

40 サブクール液体窒素のキャビテーション遷移を伴うノズル流れに関する数値シミュレーション

伊藤 優¹, 長島 利夫²

Numerical Simulation of Sub-cooled Liquid N₂ Nozzle Flow with Cavitation

Yutaka ITO(Tokyo Inst. of Tech.), Toshio NAGASHIMA(Univ. of Tokyo)

ABSTRACT

Simulation of cavitating flows in sub-cooled cryogenic fluid was carried out under a newly developed numerical code with a cryogenic cavitation model. The simulation results were compared with NASA experimental results of the sub-cooled liquid N₂ nozzle flows with cavitation at the same test conditions, which observed the propriety of the model and numerical code.

1. 研究の目的と特徴

極低温流体を取り扱う機会は確実に増加している。特に航空宇宙分野では、LH₂/LO_x ロケットエンジンターボポンプの例に代表されるように、高速流動を伴う極低温流を扱う機会が多く、その管理や制御は必要不可欠な技術である。

一般に流動を伴う極低温流体の利用に際しては、極低温流体の性質上、キャビテーションによる蒸気気泡が発生する気液二相状態を考慮しなければならない。特に高速流動を伴う場合、キャビテーションによる二相状態を無視することはできない。なぜならば、流動様式が気泡含有率(以下ボイド率)に大きく依存するため、局所的な流動制御が非常に困難となるからである。ターボポンプの例を挙げれば、キャビテーション気泡によりボイド率の大きい領域が出現するとチョークや衝撃波、旋回失速やサージングの原因となる。すなわち、ボイド率の大きい領域はシステム全体の性能を低下させる要因となる。そこでキャビテーション気泡の発生点と、流れ場に与える影響とをある程度正確に予測できる手法の確立が強く求められている。キャビテーション気泡の発生点と流れ場に与える影響とを予測することで、流動制御が可能になるからである。

現在、キャビテーションを伴う流動の解析の主流は均質流モデルや二流体モデルを用いたものである。このモデルの利点は通常の流体解析コードを改造して計算できるため、計算機の負担が軽く複雑な流れ場の計算が可能である。しかし、分散しているキ

ャビテーション気泡を連続体と仮定して計算するため、その分布を精度良く捕捉できないという欠点と、気泡の発生、消滅が取り扱いにくいという欠点がある。キャビテーション気泡の発生点の予測や、気泡分布の正確な見積りといった問題の解決が求められている。

他方で、液体中に分布する気泡の挙動についての解析も行われている。この解析は直接法と呼ばれ、気液界面を捕捉して解析する。そのため気泡の変形の効果が良く捉えられ精度が非常に良い利点がある。欠点としては計算機の負担が非常に大きくワークステーションレベルでは扱える気泡の数が数個から数十個と、複雑な流れ場について計算できる状態ではなく、工業的な応用が困難な点である。

そこで、本研究では以下に示す特徴を持ったモデルの構築を行い、複雑形状内の流動におけるキャビテーション遷移を、従来の手法に比べ精度良く予測できる手法の確立を目的とした。

1. キャビテーション気泡の計算は後者の解析で用いられるラグランジュ的手法を採用し、個々の気泡を識別、追跡することにより精度の向上をはかるとともに、発生、消滅を扱えるようにする。

2. 液相領域の計算は前者の解析で用いられるオイラー的手法を用い気泡を含んだ連続体として、計算機の負担を軽くする。

上記モデルを用いた数値解析コードを開発した。

高速流動によって発生するサブクール流体のキャビテーション遷移における2相化は、インデューサに発生するキャビテーションに関する研究にあるように非常に複雑な現象であり非定常性も強いいため、検証

することが困難である。気相部分が液体中に存在することの影響に加え、新たに気相部分が発生する影響が加わり複雑な現象となるためである。そこで、単純な流れ場に発生するキャビテーション遷移現象を観察することにより基礎的なデータを蓄積し、それらとモデルを比較する必要がある。Simoneau & Hendricks⁽¹⁾は液体窒素などの極低温流体のキャビテーション遷移現象が発生する先細末広ノズル流れに関する詳細な実験を行った。主に圧力分布の計測が行われた。そこで、彼らの実験より得られた圧力、温度のデータと、実験と同様の境界条件を与えた数値解析より得られた圧力、温度のデータとを比較することにより、モデルが有効にキャビテーション気泡流を表現しているかについて評価した。

2. モデル化

2-1. 解析目的とする流れ場

図1は水を用いた LE5 ロケットエンジン用ターボポンプインデューサのキャビテーション可視化実験の写真である。入口全圧を設計点圧力よりも低くした状態である。ブレードチップキャビテーションと呼ばれるキャビテーションが観察された。図2は、図1の状態をインデューサ流路にそって展開したものを模式的に示したものである。流入は旋回を伴っている。インデューサ直前には吸込みによる減圧で生じた微細な気泡が見られ、インデューサの負圧面には前縁の翼端より新たに生じたキャビテーション気泡が集合している。翼間干渉により負圧面の気泡は徐々に崩壊し、後縁付近ではほぼ完全に消滅する。

本研究では上述した様なキャビテーション気泡が発生して集積し、流れ場に影響が生じ性能が低下しはじめる程度のボイド率を持ったキャビテーション現象が発生する流れ場を取り扱う。キャビテーションを制御して性能低下を食い止めるニーズが最も高い流

れ場であるからである。これは、キャビテーション現象が発生する流れ場の中でも比較的ボイド率の小さい領域であり、一般に気泡流と呼ばれている領域である。

2-2. 気泡のモデル化

キャビテーションが発生する原因については様々な研究が行われているが完全には明らかになっていない。その中でも現在有力視されているものは、液体分子の欠損、不純物、あるいは溶け込んでいる気体の気泡核などが原因であるという説である。この説によると境界層内の渦中心などで液相の圧力が飽和蒸気圧力より大きく低下した所に、前述の不純物が存在していると、それらに向かって液体の蒸発が集中し気泡が発生する。通常、水のキャビテーションでは溶解している空気が気泡核の主成分と考えられるが、極低温流体では空気の溶解は少ないと考えられる。そこで、本モデルでは、気泡は液相が蒸発した蒸気の主成分であるとし、非凝縮ガスの効果は無視した。したがって気泡内部は熱力学的飽和状態になっていると仮定した。

気相はすべて分散した気泡により構成される。そこで本モデルでは個々の気泡を識別し、その運動を追跡するラグランジュ的手法を用いる。この方法は均質流や二流体モデルに比べボイド率を正確に見積もれる点に優れる。加えて、熱が重要なパラメーターとなる極低温流動において、相変化などの熱的影響を精度良く計算できるというメリットがある。

本節冒頭で述べたように本モデルでは、キャビテーション気泡は不純物が存在する点で気泡の発生条件を満たした時に発生する。そこで、あらかじめ流れ場内に気泡発生条件をチェックする点(以下気泡のタネ)を十分な数だけ分布させておく。この気泡のタネは液相内に存在する不純物(前述した気泡の発生原因となるもの)に相当し、液相と全く同様の速度で

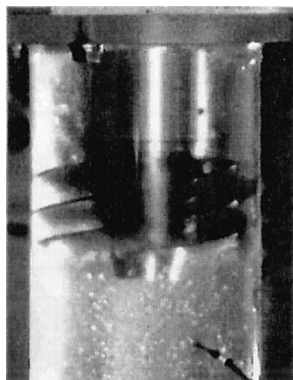


Fig.1 A Photo of the Inducer for the LE5 Engine

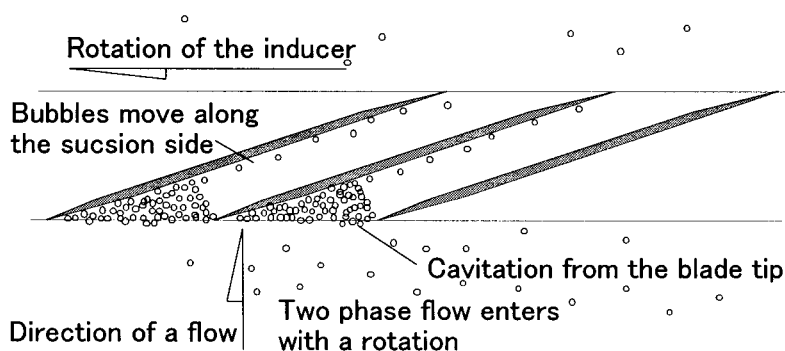


Fig.2 A Spreaded illustration of the Inducer (the view from the outer side)

液相内を運動する。気泡のタネが存在する地点では、毎回、発生条件をチェックしており、発生条件が成立すると気泡が発生する。気泡の発生時における挙動は核生成理論より気液界面の運動量支配の現象であることが知られている。この理論に基づき気泡の大きさは気泡の質量と界面の運動量の両保存式から計算する。逆に、気泡が消滅条件を満たしたときには気泡は崩壊し気泡のタネに戻るとする。

本研究で対象としている気泡流では気泡半径が一般に mm 未満のオーダーなので、気泡形状はほぼ球形である。そこでモデルでは計算機負担の軽減のため完全球形であると仮定した。気泡は、圧力変化に対する体積変化が液相に比べて非常に敏感であるため圧縮性流体として扱う。

2-3. 気泡の基礎式

以上の仮定よりある1個の気泡の質量保存式は次のようになる(下添字 B は気泡, L は液相を表わす)。

$$\frac{4\pi}{3} \frac{\partial}{\partial t} (R^3 \rho_B) = \Gamma_B \quad (1)$$

気泡の密度は液相に比べて非常に小さいため気泡の慣性力と粘性力は無視し非粘性流体とする。気泡が液相と速度差を持って運動することにより発生する抵抗力は次式であらわせる。

$$\mathbf{F}_D = 4\pi R^2 C_D \rho_L \frac{|\mathbf{V}_B - \mathbf{V}_L| (\mathbf{V}_B - \mathbf{V}_L)}{2} \quad (2)$$

抗力係数は直接法の解析の結果より気泡レイノルズ数: $Re_B = \frac{2\rho_L R}{\mu_L} |\mathbf{V}_B - \mathbf{V}_L|$ を用いて次式であらわせることが知られている。

$$C_D = \frac{24}{Re_B} + \frac{4}{\sqrt{Re_B}} + 0.4 \quad (3)$$

気泡周辺の液相は、気泡の運動とともに引きずられる。この気泡とともに運動する液相の質量が気泡の運動に無視できないほどの影響を与える。これは付加慣性力と呼ばれ以下の式であらわせる。

$$\mathbf{F}_A = \frac{4\pi}{3} \beta \left(\frac{\partial \{R^3 \rho_L (\mathbf{V}_B - \mathbf{V}_L)\}}{\partial t} + \nabla \{R^3 \rho_L (\mathbf{V}_B - \mathbf{V}_L)^2\} \right) \quad (4)$$

ここで、 $\beta = 0.5$ (球形気泡の一般的な値)

気泡が圧力勾配中に存在すると加速力が作用する。

$$\mathbf{F}_P = -\frac{4\pi}{3} R^3 \nabla P_L \quad (5)$$

流れ場が回転機械内部に存在するとコリオリ力と遠

心力が気泡に外力として働く。

$$\mathbf{F}_R = -\frac{4\pi}{3} \rho_L R^3 \{ \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{V}_B + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) \} \quad (6)$$

(ここで、 \mathbf{r} は回転軸からの距離ベクトル)

式(2)~式(6)より、ある1個の気泡の運動方程式は(左辺) = $\mathbf{F}_D + \mathbf{F}_A + \mathbf{F}_P + \mathbf{F}_R$ となるが、一般に、(左辺) \ll (右辺) が成立する。つまり、 $\mathbf{F}_A \approx -\mathbf{F}_D - \mathbf{F}_P - \mathbf{F}_R$ と近似できる。よって、

$$\beta \left(\frac{\partial \{R^3 \rho_L (\mathbf{V}_B - \mathbf{V}_L)\}}{\partial t} + \nabla \{R^3 \rho_L (\mathbf{V}_B - \mathbf{V}_L)^2\} \right) = -3R^2 C_D \rho_L \frac{|\mathbf{V}_B - \mathbf{V}_L| (\mathbf{V}_B - \mathbf{V}_L)}{2} + R^3 \nabla P_L + R^3 \rho_L \{ \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{V}_B + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{D}) \} \quad (7)$$

気泡内部は飽和状態(下添字 SAT)であるため、

$$P_B = P_{SAT}(T_B) \quad (8)$$

飽和状態を勘案して、モデルでは気泡内平均温度と気泡界面(下添字 I)温度の差は微小であると仮定した。

$$T_B = T_I \quad (9)$$

気泡界面の運動は一般に亜音速であると仮定し、モデルでは気泡内平均圧力と気泡界面での気相圧力は等しいとした。

気泡界面近傍では、液相から気泡界面に熱が供給される。この供給される熱によって相変化が駆動される。気泡から気泡界面に供給される熱は前者と比較して一般に小さいため無視した。供給される熱は液相温度と気泡界面温度の差に比例する。気泡を連続流体と仮定する従来のモデルでは、供給される熱の移動量と、それに伴う相変化量について近似式を用いるため精度が悪かった。精度を向上させるため、本モデルでは球殻周りの非定常熱伝達の理論より式を導いた。気泡界面に供給される熱流束 Q_I (液相から気泡界面方向が正) は以下にあらわせる。

$$Q_I = 4\pi R^2 \lambda_L \frac{\partial T}{\partial r} \Delta t \quad (10)$$

熱の供給により相変化(気泡界面での質量移動) Γ_B (気泡界面から気泡方向が正) が生じる。

$$\Gamma_B = \frac{Q_I}{h_B - h_L} \quad (11)$$

この相変化により潜熱分のエンタルピーも液相部と気泡との間でやり取りされる。これらにより、ある1個の気泡のエネルギー保存式は次式となる。

$$\frac{4\pi}{3} \frac{\partial}{\partial t} \{R^3 \rho_B h_B\} = \Gamma_B h_B \quad (12)$$

気液界面の運動にはレイリー・プレセットの式を採用した。これは気泡半径が変化するときの液相の粘性力、気泡が液相を排出する力、表面張力の各釣合いによって導かれ、ある1個の気泡の界面における運動方程式が次式にてあらわされる。

$$\begin{aligned} P_B = & P_L + \rho_L R \frac{d^2 R}{dt^2} + \frac{3}{2} \rho_L \left(\frac{dR}{dt} \right)^2 \\ & + \frac{4\mu_L}{R} \left(\frac{dR}{dt} \right) + \frac{\rho_L (U_B - U_L)^2}{4} \\ & + \frac{2\sigma}{R} - \left(\frac{\Gamma_B \left(\frac{dR}{dt} \right)}{4\pi R^2} \right) \end{aligned} \quad (13)$$

気泡発生時には、液相から受け取る熱により相変化した蒸気が、気泡体積に相当する周辺の液相を排出しなければならない。すなわち、気泡発生には、相変化した蒸気が液体を押し除ける運動量を持っていることが必要条件である。本モデルでは本節で求めた質量保存式(1)と界面の運動量保存式(13)をともに満足した時にのみ気泡が発生すると仮定した。

2-4. 液相のモデル化

液相は気泡を含んだ連続流体として扱う。気泡を含んだ液体は圧縮性流体に類似の性質を示す。しかし、一般に液相は非圧縮性流体であるため数値解析において気泡の影響による圧縮性の度合いはモデルによって評価する必要がある。本モデルでは Akmandor & Nagashima⁽²⁾が提案している手法を改良して用いた。

Akmandor & Nagashima の手法では気泡を内部に含む効果について考える。ある領域を考えたとき、液相の内部には微小な気相部分(完全気体)が存在し圧縮性の性質はその微小な気相がすべて受け持つとする。つまり、ある領域に圧力が加えられたとき、液相は全く変化せず(非圧縮性流体)、微小な気相部分のみが圧縮されることをあらわす。この領域の平均密度: $\rho_v = \alpha_L \rho_L + \alpha_B \rho_B$ 、静的気相質量比(以下クオリティ): $X_B = \alpha_B (\rho_B / \rho_v)$ 、および、平均比熱 $C_v = (1 - X_B) C_L + X_B C_B$ を用いると、気泡を含んだ液体の音速 c は、

$$c = \sqrt{\gamma_v \left(\frac{P}{\alpha_B \rho_v} \right)} \quad (14)$$

(ここで、 $\gamma_v = 1 + \frac{R_B X_B}{C_v}$ 、 R_B はガス定数)と導

かれる。ただし、全く気相を含まない液相部分ではボイド率が0であるため、局所的に音速が無限大となる。これは液体が非圧縮性流体であるという仮定に問題があるために発生する問題である。つまり、液相の圧縮率に対して気泡の圧縮率が大きい場合は現実を十分再現できる(実験とも結構合うことが報告されている)が、液相の圧縮率が気相の圧縮率に対して無視できない領域(ボイド率 $\alpha_B \approx 0$)では物理的に適合しなくなる。そこで、液体の圧縮性が無視できない領域(ボイド率 $\alpha_B \approx 0$)では、純粋な液相を圧縮性流体として扱い、音速を評価する。つまり、液体の圧縮性を考慮した純液体の音速 c_L を採用する。

前者の Akmandor & Nagashima の手法と後者の純液体の音速を用いる手法の切り替えは以下の要領で行った。前者の手法が適用できるボイド率の最小値は、純液体の音速 c_L より逆算したボイド率

$$\alpha_{BMIN} = \frac{\gamma_v P}{c_L^2 \rho_v} \quad (15)$$

の値となる。つまり、 α_{BMIN} より小さなボイド率を取ると、液相の圧縮性の効果が無視できなくなる。そこで、実際のボイド率: α_B が、 α_{BMIN} より小さな値を取ったとき後者の手法を用いて音速を計算する。これによりモデルによって導かれた圧縮率が、実際の液相の圧縮率より小さくなる状態は回避され、物理的にも適合したモデルにすることができた。

2-5. 液相の基礎式

以上の仮定より液相の質量保存則は

$$\frac{\partial}{\partial t} (\alpha_L \rho_L) + \nabla (\alpha_L \rho_L \mathbf{V}_L) = \frac{1}{Vol} \sum (\Gamma_L) \quad (16)$$

(ここで、 α_L :ボイド率、 ρ_L :液相密度、 Vol :領域体積、 \mathbf{V}_L :液相速度ベクトル、 $\Gamma_L = -\Gamma_B$)

運動方程式は

$$\begin{aligned} & \frac{\partial (\alpha_L \rho_L \mathbf{V}_L)}{\partial t} + \nabla (\alpha_L \rho_L \mathbf{V}_L^2) \\ & = -\alpha_L \nabla P + \alpha_L \rho_L \{ \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{V}_L + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) \} \\ & + \alpha_L \mu_L \Delta \mathbf{V}_L \end{aligned} \quad (17)$$

$$+ \frac{1}{Vol} \sum \{ \Gamma_L (\mathbf{V}_B - \mathbf{V}_L) \} - \frac{1}{Vol} \sum (\mathbf{F}_D)$$

(ここで、 $\boldsymbol{\omega}$:角速度、 \mathbf{r} は回転軸からの距離ベクトル、 P :圧力、 μ_L :液相粘度、 \mathbf{V}_B :気泡速度ベクトル)

エネルギー保存式は

$$\frac{\partial(\alpha_L \rho_L e_L)}{\partial t} + \nabla(\alpha_L \rho_L h_L \mathbf{V}_L) = \frac{1}{Vol} \sum(\Gamma_L h_L) \quad (18)$$

$$(e_L = e_{LS} + \frac{1}{2} \mathbf{V}_L^2 - \frac{1}{2} \omega^2 \mathbf{r}^2, h_L = e_L + P/\rho, Q_L = -Q_B, e_{LS}: \text{液相内部エネルギー})$$

となる。

3. 計算結果

2章で考案したモデルを用いて、数値解析コードを作成した。有限体積法により離散化を行いすべての物性値は計算領域の中心で評価した。液相の移流計算には完全気体の状態方程式を取り除いた2次精度風上 TVD スキームを使用した。これにより、完全気体だけでなく、液体の計算も可能となった。時間進行は4段階ルンゲクッタ法による2次精度陽解法を用いた。粘性項はソースタームとして評価し、壁面は粘着条件を採用した。離散化した計算領域は気泡よりも大きい必要がある。

このコードを検証するため、Simoneau & Hendricksが行った液体窒素などの極低温流体のキャビテーション遷移現象に関する実験と同様形状(図3)の先細末広ノズルを用いた3次元シミュレーションを行った。境界条件は表1に示す。

各断面により気泡位置が異なるため各物性値の分布に多少の違いが見られる。しかし、大局的な特性に違いは見られないため、図4に流路中心断面の計算結果のみを示す。ここでは、Case 1 の結果についてのみ示している。流体は左から右に流れる。

ボイド率の図より、キャビテーション気泡は先細部の壁面近傍で生成されスロート付近から末広部において成長していることがわかる。

マッハ数の図よりマッハ数がスロート付近で最大値をとることがわかる。スロート部では流速が早まるだけ

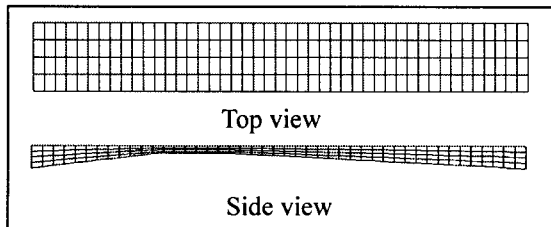
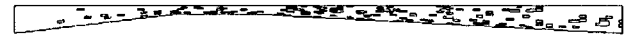


Fig.3 Grid for the Nozzle

Table 1 The boundary condition

	Case1	Case2	Case3
Total inlet temperature[K]	94.8	95.2	95.4
Total inlet pressure[MPa]	0.710	1.080	1.500
Back pressure[MPa]	0.405	0.595	0.525
Mass rate[g/s]	37.7	59.1	77.0



Void fraction Min=0.00 Max=0.488 interval=0.01 [%]

Mach number Min=0.00 Max=0.562 interval=0.01 [-]

Density Min=699 Max=742 interval=10 [kg/m³]

Pressure Min=0.00 Max=1.24 interval=0.5 [MPa]

Temperature Min=91.0 Max=98.1 interval=0.5 [K]

Fig.4 Profiles of each properties for Case 1

でなく気泡の成長によって音速が著しく低下している。

密度の図よりスロート入口に弱い膨張波が形成されていることがわかる。ここは、気泡が多数存在する領域と一致することから気泡の発生・成長による影響と考えられる。

静圧の図より、先細部では流速の高まりとともに(動圧の効果によって)、静圧が大きく低下することがわかる。スロート部においても粘性や気泡のスリップ運動の抵抗力による全圧低下の影響から、静圧はさらに低下する。これらの静圧低下によって液体の物性値がキャビテーション気泡発生条件を満たすと、気泡が発生する。気泡が発生すると気泡周辺の液体の状態が飽和状態に近づくために、発生した気泡周辺において圧力の変化を観察した。

静温の図より、気泡が多数発生・成長する領域では気化熱によると思われる静温の上昇がわかる。

Simoneau & Hendricksの実験結果と本数値解析コードを用いたシミュレーション結果の静圧分布の比較を図5に示す。○が Simoneau & Hendricksの実験結果、実線がシミュレーション結果である。横軸の位置が負の領域は先細部、0mm~9mm がスロート、9mm 以上が末広部である。流体は左から右に流れる。

Case 1~ Case 3 全てにおいて、実験結果とシミュレーション結果の良好な一致がみられる。ただし、P13と印された実験点(●で示す)だけが不一致の結果を与えた。この理由については、剥離や強力な渦の発生、または、センサーの不良による誤差などがあ

げられるが Simoneau & Hendricks の実験は可視化されていないため現時点ではどちらが原因なのか判断できない。そのため、可視化と圧力計測を同時に行う実験により確認する必要がある。P13 の点を除けば本数値シミュレーションは精度良く現象を捉えたとと言える。

4. 結論

サブクール極低温流体のキャビテーション遷移現象を解明する基礎として、NASA による実験結果が存在する先細末広ノズル流れを対象とする3次元シミュレーションを行った。

気相部分を分散した気泡として扱い、1個1個の気泡を認識・追跡する解析モデルを工夫した。そのため、気相の分散効果が表現できるだけでなく気液間の熱や質量の輸送を見積もることが可能となり精度が向上した。本解析モデルでは、気泡の運動を直接解析することにより計算機負荷が大きくなることを克服するため液相部分に連続体仮定を用いることで簡略化した。この結果、扱える気泡数万個程度、複雑流路内解析も可能となった。気泡を1個1個認識する方法により、気泡の発生と消滅についても取り扱えるようになった。以上の数値シミュレーションの結果、

- ① ノズル壁面静圧分布に良好に一致すること。
- ② ノズルの加速による静圧低下のために気泡数密度が増加しキャビテーション遷移にいたること。
- ③ 気泡近傍では飽和状態に近い状態になること。

など、現象を理解する上で重要な知見を得ることができた。

今後の課題は、可視化と圧力計測を同時に行う実験により流れ場の構造を確認すること、本モデルを進化させ精度を向上させ壁面の効果や気泡周辺の飽和度に関して発展させることが挙げられる。

そして、最終的には、インデューサなどの実際の流体機械の計算を行い、そこで発生するキャビテーションの解析に役立てることが期待されよう。

参考文献

- (1)Simoneau & Hendricks, Two-Phase Choked Flow of Cryogenic Fluids in Converging-Diverging Nozzle, 1979, NASA TP 1484
- (2)Akmandor & Nagashima, Predictions for Cryogenic Homogeneous Two-Phase Flows in a Choked Laval Nozzle, 1999, Journal of Thermophysics and Heat Transfer, AIAA, Vol.13, No.3, 355-363

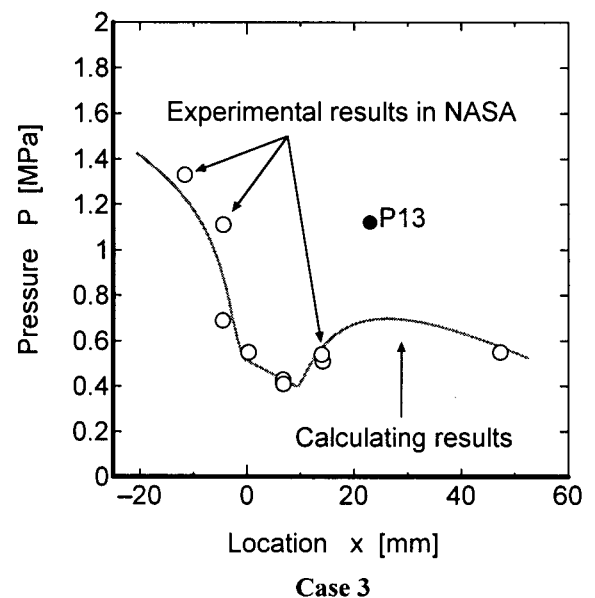
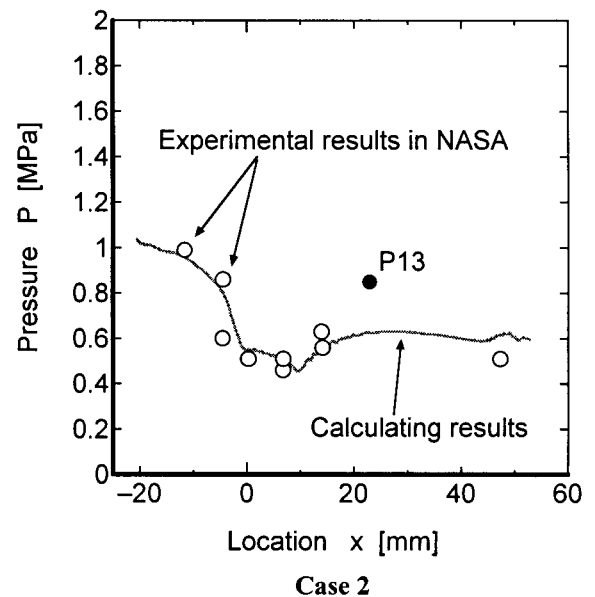
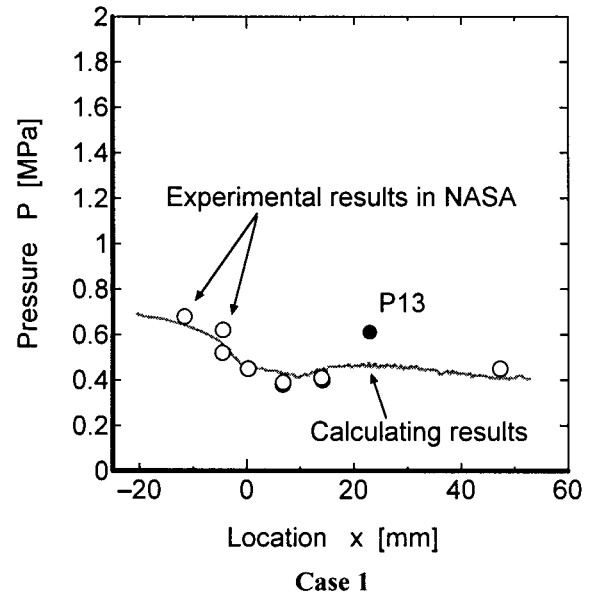


Fig.5 Experimental & Calculated result (Pressure with location)