)$$

$$\eta_{sh} = \frac{eV_{sh}}{k_B T_{e,SE}} \quad (23)$$

$$E_b = \frac{2k_B T_w}{k_B T_{e,SE}} \quad (24)$$

プレシース領域では、イオンの加速、熱電子の熱化などの複雑な物理過程が生じているが、電流保存とエネルギー保存を考慮すると、プレシース領域両端 (PB と SE) での電流と熱流束は以下の関係を満たす。

$$j_{e,PB} + j_{i,PB} - (j_{e,SE} + j_{i,SE} + j_b) = 0 \quad (25)$$

$$q_{e,PB} + q_{i,PB} + q_{n,PB} - (q_{e,SE} + q_{i,SE} + q_{n,SE} + q_{b,SE}) = \varepsilon_i \dot{n}_i d \quad (26)$$

ここで、PB でのイオン拡散電流<sup>19)</sup>は、

$$j_{i,PB} = e\Gamma_{i,PB} = en_{e,PB}U_{i,PB} \quad (27)$$

$$U_i = \frac{1}{en_e} \frac{D}{(1+D)} j_{tot} \quad (28)$$

$$D = \frac{\rho_e}{\rho} + \frac{\rho_n}{\rho} \frac{\mu_n}{\mu_e} \left(1 - \frac{\nu_{ie}}{\nu_{eh}}\right) \quad (29)$$

PB での電子電流は、

$$j_{e,PB} = -e\Gamma_{e,PB} = j_{tot} - j_{i,PB} \quad (30)$$

PB での中性粒子流束は、質量保存則より、

$$\Gamma_{n,PB} = -\Gamma_{i,PB} \quad (31)$$

と与えた。また、熱流束は、それぞれ

$$q_{i,SE} = \Gamma_{i,SE} \cdot eV_B \quad (32)$$

$$q_{e,SE} = \Gamma_{e,SE} \cdot (2k_B T_{e,SE} + eV_{sh}) \quad (33)$$

$$q_{n,SE} = \Gamma_{n,SE} \cdot 2k_B T_w \quad (34)$$

$$q_{b,SE} = \Gamma_{b,SE} \cdot (2k_B T_w + eV_{sh}) \quad (35)$$

$$q_{i,PB} = \Gamma_{i,PB} \cdot 2k_B T_{h,PB} \quad (36)$$

$$q_{e,PB} = \Gamma_{e,PB} \cdot 2k_B T_{e,PB} \quad (37)$$

$$q_{n,PB} = \Gamma_{n,PB} \cdot 2k_B T_{h,PB} \quad (38)$$

と与えた。プレシース領域内での電離・再結合は、プレシース内の質量保存により、

$$\dot{n}_i d = \Gamma_{i,SE} - \Gamma_{i,PB} \quad (39)$$

を満たす。

非線形方程式系(19), (25), (26)は、シース領域での降下電圧  $V_{sh}$ 、SE での熱的な電子の数密度  $n_{e,SE}$ 、電極表面電場  $E_{surf}$  を未知変数として、PB での合計電流密度  $j_{tot}$ 、電極壁温  $T_w$ 、重粒子温度  $T_h$ 、電子温度  $T_e$ 、圧力  $p$ 、電離度  $\alpha$ 、ならびに陰極の壁温  $T_w$  を与えることにより数値的に解ける。

シースモデルによる出力の一例として、MPD スラスタの陰極先端付近の典型的なプラズマ諸量を用いて算出した陰極シース降下電圧 (陰極シース・プレシースの合計降下電圧) の陰極壁温および電流密度依存性を図4に示す。

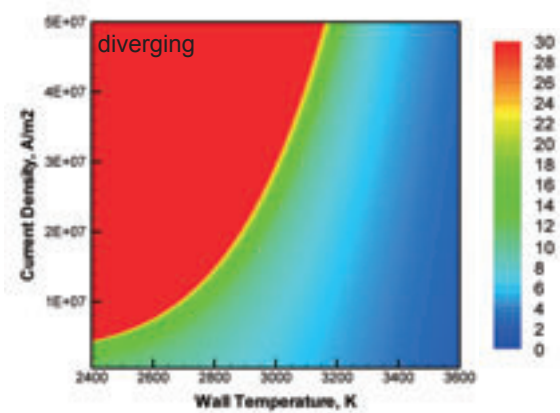


図4. 陰極シース降下電圧の陰極壁温および電流密度に対する依存性。低壁温かつ高電流密度の条件では、熱電子放出電流の不足により解が発散的となる<sup>20)</sup>。 [Ar,  $T_{h,PB} = T_w$ ,  $T_{e,PB} = 30000$  K,  $p = 3$  kPa, Fully Ionized]

### 2. 3 連成手法

電磁流体モデルと陰極シース・プレシースモデルは、電磁流体シミュレーションの計算格子の陰極壁面上で接合し、陰極シース・プレシースモデルを電磁流体シミュレーションに組み込んだ。陰極シース・プレシースモデルの入力パラメータとして必要となる PB でのプラズマ諸量を、電磁流体モデルの陰極壁面上のプラズマ諸量で与えた。また、陰極シース・プレシース電圧の分布により生じる、陰極に沿う電場を、PB でのプラズマ諸量により決定する電場  $E_{||}$  に一致させるため、電磁流体モデルにおける磁場の境界条件として、

$$E_{||} = -\nabla_{||}(V_{sh} + V_B) \quad (40)$$

とした。



3. 結果および考察

陰極シース降下電圧の陰極に沿う分布を図5に示す。陰極シース降下電圧は、陰極根元から先端に向かって概ね単調に増加する傾向を示した。陰極先端 ( $z = 150 \text{ mm}$ ) 付近では、およそ 10 - 20 V 程度となり、中田らにより準定常作動 MPD スラスタで測定された値<sup>11)</sup>に準ずる結果となった。陰極シース降下電圧の分布は、陰極上での電流密度分布が陰極先端に向かって増加する傾向を持つこと(後述)、並びに、陰極近傍(PB)での電子温度分布が陰極先端に向かって増加する傾向を持つことに起因すると考えられる。

陰極シース・プレシースモデルを境界条件として適用した場合と適用しなかった場合の陰極上電流密度分布を図6に示す。陰極シース・プレシースモデルの適用の有無に関わらず、電流密度は陰極先端に向かって上昇する傾向を示したが、陰極シース・プレシースモデルを適用することにより電流密度の分布は平準化された。これは、陰極シース降下電圧が電流密度と正の相関を持つことに起因すると考えられる。即ち、陰極先端に向かって陰極シース降下電圧が上昇すると、陰極シース降下電圧の勾配を緩和する様に電流分布が変化するが、陰極シース降下電圧と電流密度が正の相関を持つ場合には、同時に電流密度分布の勾配も緩和され、電流密度分布に平準化が生じたと考えられる。

陰極シース・プレシースモデルを適用した場合と適用しなかった場合の放電電流経路を図7に示す。まず、陰極シース・プレシースモデルの適用の有無に関わらず、陽極上でも陰極上と同様に、スラスタ下流側に電流集中が見られた。これは、推進剤が流下するに従って加熱を受けること、並びに、流路内で顕著な Hall 効果が生じていることに起

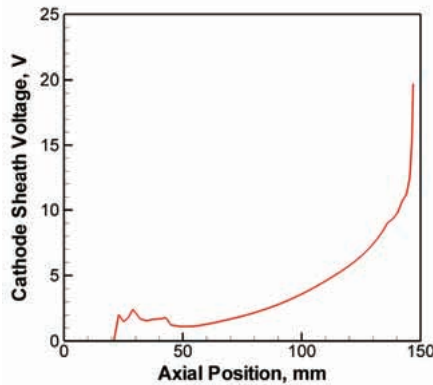


図5. 陰極降下電圧の分布. [ZT3, Ar, 2g/s, 10kA]

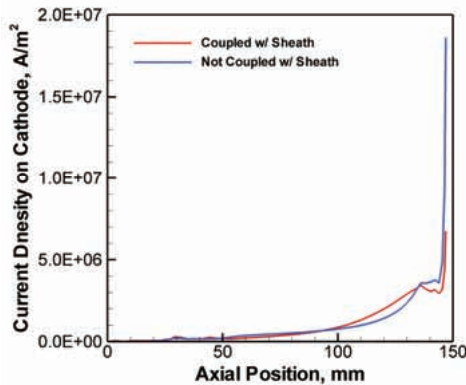


図6. 陰極上電流密度の分布. 赤線は陰極シース・プレシースモデルとの連成有りの場合、青線は陰極シース・プレシースモデルとの連成無しの場合. [ZT3, Ar, 2g/s, 10kA]

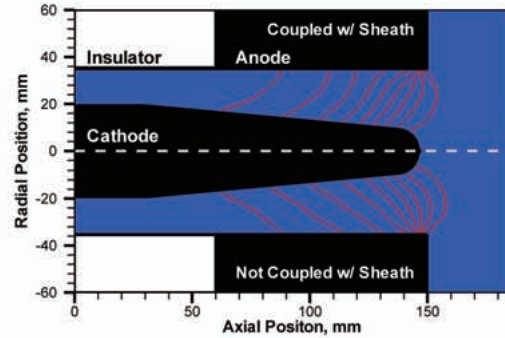


図7. 放電電流経路. 上半は陰極シース・プレシースモデルとの連成有りの場合、下半は陰極シース・プレシースモデルとの連成無しの場合. [ZT3, Ar, 2g/s, 10kA]

因すると考えられる。この傾向は、Stuttgart 大学 IRS のほぼ同形状の実験機 ZT1 スラスタで測定した電流分布の傾向<sup>21)</sup>と良く一致している。また、陰極シース・プレシースモデルを適用しない場合には、陰極先端での電流集中が、相対的に顕著となることから、電流経路も全体として、相対的に下流へシフトし、スラスタ出口 ( $z = 150 \text{ mm}$ ) 付近では、電流経路の張り出しも、相対的に顕著となっている。

陰極シース・プレシースモデルを適用した場合と、適用しなかった場合の推進性能を表2にまとめた。バルクプラズマ降下電圧および陰極シース降下電圧は、バルクプラズマ領域に投入された電力および陰極シース・プレシース領域に投入された電力を、それぞれ放電電流で除した、平均値に相当する値を示している。まず、推力については、いずれの場合にも、ほぼ同等の値を得た。これは、放電電流と電極表面上での電流分布により決定される電磁推力が全推力の9割程度を占め、電磁推力が支配的となっていることに起因すると考えられる。推力が同等であることから比推力に関しても、陰極シース・プレシースモデルの適用の有無に関わらず、ほぼ同等の値を得た。放電電圧に関しては、陰極シース・プレシースモデルとの連成によりプラズマ流れの諸量と陰極温度に基づいた陰極シース降下電圧の定量的評価が可能となったことにより、およそ陰極シース降下電圧の分だけ差異が生じた。Stuttgart 大学 IRS における実験によれば、同じ運転条件ではおよそ 20 V の放電電圧が得られている<sup>12)</sup>ので、良好な一致が確認できた。

本研究におけるスラスタ形状および運転条件では、放電電圧のうち陰極シース降下電圧の占める割合は 31%であり、陰極シースは MPD スラスタにおける主要な電力消費要因となっており、陰極シースの存在が MPD スラスタの推進性能予測に与える影響が大きいことが確認された。

表2 推進性能

	陰極シース連成	
	有り	無し
推力, N	11.4	11.2
気体力学的推力, N	1.6	1.6
電磁推力, N	9.8	9.6
比推力, s	581	572
放電電圧, V	21.0	12.6
バルクプラズマ, V	14.8	12.6
陰極シース, V	6.2	-
投入電力, kW	210	126

#### 4. 結論

本研究では、アルゴンを推進剤とする定常作動自己誘起磁場型MPDスラスタ (Stuttgart 大学 IRS の ZT3 スラスタ) に対して、電磁推力が十分支配的となる、推進剤流量 2.0 g/s、放電電流 10 kA の運転条件下で、陰極シース・プレシースモデルを電極上の境界条件として組み込むことにより電極現象を考慮した電磁流体シミュレーションを行った。その結果として以下の結論を得た。

- 放電電圧の予測値 (21.0 V) は、Stuttgart 大学 IRS における実験結果 (約 20 V) との良好な一致を示した。
- 放電電圧のうち、陰極シース電圧の占める割合は 31% と高く、陰極シースはこの MPD スラスタの主要な電力消費要因であることが示唆される。
- 電流密度および陰極近傍の電子温度が陰極先端に向かって上昇することから、陰極シース降下電圧も陰極先端に向かって上昇することが示唆される。
- 陰極シース降下電圧の勾配により、陰極表面での電流分布は影響を受け、電流集中は平準化されることが示唆される。

本研究では、簡単のため、陰極温度を根元から先端まで 2800 K で一様と仮定して電磁流体シミュレーションを行った。しかしながら、本研究で用いた陰極シース・プレシースモデルにおいて、陰極シース降下電圧は陰極温度に強く依存している。このため、今後は、電極温度分布に対する仮定の妥当性をより詳細に検討することが必要となる。

#### 記号

$A$	= Richardson 定数
$B$	= 磁束密度
$\mathbf{B}$	= 磁束密度ベクトル
$C$	= 熱速度
$E$	= エネルギー密度, 電場
$e$	= 電荷素量
$\bar{I}$	= 単位テンソル
$J_d$	= 放電電流
$j$	= 電流密度
$\mathbf{j}$	= 電流密度ベクトル
$k_B$	= Boltzmann 定数
$\dot{m}$	= 推進剤質量流量
$n$	= 数密度
$p$	= 圧力 (静圧)
$q$	= 熱流束
$r$	= 半径, 半径方向座標
$T$	= 温度 (静温)
$t$	= 時間
$U$	= 内部エネルギー密度
$\mathbf{u}$	= 流速ベクトル
$V$	= 電圧
$x$	= 空間座標
$z$	= 軸方向座標
$\alpha$	= 電極形状係数
$\beta$	= Hall パラメータ
$\Gamma$	= 粒子流束
$\delta E$	= 電子から重粒子へのエネルギー緩和
$\lambda$	= 熱伝導率
$\lambda_D$	= Debye 長
$\mu_0$	= 真空の透磁率
$\rho$	= 質量密度
$\sigma$	= 電気伝導度

$\bar{\tau}$	= 粘性応力テンソル
$\phi$	= 仕事関数
下付き添え字	
//	: 電極に平行な方向
$a$	: 陽極
$B$	: Bohm
$b$	: パルクプラズマ, 熱電子
$c$	: 陰極
$d$	: 放電
$e$	: 電子
$eff$	: 実効
$h$	: 重粒子
$i$	: イオン
$n$	: 中性粒子
$PB$	: プラズマ境界
$s$	: 化学種
$SE$	: シース端
$sh$	: シース
$surf$	: 電極表面
$tot$	: 合計
$w$	: 壁面
$\theta$	: 方位角方向

#### 参考文献

- 1) Martinez, R., Goodliff, K., and Whitley, R.: ISECG Global Exploration Roadmap: A Stepwise Approach to Deep Space Exploration, AIAA SPACE 2013 Conference and Exposition, AIAA 2013-5504, San Diego, CA, USA, September 2013.
- 2) 栗木恭一・荒川義博: 電気推進ロケット入門, 東京大学出版会, 東京, 2003.
- 3) Jahn, R. G.: Physics of Electric Propulsion, McGraw-Hill Inc., New York, 1968.
- 4) Sovey, J. S., and Manteniaks, M. A.: Performance and Lifetime Assessment of Magnetoplasmadynamic Arc Thruster Technology, Journal of Propulsion and Power, Vol. 7, No. 1, 1991, pp. 71-83.
- 5) Mikellides, P. G.: Modeling and Analysis of a Megawatt-class Magnetoplasmadynamic Thruster, Journal of Propulsion and Power, Vol. 20, No. 2, 2004, pp. 204-210.
- 6) Heiermann, J., and Auweter-Kurtz, M.: Numerical and Experimental Investigation of the Current Distribution in Self-field Magnetoplasmadynamic thrusters, Journal of Propulsion and Power, Vol. 21, No. 1, 2005, pp. 119-128.
- 7) Sankaran, K., Choueiri, E. Y., and Jardin, S. C.: Comparison of Simulated Magnetoplasmadynamic Thruster Flowfields to Experimental Measurements, Journal of Propulsion and Power, Vol. 21, No. 1, 2005, pp. 129-138.
- 8) Kubota, K., Funaki, I., and Okuno, Y.: Comparison of Simulated Plasma Flow Field in a Two-Dimensional Magnetoplasmadynamic Thruster With Experimental Data, IEEE Transactions on Plasma Science, Vol. 37, No. 12, 2009, pp. 2390-2398.
- 9) 窪田健一・佐藤博紀・船木一幸・奥野喜裕: MPD スラスタの電磁流体数値シミュレーション (<特集> 電気推進・先端推進の数値シミュレーション), 日本航空宇宙学会誌, Vol. 59, No. 695, 2011, pp. 396-401.
- 10) Riemann, K. U.: The Bohm Criterion and Sheath Formation, Journal of Physics D: Applied Physics, Vol. 24, no. 4, 1991, pp. 493-518.
- 11) Nakata, D., Toki, K., Funaki, I., Shimizu, Y., Kuninaka, H., and Arakawa, Y.: Experimental Measurement of Total Sheath Fall Voltage in an MPD Thruster, 44th

- AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit, AIAA-2008-4635, Hartford, CT, USA, July 2008.
- 12) Winter, M., Boie, C., Auweter-Kurtz, M., and Kurtz, H. L.: Experimental and Numerical Investigation of Steady State MPD Thrusters, 2nd European Spacecraft Propulsion Conference, ESA SP-398, Noordwijk, the Netherlands, May 1997.
  - 13) van Leer, B.: Towards the Ultimate Conservative Difference Scheme. IV. A New Approach to Numerical Convection, *Journal of Computational Physics*. Vol. 23, 1977, pp. 276-299.
  - 14) van Leer, B.: Towards the Ultimate Conservative Difference Scheme. V. A Second-Order Sequel to Godunov's Method, *Journal of Computational Physics*. Vol. 32, 1979, pp. 101-136.
  - 15) Kolgan, V. P.: Application of the Principle of Minimizing the Derivative to the Construction of Finite-Difference Schemes for Computing Discontinuous Solutions of Gas Dynamics, *Journal of Computational Physics*, Vol. 230, 2011, pp. 2384-2390.
  - 16) Tóth, G., and Odstřil, D.: Comparison of Some Flux Corrected Transport and Total Variation Diminishing Numerical Schemes for Hydrodynamic and Magnetohydrodynamic Problems, *Journal of Computational Physics*, Vol. 128, No. 1, 1996, pp. 82-100.
  - 17) Prewett, P. D., and Allen, J. E.: The Double Sheath Associated with a Hot Cathode, *Proceedings of the Royal Society of London A*, Vol. 348, No. 655, 1976, pp. 435-446.
  - 18) Goodfellow, K. D.: Theoretical Investigation of Cathode Operation in High-Power Arcjets, 31st Joint Propulsion Conference and Exhibit, AIAA 95-3061, San Diego, CA, USA, 1995.
  - 19) Mitchner, M., and Kruger Jr., C. H.: *Partially Ionized Gases*, John Wiley and Sons, New York, 1973.
  - 20) Kawasaki, A., Kubota, K., Funaki, I., and Okuno, Y.: Numerical Study of Plasma Flow and Electrode Sheath in a Magnetoplasma dynamic Thruster, Asian Joint Conference on Propulsion and Power 2014, AJCPP-2014-20, Jeju, Korea, March 2014.
  - 21) Kurtz, H. L., Auweter-Kurtz, M., Glocker, B., Habiger, H., Merke, W., and Schrade, H. O.: Cylindrical Steady-State MPD Thruster, 20th International Electric Propulsion Conference, IEPC-88-025, Garmish-Partenkirchen, West Germany, 1988.