

下畑 五郎<sup>1</sup>, イゴール・メンショフ<sup>2</sup>, 中村 佳朗<sup>2</sup>

## CFD Workshop on 2D Airfoil Stall Prediction

by

Goro SHIMOHATA<sup>1</sup>, Igor MEN'SHOV<sup>2</sup> and Yoshiaki NAKAMURA<sup>2</sup>

## ABSTRACT

The flow around a 2-D airfoil is simulated at a low speed. In this study we consider two schemes: the matrix-free LU-SGS (Lower-Upper Symmetric Gauss Sidel) implicit scheme and the explicit/implicit hybrid scheme to obtain steady or quasi-steady state solutions. Regarding turbulence model, either the Baldwin-Lomax model or no turbulence model is applied to the compressible Navier-Stokes equations. Results of these calculations are well compared with experimental data.

## 1 はじめに

流れ場を解くには、基本的に格子点数が多く時間刻み幅が小さい程、精度の良い結果が得られる。しかし、PC程度の小規模な計算機を用いて解析を行う場合には、格子点数や時間刻み幅のとりかたに制限がある。特に陽解法を用いる場合には、格子解像度に比例して計算時間は増加する。翼周りの流れを計算する場合、境界層を捕らえるために翼表面付近で局所的に非常に小さなセルを使用する。CFL 安定条件を満たす時間刻み幅も減少し、計算時間は非現実的なものとなる。これを避けるために陰解法が用いられるが、その際は安定条件からくる時間刻み幅の制限はほぼ無くなり、要求される時間精度により決定される。しかし、陰解法は陽解法に比べ、数値拡散が大きいという欠点がある。

そこで翼周りの粘性計算のように、局所的に細かなセルサイズが要求される計算においては、安定で精度良く、かつ比較的大きな時間刻み幅で計算できる計算方法を用いることが望まれる。この要求を満たす計算方法の一つとして、陰解法と陽解法を結合したハイブリッドスキームがある [1]。

ハイブリッド法は、非定常流シミュレーションに対しては、その有効性が報告されているが、時間刻み幅を非常に大きくとるような定常計算に対しては、優位性は示されていない。そこで本研究では、二次元翼周りの流れを計算し空力係数を求めるために、二次元圧縮性 Navier-Stokes 方程式に対して LU-SGS(Lower-Upper Symmetric Gauss-Siedel) 陰解法 [2] とハイブリッド法の 2つの方法を適用し、その結果を比較する。また、乱流モデルを使わない層流計算と Baldwin-Lomax の乱流モデル [3] を用いた計算を行い、それらも比較検討する。

## 2 計算方法

多次元の圧縮性 Navier-Stokes 方程式に対して、ハイブリッドスキームは次の様に書ける。

$$\mathbf{q}_i^{n+1} - \mathbf{q}_i^\omega = \Delta t \cdot \mathbf{L}_2(\mathbf{q}^\omega, \omega_i \Delta t) \quad (1)$$

ここで、 $\mathbf{q}$  は解ベクトル、 $\mathbf{L}_2$  は非粘性項と粘性項を二次精度で近似する離散化演算子である。ここでは、空間の離散化に有限体積法を適用し、非粘性項に対しては MUSCL 法により高次精度化を行っている。解を再構築する際には、数値振動を防ぐためにリミターを導入しているが、本研究では、Barth-Jespersen のリミターを用いている。外挿されたセル境界値から計算される数値流束には、Godunov 型の数値流束を用いた。また、粘性項に対しては二次の中心離散化を適用している。

式 (1) の  $\mathbf{q}^\omega$  は二つの時間レベルの間にある時間  $t^\omega (= t^n + (1-\omega)\Delta t)$  での解ベクトルを示し、次式で示される。

$$\mathbf{q}_i^\omega = \mathbf{q}_i^n + (1-\omega_i)\Delta^n \mathbf{q}_i \quad (2)$$

パラメータ  $\omega_i (0 \leq \omega_i \leq 1)$  は、各セルに対して定義され、 $\omega = 1$  ならば方程式 (1) は陽解法となり、 $\omega = 0$  ならば陰解法となる。つまり、現在の時間レベル  $t^n$  から中間の時間レベル  $t^\omega$  までを陰的に解き、中間の時間レベル  $t^\omega$  から新しい時間レベル  $t^{n+1}$  までを陽的に解くことになる。また、パラメータ  $\omega_i$  は、Max Norm Diminishing (MND) 特性を解が満たすよう定義される。

$$\omega_i = \begin{cases} 1/\lambda_i & \text{if } \lambda_i \geq 1 \\ 1 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3)$$

ここで  $\lambda_i$  は、各セルに対して

$$\lambda_i = \Delta t / \text{CFL}(q_i^\omega) \quad (4)$$

と定義される。

式 (1) は  $\omega_i = 1$  の場合以外には、カップリングした非線形連立方程式となる。これを解くために疑似時間パラメータを導入し、各時間ステップでの非定常解を疑似時間での定常解とみなして求める。具体的には、以下の式を解く。

<sup>1</sup>名古屋大学大学院博士前期課程

<sup>2</sup>名古屋大学大学院工学研究科航空宇宙工学専攻

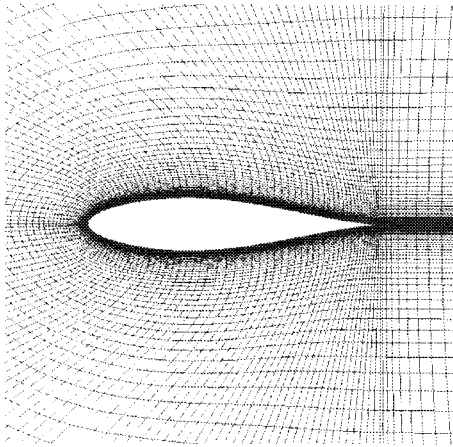


図 1: Grid for NACA63<sub>3</sub> - 018 airfoil (272 × 100 cell)

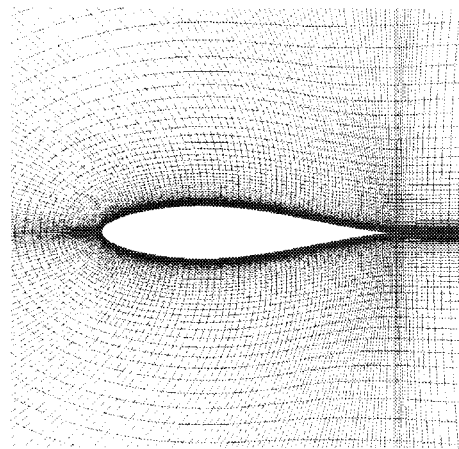


図 2: Grid for NACA63<sub>3</sub> - 018 airfoil (344 × 100 cell)

$$\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial \tau} = -\mathbf{q} + \mathbf{q}_i^n + \Delta t \cdot \mathbf{L}_2(\mathbf{q}^\omega, \omega_i \Delta t) \quad (5)$$

ここで、

$$\mathbf{q}^\omega = \mathbf{q}^n + (1 - \omega_i)(\mathbf{q} - \mathbf{q}^n) \quad (6)$$

式 (5) に対して Euler 陰解法を適用し、疑似時間に関して行列演算を必要としない LU-SGS 近似因数分解法で解く。

通常の LU-SGS 陰解法で計算する場合には、前述したように中間の時間レベルを決めるパラメータ  $\omega$  を全てのセルで  $\omega = 0$  とする。つまり、ハイブリッド法と同じ計算コードを用いて陰解法による計算を実行できる。

### 3 計算結果

#### 3.1 計算条件

一様流は、マッハ数が約 0.23、レイノルズ数が  $Re = 5.8 \times 10^6$  である。基準となる結果を得るために、NACA63<sub>3</sub>-018 翼に関して迎角 3 度の場合について層流計算を行った。

##### 3.1.1 計算格子

全ての計算には C 型の構造格子を使用した。格子のセル数の違いによる影響を調べるために、迎角 3 度の場合について、第 1 図に示す  $272 \times 100$  (翼面上に 128 個のセル) と第 2 図に示す  $344 \times 100$  (翼面上に 200 個のセル) の二つの格子を用いて LU-SGS 陰解法により計算した。これらの結果は、ほぼ同じであった。次に翼から外部境界までの距離を、翼弦長の 15 倍と 30 倍の 2 種類の格子を使用して計算した。この場合にも、両者の結果はほぼ一致した。以上の結果から、計算時間等を考慮して、以後の計算では、セル数が  $272 \times 100$ 、翼から外部境界までの距離が翼弦長の 15 倍の格子を使用した。なお最小格子幅は、翼弦長に対して  $10^{-5}$  の大きさである。

##### 3.1.2 境界条件

境界条件は、翼表面を断熱の滑り無し条件とし、外部境界を特性境界条件とした。

#### 3.1.3 リミター

Barth-Jespersion のリミターを使用した場合とリミター無しの場合について LU-SGS 陰解法によって計算を行い、リミターの影響を調べた。

第 3 図に残差の収束履歴を示す。ここで残差は、 $\max_i(|\rho^{n+1} - \rho^n|)$  と定義している。残差の変化をみると、Barth-Jespersion のリミターは、途中から残差の減少が鈍り、定常状態への収束性が悪い。抗力係数の時間履歴をみると、リミター有り無しとの計算では、準定常状態での  $C_d$  値が大きく異なる。Barth-Jespersion のリミターを用いた計算での  $C_d$  値は、実験値の約 2 倍である。ここでの計算が層流計算である事を考慮すると、 $C_d$  値は実験値よりやや小さな値を示すと考えられる。これらのことから、Barth-Jespersion のリミターが、解に好ましくない影響を強く与えていると思われる。ここで扱っている、低速流の計算では、高迎角で一様な初期条件からインパルスに計算を開始する場合を除いて、特にリミターは必要ない。リミターを使用しない方が、収束性や計算効率、また、計算精度が優れている。これらのことから、ここでは基本的にリミターを用いないで計算をした。

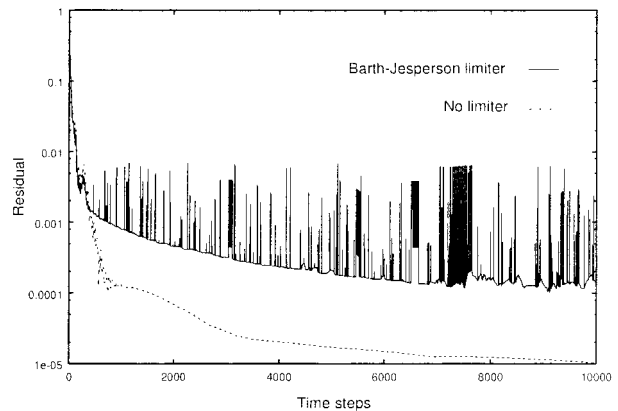


図 3: Residual convergence history at  $\alpha = 3.0^\circ$  with and without limiter

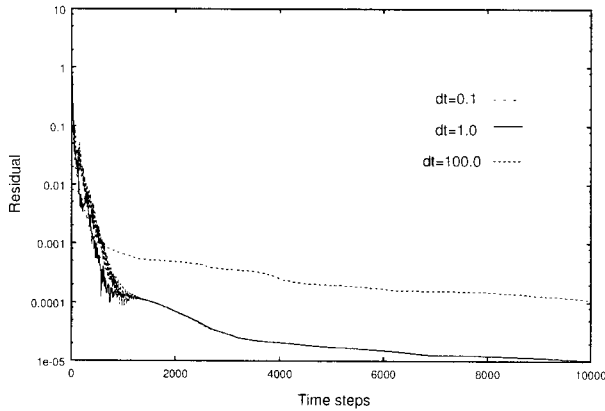


図 4: Residual convergence history for different time increments at  $\alpha = 3.0^\circ$

### 3.1.4 時間積分

次に、LU-SGS 陰解法について、異なる 3 種類の時間刻み幅、 $\Delta t = 100.0, 1.0, 0.1$  について比較検討した。第 4 図の残差の収束履歴をみると、 $\Delta t = 0.1$  とした場合は、他の二つの場合と比べて残差が減少しにくい。一方、時間刻み幅が  $\Delta t = 100.0$  と  $1.0$  の場合には、ほぼ同じ傾向を示す。LU-SGS 陰解法では、ある程度大きな時間刻み幅を使用すれば収束性に変化はない。

また、 $\Delta t = 1.0$  としてハイブリッド法で計算を行った。その場合における残差の収束履歴を第 5 図に示す。その履歴は、同じ時間刻み幅を用いた LU-SGS 陰解法の収束履歴とほぼ同じである。つまり、ハイブリッド法で定常計算に使用するような非常に大きな時間刻み幅を用いても、LU-SGS 陰解法と同様な安定した計算が可能である。

空力係数の収束の過程はいずれの場合も類似しており、準定常状態における空力係数の値は、ほぼ同じ値を示した。陰解法とハイブリッド法の計算結果がほとんど同じである理由は、時間刻み幅の大きさである。時間刻み幅を  $\Delta t = 1.0$  とすると、クーラン数は約  $5 \times 10^4$  となる。そのため、解に強い影響を与える翼表面付近のセルではパラメータ  $\omega$  が非常に小さな値となり、ほとんど陰解法となる。計算効率等も含めて考えると、非常に大きな時間刻み幅を使用する定常計算では、ハイブリッド法のメリットは認められない。

### 3.1.5 乱流モデル

今回の計算では、乱流モデルを考えない層流計算を主とした。その場合でも、低迎角域で得られた準定常解は、実験値と比較的良好な一致を示した。

一方、乱流計算の場合には、Baldwin-Lomax の代数モデルを使用した。ちなみに、乱流モデルを導入した場合にはリミターを使用している。

## 3.2 迎角による特性量の変化

以下では、いくつかの異なる迎角における NACA63<sub>3</sub>-018 翼の計算結果を示し、実験結果 [4] と比較する。

### 3.2.1 迎角 3 度

LU-SGS 陰解法による、全領域を乱流と仮定した Baldwin-Lomax モデルを用いた計算と、乱流モデルを用いない計

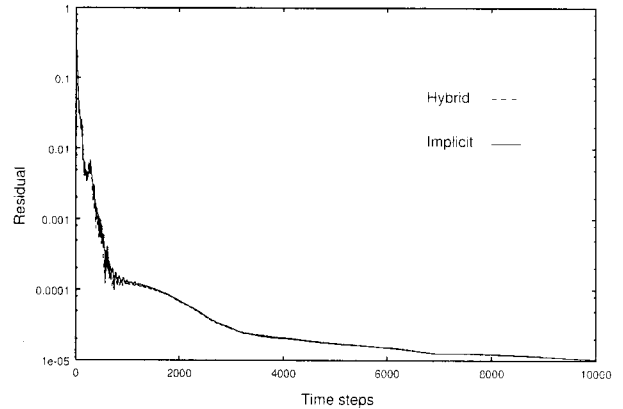


図 5: Residual convergence history for different schemes at  $\alpha = 3.0^\circ$

算における迎角 3 度の計算結果を示す。計算の収束は、残差や揚力、抗力の変化を見てから総合的に判断した。

第 6 図と第 7 図に圧力分布を示す。両方とも実験結果との一致は良好である。層流計算では流れはいつたん定常状態へと落ち着き、しばらくその状態が保たれる。ここでは、その状態における計算結果を示している。その後さらに計算を進めると、剥離位置がしだいに前方に移動し、最終的には大きな剥離を伴った非定常な流れ場へと変化する。その状態での計算結果は実験と一致しない。

一方、乱流モデルを考慮した計算では、流れが一度定常状態に収束すれば、それ以降は流れ場の変化はない。また、結果は実験と良く一致する。

第 8 図と第 9 図にマッハ数等高線を示す。これらの図から、境界層の厚さの違いが分かる。層流計算では境界層厚さは薄く、乱流モデルによる計算では厚くなる。このように層流計算でも翼表面の圧力分布は比較的正しい値が得られるが、境界層内の物理量の分布を正しく計算することはできない。

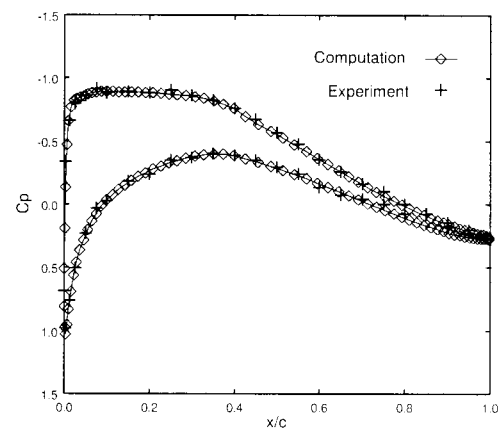


図 6: Comparison of surface pressure profile between computation without turbulence model and experiment at  $\alpha = 3.0^\circ$

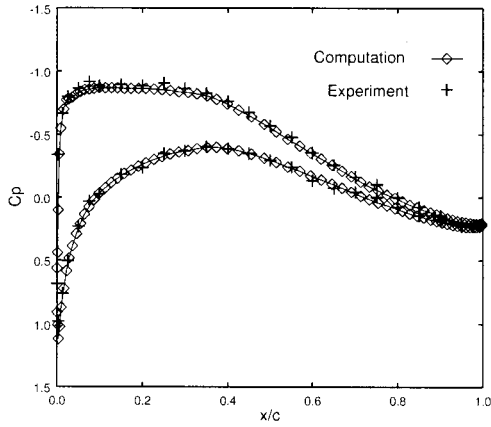


図 7: Comparison of surface pressure profile between computation with Baldwin-Lomax turbulence model and experiment at  $\alpha = 3.0^\circ$

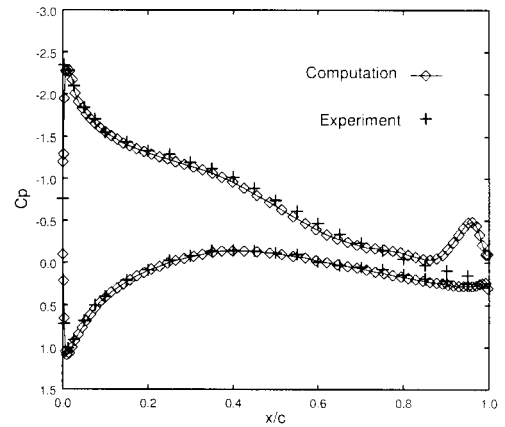


図 10: Comparison of surface pressure profile between computation without turbulence model and experiment at  $\alpha = 7.0^\circ$

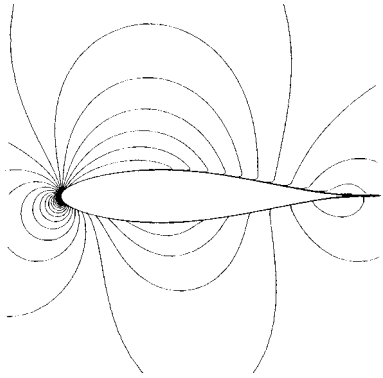


図 8: Mach number contours for no turbulence model at  $\alpha = 3.0^\circ$

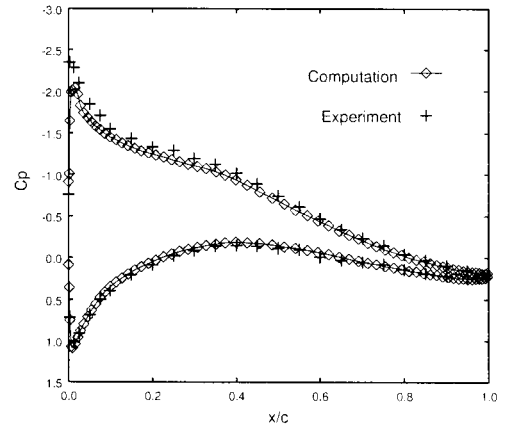


図 11: Comparison of surface pressure profile between computation with Baldwin-Lomax turbulence model and experiment at  $\alpha = 7.0^\circ$

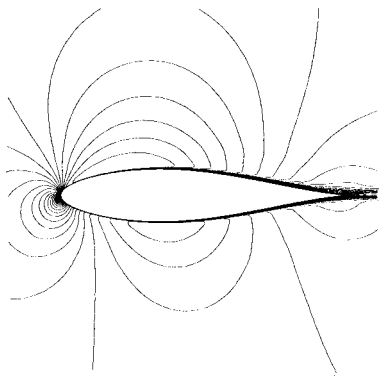


図 9: Mach number contours for Baldwin-Lomax turbulence model at  $\alpha = 3.0^\circ$

3.2.2 迎角 7 度

迎角 7 度における、LU-SGS 陰解法による層流計算、および Baldwin-Lomax モデルによる乱流計算の、それぞれの結果を示す。この迎角では収束した解を得ることができなかった。揚力、抗力がある平均値を中心として小さな振幅で周期的に変化するため、ここでは周期解を平均して揚力、抗力の値とした。

第 10 図と第 11 図に翼面上の圧力分布を示す。計算では定常解が得られなかったため、ここではある瞬間での圧力分布を示す。翼の前半部では、計算結果と実験結果は比較的良く一致している。しかし翼上面の後縁付近では剥離が生じ、大きな渦が見られる。このとき流れは非定常である。これより大きな迎角では、乱流モデルがないと剥離が大きく発生してしまい、層流によるシミュレーションは意味がなくなる。

一方、乱流モデルを入れると、後縁付近の剥離は抑えられ、大きな渦も消失する。しかし、層流計算とは逆に翼上面後半部での圧力分布は実験と良く一致しているが、前縁付近の負圧の捕捉が不十分である。そのため  $C_l$  が実験値よりも低下する。

3.2.3 迎角 10 度

迎角 10 度の場合について、乱流モデルを用いた場合と用いない場合のそれぞれについて LU-SGS 陰解法により計算した結果を示す。

第 12 図、13 図にそれぞれの場合の圧力分布を、同じ

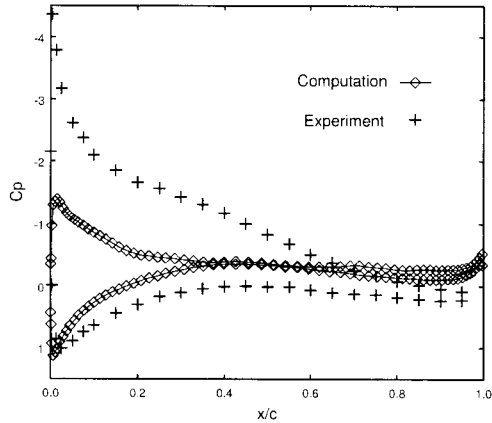


図 12: Comparison of surface pressure profile between computation without turbulence model and experiment at  $\alpha = 10.0^\circ$

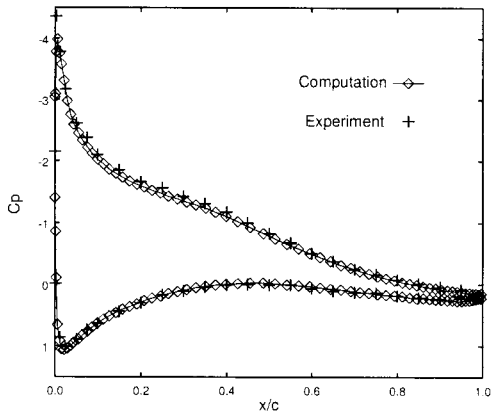


図 13: Comparison of surface pressure profile between computation with Baldwin-Lomax turbulence model and experiment at  $\alpha = 10.0^\circ$

ように第 14 図、15 図にマッハ数等高線を示す。迎角がこの大きになると、層流計算において定常解を得ることは不可能である。また、計算の早い段階から非常に大きな剥離領域が現れる。そのため圧力分布を見ると翼の全域で計算結果と実験結果が一致していない。

一方、乱流モデルを入れた計算では、剥離領域は抑えられている。また、解も準定常状態に収束する。得られた圧力分布は、実験と比較しても全体的に比較的良く一致している。ただし、前縁での強いサクションが捉えられていない。これは、この部分での格子点数が不足していると考えられる。

### 3.2.4 迎角 13 度

乱流モデルを用いて、LU-SGS 陰解法によって計算された、迎角 13 度における計算結果を示す。第 16 図が圧力分布、第 17 図がマッハ数等高線である。

翼下面および上面前半部では、圧力分布は実験値と良く一致している。また、空力係数も実験値に近い。しかし、翼上面の  $x \approx 0.4c$  以降では実験値とのずれが見られ、実験結果が示している剥離を正確に捉えていない。これは領域全体を乱流と仮定していることが原因のひとつ

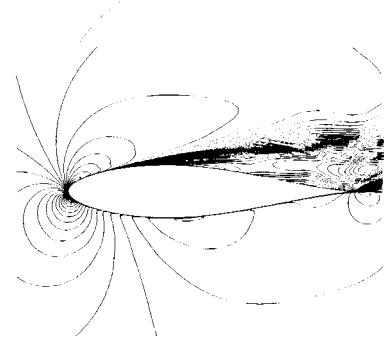


図 14: Mach number contours for no turbulence model at  $\alpha = 10.0^\circ$

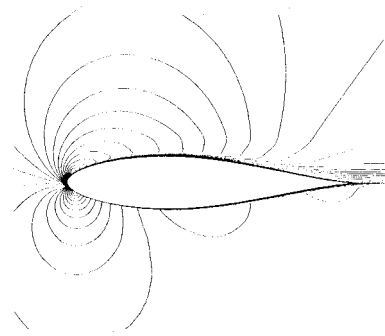


図 15: Mach number contours for Baldwin-Lomax turbulence model at  $\alpha = 10.0^\circ$

考えられる。

### 3.2.5 空力特性

以上の計算で得られた空力特性を第 18 図に示す。低迎角では、乱流モデルを用いなくとも比較的良い精度で  $C_l$ 、 $C_d$  を予測できる。しかし、迎角が増加すると、剥離現象が顕著となり、定常解あるいは準定常解が得られない。すなわち周期解となる。その状態では、空力特性量は実験値とまったく一致しない。

Baldwin-Lomax の乱流モデルを導入することにより、 $C_l - \alpha$  の線形領域においては、良い精度で空力特性を予測できる。しかし精度の良い値を得るのには、リミターが悪影響を及ぼしている。その影響は、特に  $C_d$  の予測において強く見られる。また、迎角が増加すると、遷移や剥離、付着といった複雑な現象を十分捉えられず、実験値とのずれを生じる。

## 4 まとめ

二次元の NACA63<sub>3</sub>-018 翼の空力特性を求めるために、LU-SGS 陰解法を用いて定常計算を行った。また、同じ問題に対して陰/陽ハイブリッド法を適用した計算も行った。時間刻みを非常に大きくとるような定常計算では、精度や安定性に関して両者に違いはなく、計算効率に関して似たようなものであった。

リミターの選択、もしくは有無が、解にかなり大きな影響を与えた。特に  $C_d$  等の小さな値を正確に求めるためには、その選択を慎重に行う必要がある。



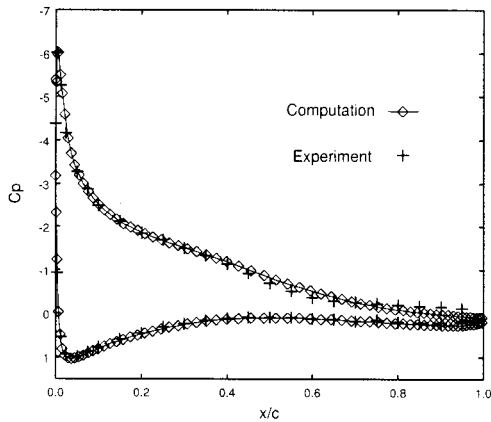


図 16: Comparison of surface pressure profile between computation with Baldwin-Lomax turbulence model and experiment at  $\alpha = 10.0^\circ$

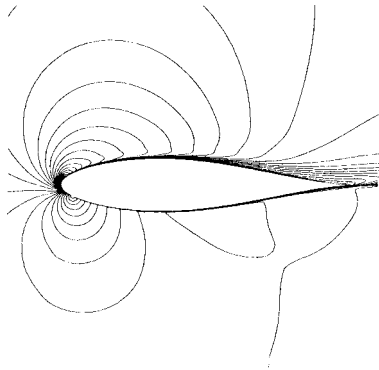


図 17: Mach number contours for Baldwin-Lomax turbulence model at  $\alpha = 13.0^\circ$

翼面上の流れの大部分が付着しているような低迎角域では、乱流モデルを考慮しない計算でも空力係数は実験値と比較的よい一致を示す。しかし、いったん剥離が生じてしまうと、剥離領域が大きく成長してしまい、流れ場が大きく変化して翼の空力特性を正確に予測することができない。迎角が増加するとこの傾向は強くなり、 $C_l - \alpha$ の線形領域内でも実験と一致する結果は得られない。そのため乱流モデルの導入が必要となる。

迎角の増加によって遷移、剥離、再付着といった現象が流れ場に大きな影響を与えるようになる。そのような場合には乱流モデルだけでなく、遷移モデルも重要となってくる。

#### 謝辞

ハイブリッド法への乱流モデル導入にあたって御協力いただいた名古屋大学大学院博士前期過程の林大介氏に感謝します。

#### 参考文献

- [1] Men'shov, I. and Nakamura, Y., A Hybrid Explicit/Implicit Unconditionally Stable Method for

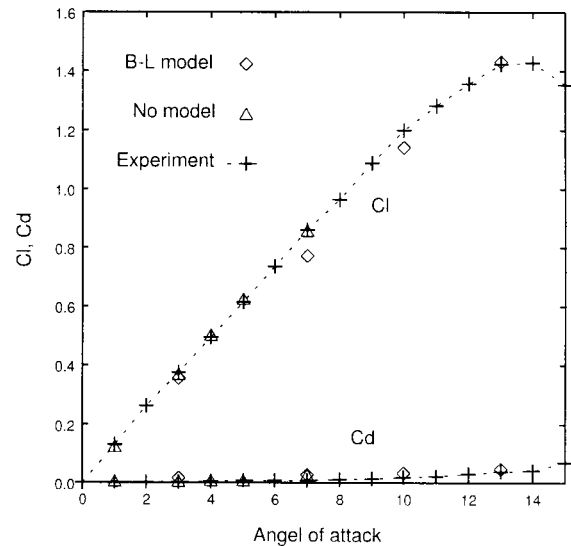


図 18: Comparison between computed and experimental aerodynamic characteristics of NACA63<sub>3</sub>-018 airfoil

Viscous Compressible Flows, Proc. 13th CFD Symp., 1999, pp. 198-205.

- [2] Men'shov, I. S. and Nakamura, Y., Implementation of the LU-SGS Method for an Arbitrary Finite Volume Discretization, Proc. 9th CFD Symp., 1995, pp. 123-124.
- [3] Baldwin, B. S., and Lomax, H., Thin Layer Approximation and Algebraic Model for Separated Turbulent Flows, AIAA paper 78-257, 1978.
- [4] McCullough, G. B. and Gault, D. E., Examples of Three Representative Types of Airfoil-Section Stall at Low Speed, NACA TN. 2502, 1951.