

粒子フィルタを用いた放射線帯加速機構の推定

外山晴途(1)、三好由純(1)、上野玄太(2)、越石英樹(3)、松本晴久(3)、塩川和夫(1)

- (1) 名古屋大学太陽地球環境研究所
- (2) 統計数理研究所
- (3) 宇宙航空研究開発機構研究開発本部

1. 序論

内部磁気圏には、放射線帯と呼ばれる高エネルギー粒子が地球磁場によって捕捉されている領域がある。放射線帯を形成する高エネルギー粒子は、そこを飛翔する実用衛星に重大な障害を与えることが知られており、衛星障害を未然に防ぐためには放射線帯粒子フラックス変動の正確な予測を行うことが、宇宙天気予報の重要な課題となっている。

放射線帯電子フラックスの時間変化は、一般に以下の Fokker-Plank 方程式で記述される動径方向拡散を用いてモデル化されている。

$$\frac{\partial f}{\partial t} = L^2 \frac{\partial}{\partial L} \left(\frac{D_{LL}}{L^2} \frac{\partial f}{\partial L} \right) + \text{Source} - \text{Loss} \quad (1)$$

ここで、 f は位相空間密度、 L は L 値、 t は時間、 D_{LL} は拡散係数である。放射線帯電子フラックスの時間変化は、電子の加速過程・輸送過程・消失過程のそれぞれのバランスによって作り出されている(Reeves et al. 2003)。放射線帯電子の正確な予測を行うためには、この Fokker-Planck 方程式に含まれる各パラメータを信頼性の高いものにする必要があり、そのためにデータ同化が用いられてきた。データ同化とは、ベイズ統計に基づいて観測や実験データを取り込み、モデルの結果を修正・改良する技法である。これにより、シミュレーションで用いられる各種パラメータ最適な値を時々刻々と推定することが可能となる。

放射線帯電子フラックスの時間変化に関わるメカニズムのうち、加速過程はさらに、内部加速と外部加速のメカニズムに分けられ、この両者がどの期間、どの L 値で放射線帯電子変動に寄与するのかについては未だ明らかになっていない。この問題を究明するために、データ同化を用いた内部加速項の時間推定が過去の研究で行われている。例として、カルマンフィルタを用いた加速項のみの時間変化の推定(Schiller et al. 2012)や、アンサンブルカルマンフィルタを用いて内部加速項と消失過程の推定(Reeves et al. 2012)などがある。これらの研究では、内部加速項を状態変数ベクトルとして推定の対象とする一方、動径方向拡散係数を、Brautigam and Albert(2000)が提案する Kp 指数に基づく経験的な値を用いており、推定の対象としていない。

これに対して、本研究においては新たに開発した粒子フィルタに基づくデータ同化を行い(Miyoshi et al. 2006)、従来の研究では推定されてこなかった拡散係数の時間変化の推定と、内部加速項の時間変化の同時推定を試みる。さらに消失項も同時に推定し、動径方向拡散と内部加速・消失過程のダイナミックな変化の推定を行う。

2. データ同化

本研究では、2002年につばさ衛星が計測した800 keVチャンネルの電子フラックスデータをを用いることによって、Fokker-Plank方程式の拡散係数および、消失項の消失時定数を決めるホイッスラーモード波動強度の時間変化の推定を試みる。すなわち、モデルとして消失項を含んだ以下のFokker-Planck方程式を用いて、この式の中の拡散係数 D_{LL} と τ_w を推定する。

$$\frac{\partial f}{\partial t} = L^2 \frac{\partial}{\partial L} \left(\frac{D_{LL}}{L^2} \frac{\partial f}{\partial L} \right) - \frac{f}{\tau_w} + S \quad (2)$$

拡散係数 D_{LL} は、通常以下の式で表すことができる(Brautingam and Albert, 2000)。本研究では D_0 を状態空間ベクトルとして推定する。

$$D_{LL} = D_0 L^{10} \quad (3)$$

また、 τ_w を含む項は、プラズマ圏におけるホイッスラーモードヒスによるピッチ角散乱により電子が大気へ降り込むことによる消失を表す消失項である (e.g., Lyons et al., 1972, Abel and Thorne, 1998, Albert, 1994)。ここで、 τ_w と電子の波動強度の間には以下のような関係がある(Lyons et al., 1972)。

$$\tau_w = B_{\text{wave}}^{-2} \tau_0(E) \quad (4)$$

(4)で、 $\tau_0(E)$ はホイッスラーモード波動と電子とのピッチ角散乱係数から与えられる量であり (Albert, 1994)、背景プラズマ密度や磁場強度によって変化する。本研究では、この τ_w に含まれる B_{wave} を状態空間ベクトルとして推定する。

また、(2)の S 項は、内部加速項である。ここで S 項は以下の式で、その強度と空間的な広がりをモデル化する(Schiller et al. 2012)。

$$S = A \exp\left(-\frac{(L-L_c)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (5)$$

ここで A は加速項の強度、 L_c は加速領域の中心値、 σ は領域幅である。本研究では、 S 項に含まれる強度 A と中心値 L_c を状態空間ベクトルとして推定を行う。

データ同化にあたっては、Miyoshi et al.(2006)によって開発された粒子フィルタにもとづくデータ同化のコードを使用し、粒子スモーカーによって平滑化分布を導出している。ここで、一般状態空間モデルとの対応を述べておく。一般状態空間モデルは以下のモデルで与えられる(例えば、樋口, 2011)。

$$\mathbf{x}_t = \mathbf{f}(\mathbf{x}_{t-1}, \mathbf{v}_t) \quad [\text{システムモデル}]$$

$$\mathbf{y}_t = \mathbf{h}(\mathbf{x}_t, \mathbf{w}_t) \quad [\text{観測モデル}]$$

ここで、 \mathbf{x}_t は状態変数ベクトル、 \mathbf{v}_t はシステムノイズ、 \mathbf{y}_t は観測ベクトル、 \mathbf{w}_t は観測ノイズを表し、 \mathbf{f} は一期先の予測を計算する演算子 (今の場合、Fokker-Plank方程式)、 \mathbf{h} は状態変数ベクトルと観測ベクトルを変換する演算子である。本研究では、位相空間密度、拡散係数、波動強度、内部加速項を状態変数ベクトル \mathbf{x} に含まれる変数とし、また、つばさ衛星が観測した differential フラックスを観測ベクトル \mathbf{y} に含まれる変数としている。

3. 結果

3.1 800 keV 電子フラックスのデータを用いた同化計算（加速項なしの場合）

図1は、800 keVの電子についてデータ同化結果を行った結果である。ただし、(2)式のS項を加えずにデータ同化計算を行っている。図1(a)は、データ同化によって計算された differential flux、図1(b)は、つばさ衛星の観測データ、図1(c),(d)が Kp 指数、Dst 指数となっている。

データ同化によって計算された differential flux は (図1(a))、放射線帯の基本的な構造である外帯・スロット領域がよく再現されている。また、磁気嵐時にフラックスが一度減ってから増加する様子なども再現されている。一方、 $L=5\sim6$ 付近の値は、観測されたフラックスに対してデータ同化から再現されたフラックスは小さい値になっていることが分かった。特に、磁気嵐静穏時にあたる doy=180~240 の期間をしてみると、観測データでは differential flux が、log スケールで 6~7 の値を保って変動しているが、シミュレーション結果では放射線帯がほぼ消失してしまっていることがわかる。原因として、このデータ同化で使用した物理モデルは、S項が含まれていないため、計算結果が過小評価されたためと考えられる。そこで次章では、(2)式に内部加速項を加えたモデルでのデータ同化の結果を示す。

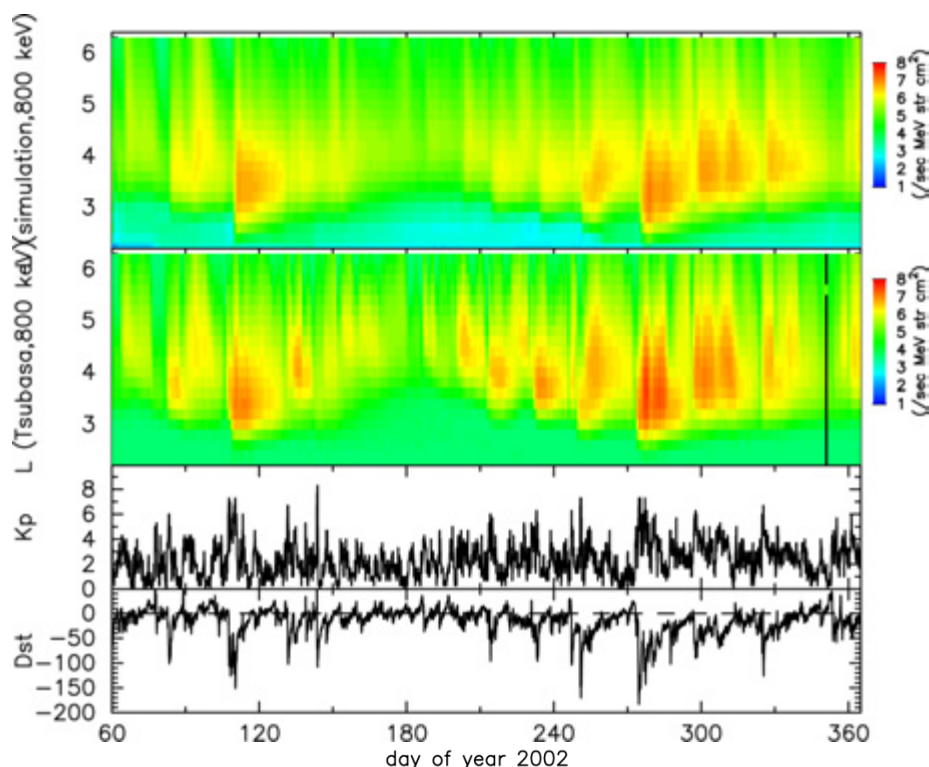


図1. 加速項を含まないモデルによる電子 800 keV でのデータ同化結果。上から(a)800 keV 電子の differential flux のデータ同化結果、(b)800 keV 電子のつばさ衛星の differential flux 観測データ、(c)Kp 指数、(d)Dst 指数を表す。

3.2 800 keV 電子フラックスのデータを用いた同化計算 (加速項ありの場合)

図 2 は、(2)式に加速項 S を加えたモデルを用いて、800 keV の電子についてデータ同化結果を行った結果である。図 2(a)は、データ同化によって計算された differential flux、図 2(b)は、つばさ衛星の観測データ、図 2(c),(d)が Kp 指数、Dst 指数となっている。

データ同化によって計算された differential flux は (図 2(a))、磁気嵐時にフラックスが一度減ってから増加する様子などを再現されている。同時に、全期間・全 L 値において加速項を加えない場合よりもフラックスが増加した。フラックスの増加に伴い、観測値により近づいたかどうかを別の指標を使って検証する。図 3 は、フラックスについての平均絶対誤差率(以下 MAPE と表記)の時間変化を示している。MAPE は以下の式で定義される(Kim et al. 2012)。

$$\text{MAPE}(\%) = \frac{\sum_{L_*=2.2}^{L_*=6.4} \left| \frac{\log_{10}(J_{\text{model},L_*}) - \log_{10}(J_{\text{obs},L_*})}{\log_{10}(J_{\text{obs},L_*})} \right| \times 100}{\text{number of grid points in } L_*}$$

図 3 の緑線は、加速項を含まないモデルを用いてデータ同化した時の MAPE、赤線は、加速項を含むモデルを用いてデータ同化したときの MAPE の時間変化を表している。加速項を加えたモデルでの MAPE は、加えないものに対してほぼ全期間で値が下回っていることがわかる。特に、doy=150~250 の磁氣的に静穏時での MAPE はおよそ 5% 下回る結果となった。このことは、加速項をモデルに加えると、フラックスの再現性がより高まることを示している。

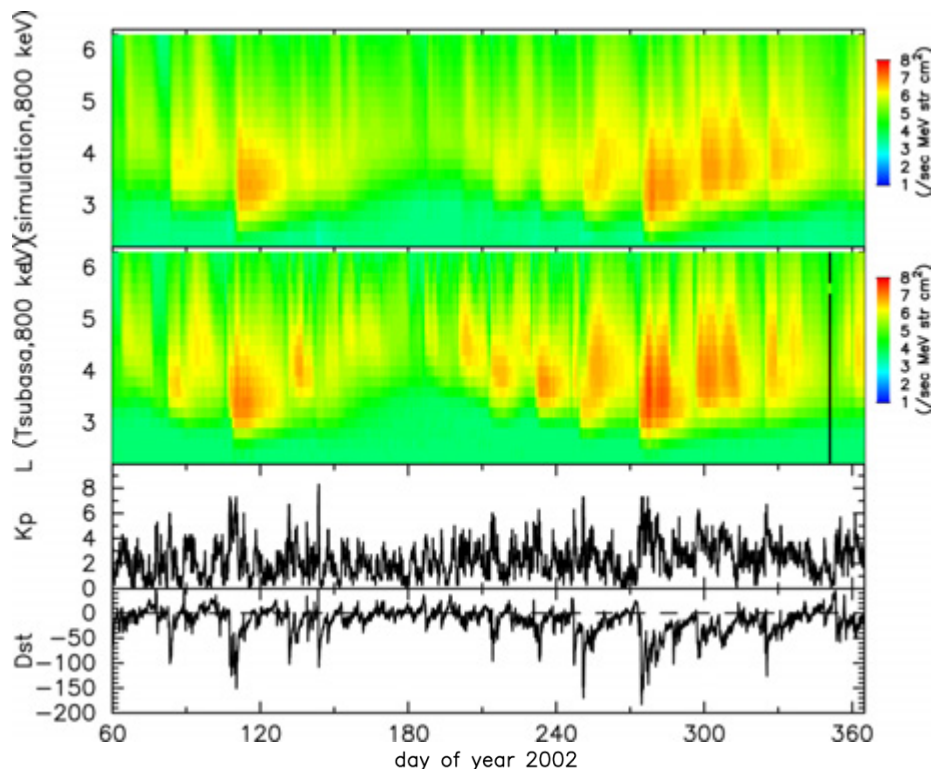


図 2. 加速項を含むモデルによる電子 800 keV でのデータ同化結果。上から(a)800 keV 電

子の differential flux のデータ同化結果、(b)800 keV 電子のつばさ衛星の differential flux 観測データ、(c)Kp 指数、(d)Dst 指数を表す。

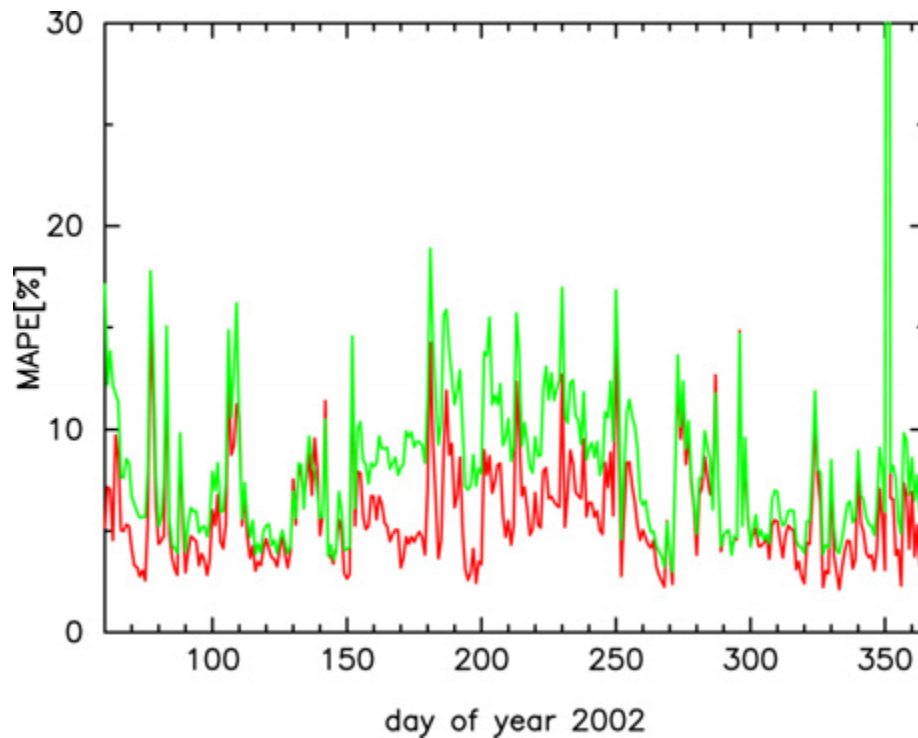


図 3. 平均絶対誤差率(MAPE)の時間変化。緑線は加速項を含まない場合、赤線は加速項を含む場合での MAPE を表す。MAPE の値が低いほど、観測値と適合していることを示している。加速項を含む場合のほうがほぼ全期間で低い値をとっていることがわかる。また、doy=350 付近で大きな値を示すのは、観測値が欠損しているためである。

3.3 拡散係数と加速項の時間変化について

次に加速項を含む場合でのデータ同化によって推定した、拡散係数および加速項に関するパラメータを示す。図4は、推定した拡散係数の時間変化を表している。拡散係数は6~7桁の大きい変動をしており、Dstが-150nTを下回る時に拡散係数は高い値を取ることが分かる。続いて図5(a)は推定した加速項の強度、図5(b)は推定した加速項の中心値、図5(c)は図5(a),(b)より求めた加速項の空間分布を示したものである。図5(a)と比較して、加速項の強度は拡散係数とは全く異なる時間変化をしており、これは外部供給過程と内部加速過程の寄与の仕方は全く異なることを示唆している。また、図5(b)に示したように、加速項の中心値はほぼL=4.5で変動していない結果となった。本研究では、加速項の領域幅 σ を推定の対象としていない。今後、領域幅 σ も状態変数に加えてデータ同化を行い、強度、場所、広がりの変動をより詳細に調査することが可能となると考えられる。

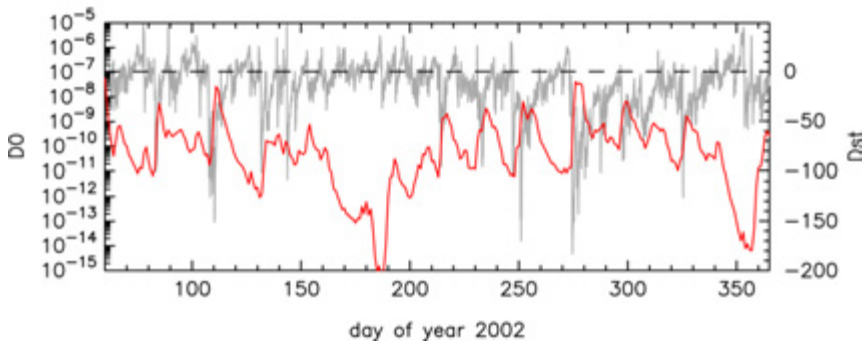


図4. データ同化によって推定した拡散係数（赤線）とDst指数（灰色線）

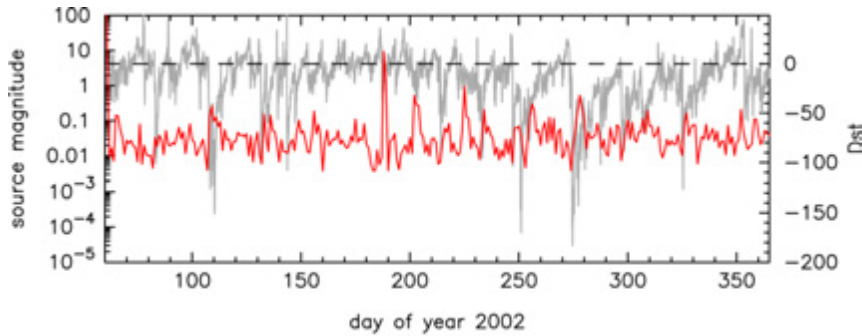


図5(a). データ同化によって推定した加速項強度（赤線）とDst指数（灰色線）

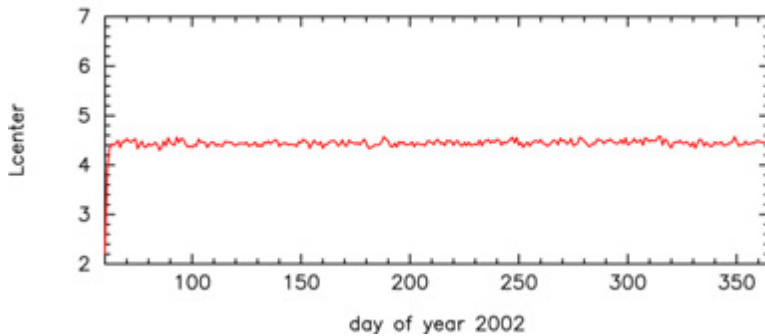


図5(b). データ同化によって推定した加速項の中心値

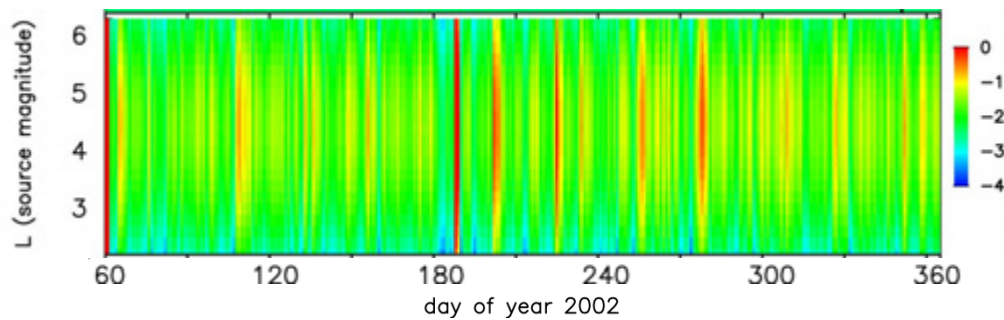


図 5(c).加速項の時間空間変化

4. まとめ

本研究では、つばさ衛星が観測した 800 keV 電子フラックスのデータを用いて、粒子フィルタによるデータ同化計算から、放射線帯の動径方向拡散モデルの拡散係数、プラズマ波動強度、そして加速項の強度および中心値の推定を行った。

内部加速項を含まないモデルを用いてデータ同化を行った結果、磁気嵐時の外帯の消失とその後の増加、またスロット領域においてフラックスが増加する様子がよく再現された。しかし、外帯外側の $L=5\sim 6$ においては、データ同化から推定される電子フラックスが、観測値に対して低い値になっていることが分かった。

一方、加速項を含むモデルを用いてデータ同化を行った場合、全ての L 値でのフラックスが上昇し、それに伴いほぼすべての期間で観測値により近い計算結果を導くことができた。また、拡散係数と内部加速項の強度の時間変化は異なっており、加速項の中央値は $L=4.5$ でほぼ変動しない結果となった。

今後、内部加速項の領域幅も状態変数ベクトルに加えたデータ同化計算を試みることで、動径方向輸送、内部加速、消失項が、いつ、どの領域で、どのように変化しているかを詳細に調査し、放射線帯電子変化の物理を明らかにすることが期待される。

<参考文献>

Brautigam, D. H. and J. M. Albert, Radial diffusion analysis of outer radiation belt electrons during the October 9, 1990, magnetic storm, *J. Geophys. Res.*, **105**, A1, 291–309, 2000

樋口知之・上野玄太・中野慎也・中村和幸・吉田亮, データ同化入門, 朝倉書店, 2011

Horne, R. B., R. M. Thorne, S. A. Glauert, J. M. Albert, N. P. Meredith, and R. R. Anderson, Timescale for radiation belt electron acceleration by whistler mode chorus waves, *J. Geophys. Res.*, **110**, A03225, doi:10.1029/2004JA010811, 2005

Kim K.-C., Y. Shprits, D. Subbotin, and B. Ni, Relativistic radiation belt electron responses to GEM magnetic storms: Comparison of CRRES observations with 3-D

- VERB simulations, *J. Geophys. Res.*, **117**, A08221, doi:10.1029/2011JA017460, 2012
- Kondrashov, D., Y. Shprits, M. Ghil, and R. Thorne, A Kalman filter technique to estimate relativistic electron lifetimes in the outer radiation belt, *J. Geophys. Res.*, **112**, A10227, doi:10.1029/2007JA012583, 2007
- Koller, J., Y. Chen, G. D. Reeves, R. H. W. Friedel, T. E. Cayton, and J. A. Vrugt, Identifying the radiation belt source region by data assimilation, *J. Geophys. Res.*, **112**, A06244, doi:10.1029/2006JA012196, 2007
- Koshiishi H., H. Matsumoto, Y. Kimito, H. Liu, T. Goka, Space Environment Data Acquisition Equipment on Board Mission Demonstration Test Satellite-1, Solar-Terrestrial Magnetic Activity and Space Environment, Proceedings of the COSPAR Colloquium held in the NAOC in Beijing, China, Sep. 10-12, 2001, Edited by Huaning Wang and Ronglan Xu. 1st ed. Boston: Pergamon COSPAR colloquia series; **14**, p.369, 2002
- Lyons, L. R., and R. M. Thorne, Pitch-Angle Diffusion of Radiation Belt Electrons within the Plasmasphere, *J. Geophys. Res.*, **77**, NO. 19, PP.3455-3474, doi:10.1029/JA077i019p03455, 1972
- Meredith N. P., R. B. Horne, R. M. Thorne D. Summers, R. R. Anderson, Substorm dependence of plasmaspheric hiss, *J. Geophys. Res.*, **109**, A06209, doi:10.1029/2004JA010387, 2004
- Miyoshi, Y., A. Morioka, H. Misawa, T. Obara, T. Nagai, and Y. Kasahara, Rebuilding process of the outer radiation belt during the 3 November 1993 magnetic storm: NOAA and Exos-D observations, *J. Geophys. Res.*, **108**(A1), 1004, doi:10.1029/2001JA007542, 2003
- Miyoshi, Y., G. Ueno, V. Jordanova, G. Reeves, and T. Goka, Data assimilation of radiation belt electrons, *Eos Trans. AGU*, 87(52), Fall Meet. Supp., Abstract SM53A-1444, 2006
- Miyoshi, Y., A. Morioka, R. Kataoka, Y. Kasahara, and T. Mukai, Evolution of the outer radiation belt during the November 1993 storms driven by corotating interaction regions, *J. Geophys. Res.*, **112**, A05210, doi:10.1029/2006JA012148, 2007
- Reeves G. D., Y. Chen, G. S. Cunningham, R. W. H. Friedel, M. G. Henderson, V. K. Jordanova, J. Koller, S. K. Morley, M. F. Thomsen, and S. Zaharia, Dynamic Radiation Environment Assimilation Model: DREAM, *SPACE WEATHER*, **10**, S03006, doi:10.1029/2011SW000729, 2012
- Schiller, Q. X. Li, J. Koller, H. Godinez., and D. L. Tumer, A parametric study of the source rate for outer radiation belt electrons using a Kalman filter, *J. Geophys. Res.*, **117**, A09211, doi:10.1029/2012JA017779, 2012