

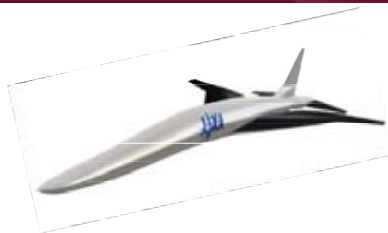


## 気球落下超音速飛行実験の飛行経路検討(その2) ～動的計画法による飛行経路最適化～

宮沢与和, 原田明德(九州大学)  
川口純一郎, 二宮哲次郎, 鈴木広一, 富田博史(JAXA)

平成23年12月9日

航空PG公募型研究報告会 JAXA調布



主要部は以下において公表

「動的計画法による飛行経路最適化とD-SEND#2への応用」  
第49回飛行機シンポジウム(金沢), 平成23年10月27日



## 発表の構成



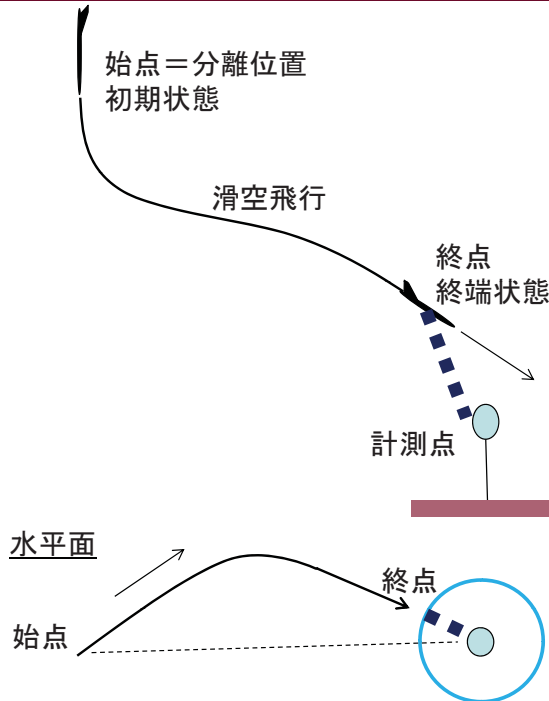
1. はじめに
  - D-SEND#2 気球落下超音速飛行実験
  - 最適制御による軌道設計 研究の目的と位置づけ
  - 最適制御の数値解法と動的計画法
2. 動的計画法による軌道の設計
  - 縦の軌道設計 (機体モデルと運動方程式)
  - 動的計画法の適用 状態空間の離散化
  - 制御変数が一つの場合の課題と解決方法
3. 解析結果の紹介
  - 縦の軌道設計 レンジ最大
  - 横の自由度を含めた軌道設計
4. まとめ



## はじめに 気球落下超音速飛行実験の経路設計

第49回飛行機シンポジウム

2



### 設計要求

計測点の上空において与えられたマッハ数・高度・(経路角)を飛行, 通過すること.

### 考慮すべき不確かさ

- 分離位置
- 風外乱, 大気条件の誤差
- 機体のモデル誤差
- 航法誘導制御誤差 . . .



## はじめに 最適制御による軌道的设计

航空PG公募型研究報告会

3



### 研究の目的

実験可能な機会を多く, かつ計測に成功する確率を高くすることを目的に飛行計画の作成を支援する最適制御解析ツールを提供する.

### D-SEND#2の実験における特徴

- 終端での飛行条件(位置, 高度, 速度, 経路角)が要求されている
- 分離位置が制御しにくい (気象条件に影響を受けやすい)
- 一発必中 (繰り返しの実験ができない)

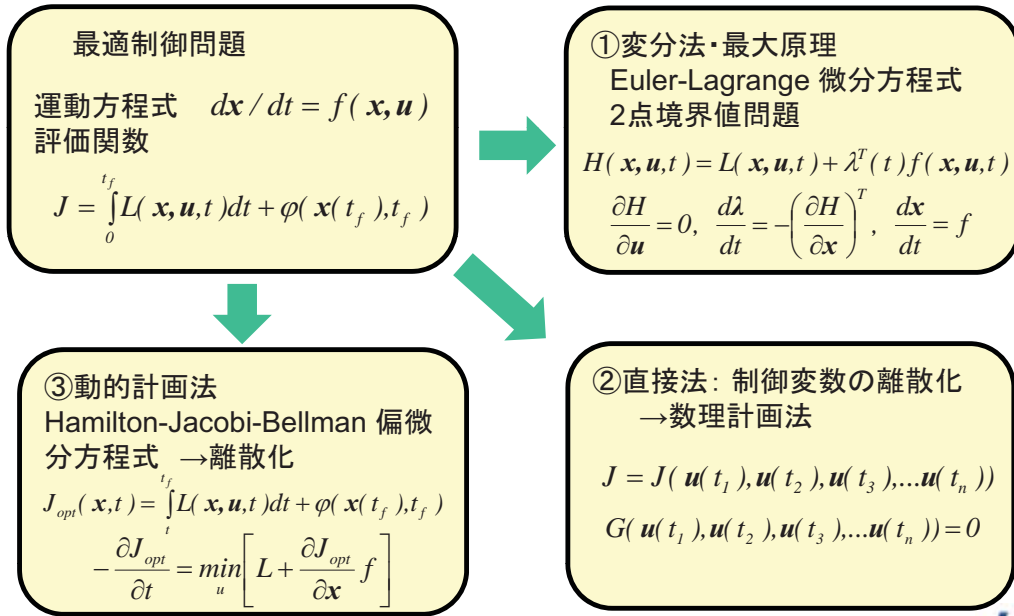
### 研究の背景と位置づけ

- 設計は広く解釈すれば最適化であるが, 多くのアプローチがあり, 最適制御問題の解を利用することもその1つである. 最適制御の数値解を容易に得られることが開発において重要
- 現場のニーズに対応した研究を大学が担い, 研究の多様性を確保



# 最適制御の数値解法

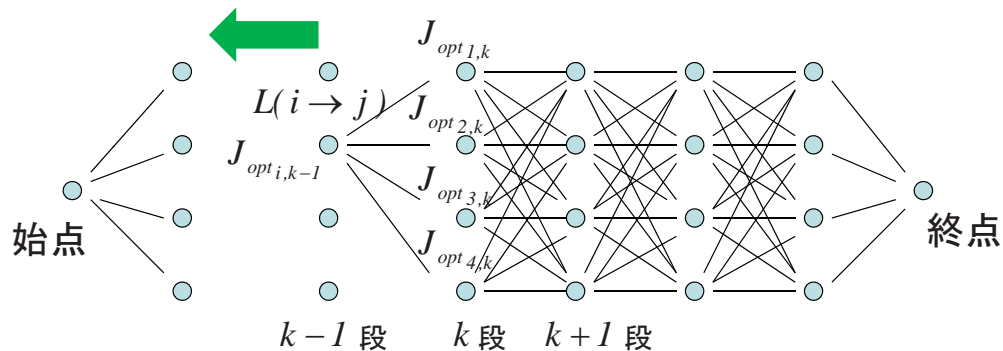
## 3つの代表的な解法



# 動的計画法



状態量を離散化し、状態量の遷移を多段階に分解し、全ての組み合わせのなかから最適な経路を求める。



$$J_{opt i, k-1} = \min_{j=1,4} [L(i \rightarrow j) + J_{opt j, k}]$$

N点/段, M段 のとき, 経路の計算:  $N^M \rightarrow N^2 \times M$



第49回飛行機シンポジウム 6

# 最適制御の数値解法

九州大学


手法	長所	短所
Euler-Lagrange 微分方程式の数値解	・高精度の解を得ることができる	・収束計算に困難さが伴い、問題に応じて工夫が必要。条件が変更した場合にも工夫が必要になる
数理計画法の応用	・種々の数理計画法が適用可能 非線形計画法, 滑降シンプレックス法, 遺伝的アルゴリズム等 ・プログラムが容易	・大域的最適解の保証が困難 ・収束計算に困難さが伴う
動的計画法	・大域的最適解が得られる ・状態変数や制御変数の不等式拘束条件の取り扱いが容易 ・収束を要する繰り返し計算がなく, 計算時間が事前に予測可能 ・離散化が確立すれば条件の変更に対して対応が容易。 =開発において扱いやすいツール	・「次元の呪い」次元が大きいと要する計算資源が膨大となる。 ・精度を確保するために離散化に工夫を要する場合がある ・状態変数と制御変数の数の差が大きい場合も計算が困難になる。 (本研究で解決策を提案)



航空PG公募型研究報告会 7

# 動的計画法による軌道設計

## D-SEND#2の縦の軌道最適化

九州大学

### D-SEND#2モデルによる質点の運動方程式

- 機体の特性: 重心位置を仮定し, トリム空力モデルデータを作成

$$C_{D_{trim}} = C_{D_0}(M) + K(M)(C_L - C_{L_0})^2 \quad M : \text{マッハ数}$$

- 姿勢の回転運動は瞬時に変更可能とし, 揚力係数(=迎え角)が制御変数

単調減少するエネルギー  $E^* = \frac{1}{2}V^2 + g_0 H_p$  を独立変数=次元と1つ減少

$$\frac{dV}{dt} = -g \sin \gamma - D/m$$

$$V \left( \frac{d\gamma}{dt} - \frac{V \cos \gamma}{R_0 + H} \right) = -g \cos \gamma + L/m$$

$$\frac{dH}{dt} = V \sin \gamma$$



$$\frac{dV}{dE^*} = \frac{1}{V} \left( 1 + \frac{mg \sin \gamma}{D} \right)$$

$$\frac{d\gamma}{dE^*} = \frac{mg \cos \gamma - L - \left( \frac{mV^2 \cos \gamma}{R_0 + H} \right)}{V^2 D}$$



# 動的計画法による軌道設計 到達距離最大の最適制御

航空PG公募型研究報告会

8



## D-SEND#2モデルによる質点の運動方程式

- 初期条件(経路角, 速度, 高度), 終端条件(高度, 速度)を与える

$$\gamma(t_o) = \gamma_o \quad V(t_o) = V_o \quad H(t_o) = H_o$$

$$V(t_f) = V_f \quad H(t_f) = H_f \quad (\gamma(t_f) = \gamma_f)$$

- レンジを評価関数とし, 到達距離最大問題を検討する

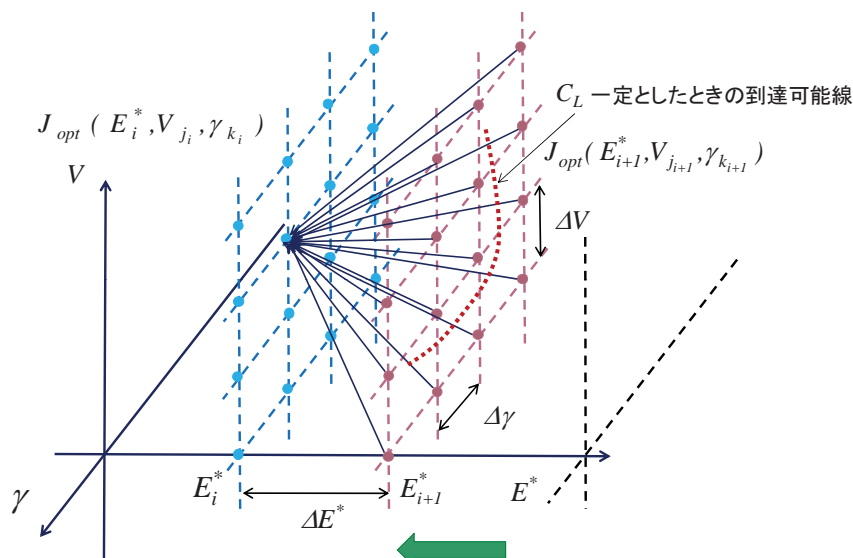
$$J = R_o \phi(t_f) = \int_{E_f}^{E_o} \frac{\cos \gamma}{1 + H/R_o} \cdot \frac{m}{D} dE^*$$



# 格子状に離散化して最適化 人工的な制御変数の追加

航空PG公募型研究報告会

9



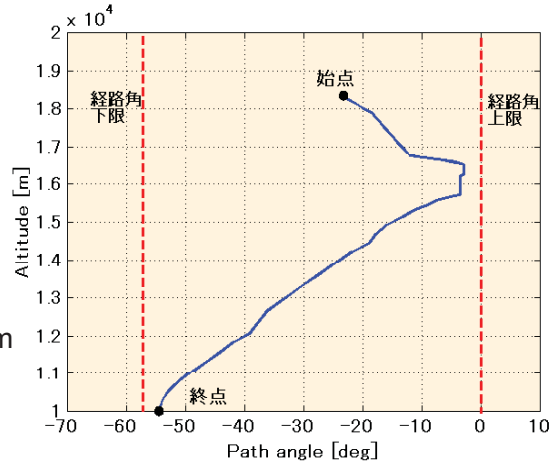
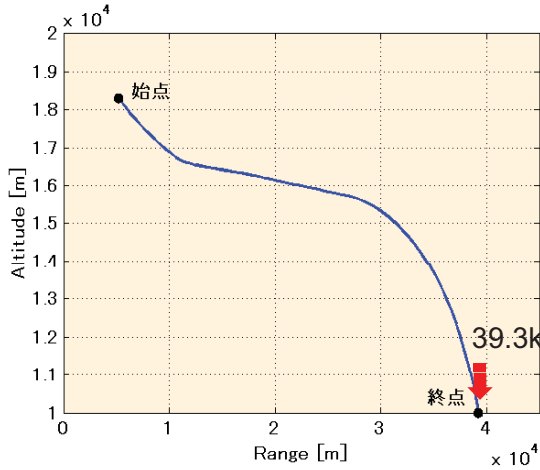
$$J_{opt}(E_i^*, V_{j_i}, \gamma_{k_j}) = \max_{V_{j_i} \rightarrow V_{j_{i+1}}, \gamma_{k_j} \rightarrow \gamma_{k_{i+1}}} \{ \Delta J(V, \gamma, \Delta E^*) + J_{opt}(E_{i+1}^*, V_{j_{i+1}}, \gamma_{k_{i+1}}) \}$$



到達距離(レンジ)最大の最適解  
 高度・経路角の履歴

航空PG公募型研究報告会 10

九州大学



最適制御の初期条件: 高度31kmより分離, CL=0.8を保持し, 0.4rad(22.9度) 経路角が到達した時点(高度18.3km, 速度374m/s, レンジ5.6km)を初期状態  
 最適制御の終端条件: 高度10km, 速度400m/s

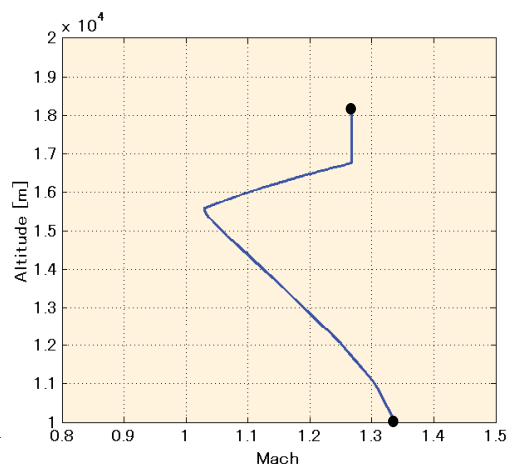
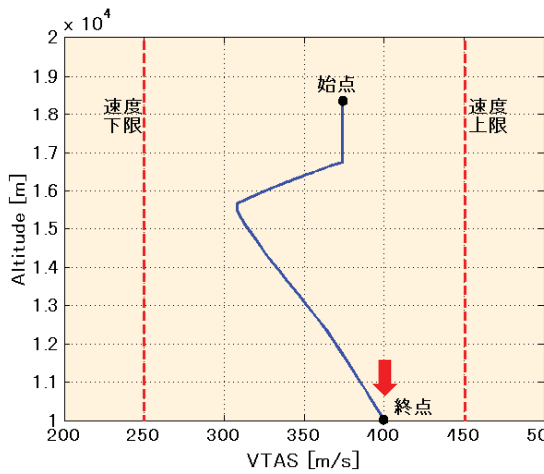
離散化: 経路角100分割, 速度100分割, エネルギー74分割



到達距離(レンジ)最大の最適解  
 速度の履歴

航空PG公募型研究報告会 11

九州大学



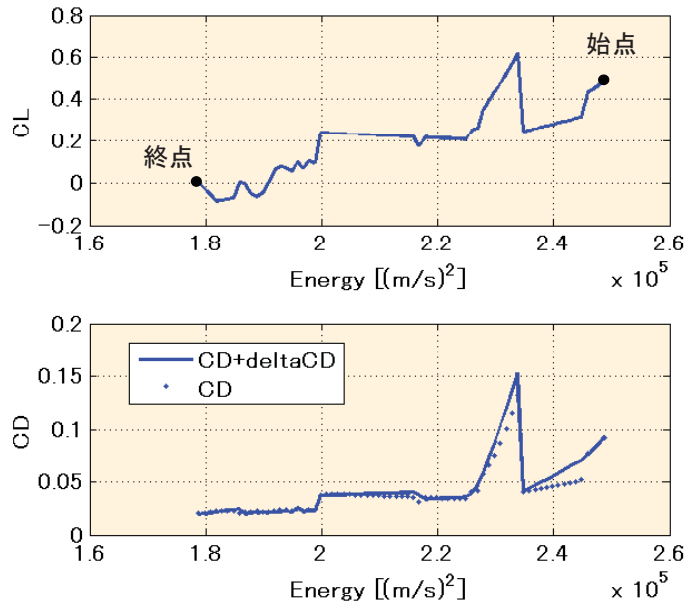
全行程で超音速



## 到達距離(レンジ)最大の最適解 擬似抵抗増(離散化誤差)の大きさ

航空PG公募型研究報告会

12



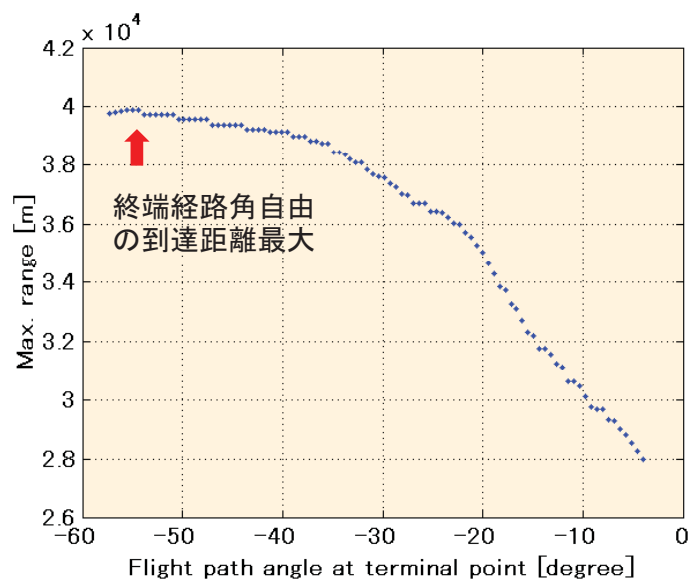
人工的な抵抗増(deltaCD)は、保守的な評価を導く

## 到達距離(レンジ)最大の最適解

航空PG公募型研究報告会

13

### 終端で経路角を指定した場合の最大到達距離



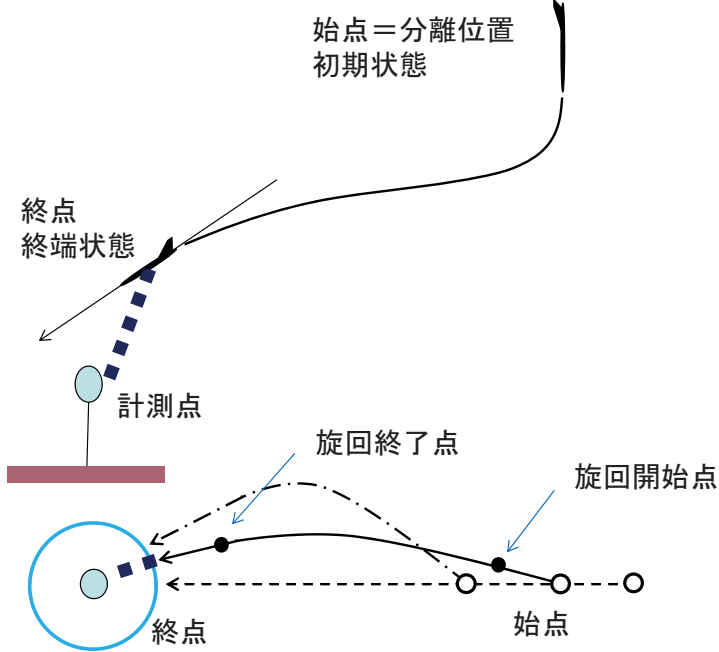
経路角を指定することにより到達距離は短縮するが、ある程度は許容可能



# 横の自由度を用いたレンジ調節

航空PG公募型研究報告会 14

九州大学



# 運動方程式と評価関数

航空PG公募型研究報告会 15

九州大学

状態変数は縦と同じ

## 運動方程式

$$\frac{dV}{dE^*} = \frac{1}{V} \left( 1 + \frac{mg \sin \gamma}{D} \right)$$

$$\frac{d\gamma}{dE^*} = \frac{mg \cos \gamma - L \cos \sigma - \left( \frac{mV^2 \cos \gamma}{R_o + h} \right)}{V^2 D}$$

$\sigma$ : バンク角  
追加された制御変数

評価関数: 飛行距離 + 方位角の変化量 両者を最大化

$$J = \int_{E_o^*}^{E_f^*} \frac{d\phi}{dE^*} dE^* + a \int_{E_1^*}^{E_2^*} \frac{d\psi}{dE^*} dE^* = \int_{E_o^*}^{E_f^*} \frac{d\phi}{dE^*} dE^* + a(\psi(E_2^*) - \psi(E_1^*))$$

$$\frac{d\phi}{dE^*} = -\frac{\cos \gamma}{R_o + h} \left( \frac{m}{D} \right), \quad \frac{d\psi}{dE^*} = -\frac{L}{D V^2} \frac{\sin \sigma}{\cos \gamma}$$

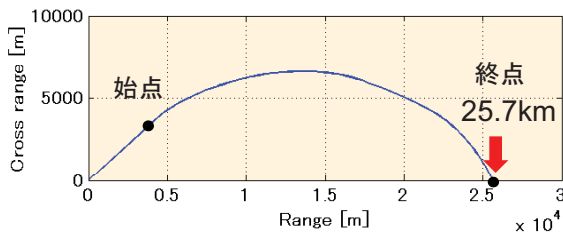
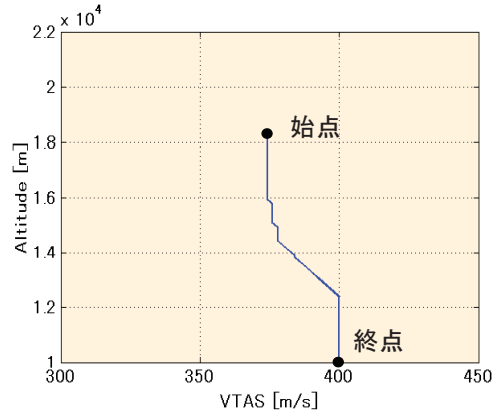
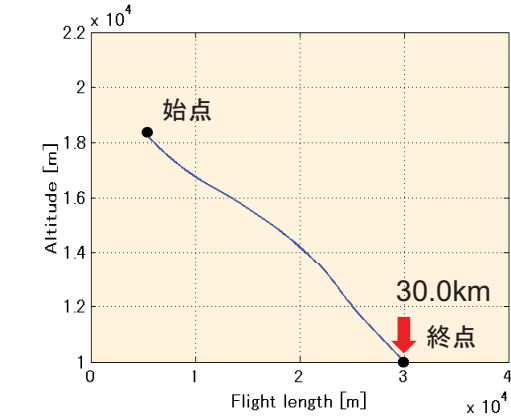


# 横の自由度を使った飛行経路

飛行距離と方位角変化を考慮 解析の一例

航空PG公募型研究報告会

16



最適制御の初期条件および終端条件, 分割数は, 最大レンジと同様

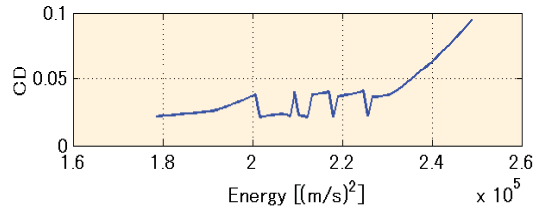
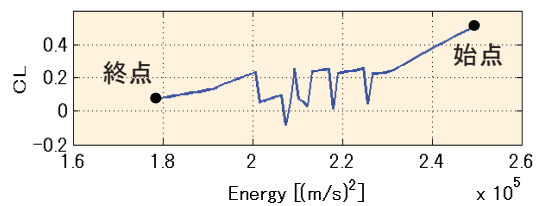
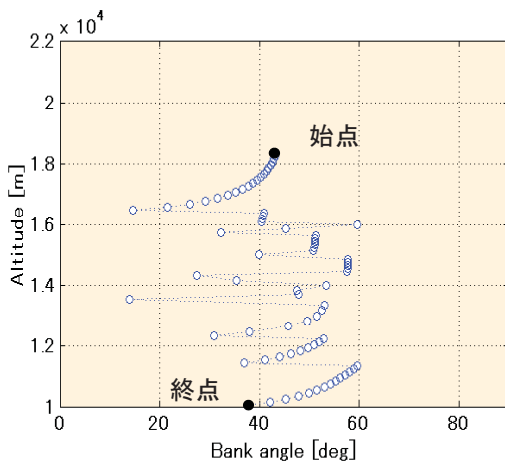
- ・飛行距離は30.0kmに短縮
- ・分離位置と目標点の直距離は25.7kmに短縮 (最大レンジにおいて39.3km)
- ・方位角の変化は102.8度

# 横の自由度を使った飛行経路

飛行距離と方位角変化を考慮 解析野一例 続き

航空PG公募型研究報告会

17



制御変数(バンク角, 揚力係数)

## まとめ



- 経路設計は種々の誤差要因を考慮して必要かつ十分な余裕を与えることが重要である。分離可能エリアを広げるために余裕を最大とする必要がある。
- 開発において最適化のツールは、補助的な手段であり、使いやすさが重要である。動的計画法には以下の長所があり、設計現場において有効なツールとなる可能性がある。
  - 解を得るための計算量が確定的であり、予め分かること
  - 風、機体モデル、初期状態、評価方法の変更に対して容易に対応することができること
- D-SEND#2の開発支援ツールを作成、有効な結果が得られた
  - 制御変数が少ない場合でも粗い格子が可能な方法を提案した
  - レンジ最大の最適解を容易に導くことができた
  - 効率の良い旋回飛行を行ってレンジを調節する飛行を導いた

