

遷音速タービン翼間流れ三次元解析

小 屋 雅 彦* 小 竹 進**

Numerical Analysis of Fully Three-Dimensional Flow in Transonic Turbine Cascades

Masahiko KOYA and Susumu KOTAKE

ABSTRACT

In order to calculate higher subsonic or transonic flows in highly three-dimensionally twisted turbine blade cascades, the finite volume integral method of solving the governing equations is implemented for the treatment of boundary conditions and the discretization scheme.

The scheme developed here reduces the discretization error associated with the distorted grid configuration of highly three-dimensional blades. With the developed method, flows in three typical turbine blade cascades have been calculated.

The present scheme can be applied to a fully three-dimensional flow through complete turbine stages.

1. 序 論

タービン翼列を通過する遷音速流れあるいは高亜音速流れを数値解析する目的で、時間変化項を含む質量、運動量およびエネルギー式を直接時間と空間について積分し、各有限体積内で各保存則が満たされる計算法についての研究が近年盛んに進められ、タービン翼間流れに適用されている。¹⁾⁻⁵⁾ しかしながら、実機のタービン翼列は二次流れを抑制する空力設計法の進歩とともにその形状は三次元的なねじれが強くなり、かつその流れは高亜音速から遷音速域であるにもかかわらず、上記計算法の適用は低亜音速流れかあるいは三次元的なねじれの弱い翼列内の流れに限られている。

三次元的なねじれの強い遷音速タービン翼列内の

流れの数値解析においては、解の収束性と計算精度上、翼面境界条件と格子点の設定に特別の考慮が必要である。ここでは、流れの変化の激しい翼前縁部および後縁部において微小距離だけ離れた2点を想定し、流束の連続性および翼面境界条件を共に満足させる特別な取扱いを行い、解の収束性・精度を高めた。また、有限体積側面内の格子点における半径方向および周方向ベクトルの向きが有限体積中心点での向きと異なることにより、体積積分についての離散化において発生する誤差を抑制するために新たに補正項を加えた。

本計算法の確立により、従来不可能であった強いねじれ形状を有する三次元遷音速タービン翼間内の流れの数値解析が新たに可能となった。

本計算法の適用例として、最新のジェットエンジン用高圧タービンの静翼および動翼内の流れを選び、三次元的な速度ベクトル場および静圧場について考察を行った。

* 石川島播磨重工業株式会社

** 東京大学工学部

記号

Ca	: 軸コード長 m
e	: 内部エネルギー
p	: 圧力 N/m^2
R_r	: ロータルピー
r	: 半径方向座標
T	: 温度 K
t	: 時間 s
w	: 速度 m/s
x	: 軸方向座標
α	: 上流境界での半径方向流入角
β	: 上流境界での周方向流入角
θ	: 周方向座標
K	: 比熱比
ρ	: 密度 kg/m^3
Ω	: 角速度
Δt	: 時間幅

添字

i	: 軸方向指数
j	: 半径方向指数
k	: 周方向指数
o	: 澁み点条件
t	: 時間
x	: 軸方向成分
r	: 半径方向成分
θ	: 周方向成分

2. 基礎式

2.1 基礎式

三次元非粘性流れについての基礎式を翼に固定した円筒座標系で表すと、

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \rho \\ \rho w_x \\ \rho w_r \\ \rho r w_\theta \\ \rho R_r - P \end{bmatrix} + \frac{\partial}{\partial x} \begin{bmatrix} \rho w_x \\ \rho w_x^2 + P \\ \rho w_r w_x \\ \rho r w_\theta w_x \\ \rho w_x R_r \end{bmatrix}$$

$$+ \frac{\partial}{r \partial \theta} \begin{bmatrix} \rho w_\theta \\ \rho w_x w_\theta \\ \rho w_r w_\theta \\ \rho r w_\theta^2 + rP \\ \rho w_\theta R_r \end{bmatrix} + \frac{\partial}{r \partial r} \begin{bmatrix} \rho r w_r \\ \rho r w_x w_r \\ \rho r w_r^2 + rP \\ \rho r^2 w_\theta w_r \\ \rho r w_r R_r \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -2\rho r w_r \Omega \\ 0 \end{bmatrix} = 0 \quad (1)$$

である。ここに、

$$R_r = e + \frac{P}{\rho} + \frac{w^2}{2} - \frac{r^2 \Omega^2}{2}$$

また、状態方程式は

$$P = \rho(K-1) \left(R_r - \frac{P}{\rho} - \frac{w^2}{2} + \frac{r^2 \Omega^2}{2} \right), \quad (2)$$

となる。熱の出入りのない非粘性流に対しては、エネルギー式はその解として全温一定の条件で与えられる。

2.2 格子点作成

計算領域は1ピッチの翼間で構成され、それぞれ翼列上流側、下流側に翼弦線方向に拡張される。計算領域は x, r および θ 方向の面によって六面体の有限体積体の集合に分割される。軸方向の面は境界条件の指定により任意の不等間隔に分割され、半径方向の面は等間隔分割であるが、内側壁面および外側壁面近傍ではその間隔を半分になっている。周方向の面は翼間1ピッチ間を等間隔分割しているが、境界近傍では同様にその間隔は半分にしてある。格子形状概要を図1に示す。翼形状の三次元的な強いねじれを反映し、得られる有限体積体はねじれた六面体となる。格子点作成に用いられる翼座標は空力翼設計プログラムによるディスクファイルを介して与えられる。

2.3 有限体積法による離散化

基礎式は有限の時間及び体積について積分され、離散化される。空間微分項の体積積分は有限体積体の6面についての面積分により表すことができ、面積分値は各面上における状態量(速度・圧力など)

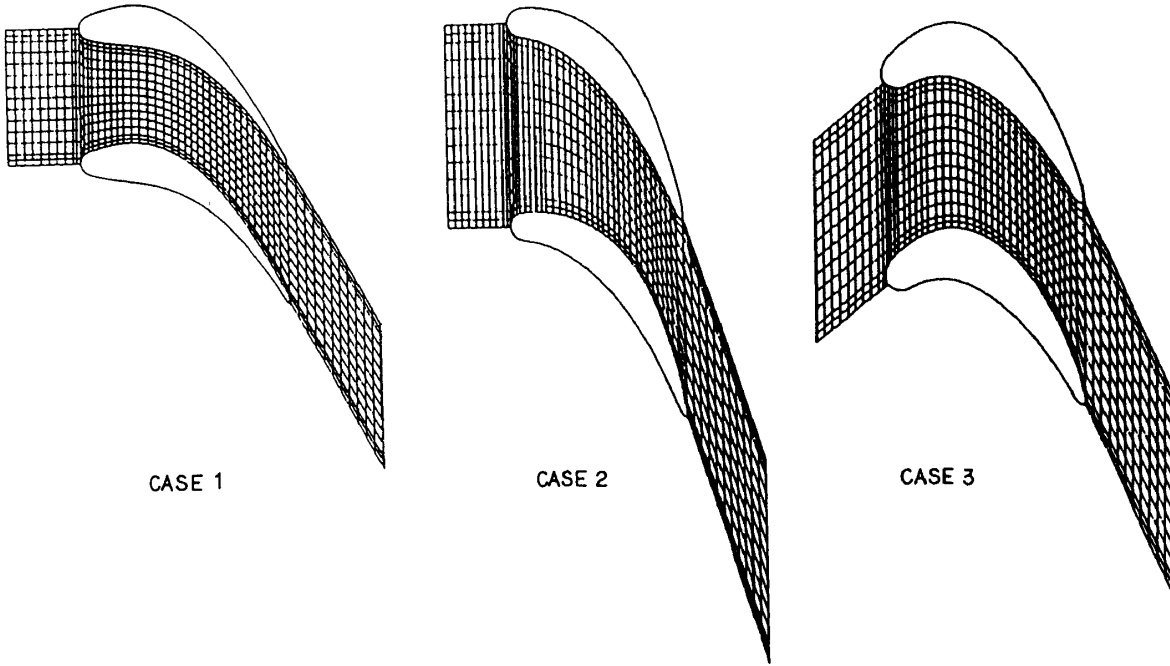


図1 Grid configuration

の値が一定であると仮定することにより、つぎの式(3)~(5)が得られる。

$$\iint \frac{\partial F}{\partial x} dv dt = \Delta t \{ F_{i+1,j,k} S_{xxi+1,j,k} - F_{i-1,j,k} S_{xxi-1,j,k} - F_{i,j+1,k} S_{rxi,j+1,k} + F_{i,j-1,k} S_{rxi,j-1,k} - F_{i,j,k+1} S_{txi,j,k+1} + F_{i,j,k-1} S_{txi,j,k-1} \} \quad (3)$$

$$\iint \frac{\partial F}{r \partial \theta} dv dt = \Delta t \{ F_{i,j,k+1} S_{tti,j,k+1} \cos(\theta_{i,j,k+1} - \theta_{i,j,k}) - F_{i,j,k-1} S_{tti,j,k-1} \cos(\theta_{i,j,k} - \theta_{i,j,k-1}) \} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \iint \frac{\partial F}{\partial r} dv dt = \Delta t \{ & F_{i,j+1,k} S_{rri,j+1,k} \cos(\theta_{i,j+1,k} - \theta_{i,j,k}) - F_{i,j-1,k} S_{rri,j-1,k} \cos(\theta_{i,j,k} - \theta_{i,j-1,k}) \\ & - F_{i+1,j,k} S_{xri+1,j,k} \cos(\theta_{i+1,j,k} - \theta_{i,j,k}) + F_{i-1,j,k} S_{xri-1,j,k} S_{xri-1,j,k} \cos(\theta_{i,j,k} - \theta_{i-1,j,k}) \\ & - F_{i,j,k+1} S_{tri,j,k+1} \cos(\theta_{i,j,k+1} - \theta_{i,j,k}) + F_{i,j,k-1} S_{tri,j,k-1} \cos(\theta_{i,j,k} - \theta_{i,j,k-1}) \\ & - F_{i,j,k-1} S_{tti,j,k-1} \sin(\theta_{i,j,k-1} - \theta_{i,j,k}) - F_{i,j,k-1} S_{tti,j,k-1} \sin(\theta_{i,j,k} - \theta_{i,j,k-1}) \} \quad (5) \end{aligned}$$

各点における投影面積成分はその点を中心とし有限体積体を構成する27点の格子点の座標値を用いて幾何学的計算により求められる。これらの投影面積成分値はそのベクトル和が閉じる。

時間微分項の積分は

$$\begin{aligned} \iint \frac{\partial F}{\partial t} dt dv = & \Delta v_{i,j,k} \left[F_{i,j,k}^{t+\Delta t} - (1-\epsilon) F_{i,j,k}^t \right. \\ & - \epsilon \left\{ F_{i-1,j,k}^t + (\mathbf{x}_{i,j,k} - \mathbf{x}_{i-1,j,k}) \right. \\ & \cdot \left(\frac{F_{i+1,j,k}^t}{\mathbf{x}_{i+1,j,k} - \mathbf{x}_{i,j,k}} + \frac{F_{i,j+1,k}^t}{r_{i,j+1} - r_{i,j}} \right. \\ & \left. \left. + \frac{F_{i,j-1,k}^t}{r_{i,j} - r_{i,j-1}} + \frac{F_{i,j,k-1}^t}{r_{i,j}(\theta_{i,j,k+1} - \theta_{i,j,k})} \right) \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \left. + \frac{F_{i,j,k-1}^t}{r_{i,j}(\theta_{i,j,k} - \theta_{i,j,k-1})} \right) \} / \\ & \left(1 + \frac{\mathbf{x}_{i,j,k} - \mathbf{x}_{i-1,j,k}}{\mathbf{x}_{i+1,j,k} - \mathbf{x}_{i,j,k}} + \frac{\mathbf{x}_{i,j,k} - \mathbf{x}_{i-1,j,k}}{r_{i,j+1} - r_{i,j}} \right. \\ & \left. + \frac{\mathbf{x}_{i,j,k} - \mathbf{x}_{i-1,j,k}}{r_{i,j} - r_{i,j-1}} + \frac{\mathbf{x}_{i,j,k} - \mathbf{x}_{i-1,j,k}}{r_{i,j}(\theta_{i,j,k+1} - \theta_{i,j,k})} \right. \\ & \left. + \frac{\mathbf{x}_{i,j,k} - \mathbf{x}_{i-1,j,k}}{r_{i,j}(\theta_{i,j,k} - \theta_{i,j,k-1})} \right) \end{aligned}$$

となる。ここに ϵ は人工粘性係数であり、解を安定させるために必要であるが全圧損失をもたらすので可能なかぎり小さい値が望ましい。上述の計算法では $\epsilon = 0.1$ を用いた。時間増分幅は解の安定条件

$$\Delta t < \frac{1}{\sqrt{3}} \left(\frac{\Delta x}{a + w_x} \right)_{\min}$$

を満たすように選ぶ必要がある。

3. 境界条件

3.1 上流境界条件

上流境界値として、全圧 P_0 、全温 T_0 、半径方向流入角 α 、周方向流入角 β が与えられる。

3.2 下流境界条件

下流境界では静圧 P_0 が与えられる。

3.3 翼面境界条件

固体壁ではそれを横切る質量、運動量及びエネルギーの流束は存在しない条件を課す。翼表面での各状態量値は隣接する3点での値を用いて二次関数近似により求められる。翼表面での速度は外挿により得られた速度を翼表面上に投影し、その翼表面に平行な速度成分のみ再び各座標軸方向に投影して軸方向、半径方向及び周方向成分の値を与える。また、翼前

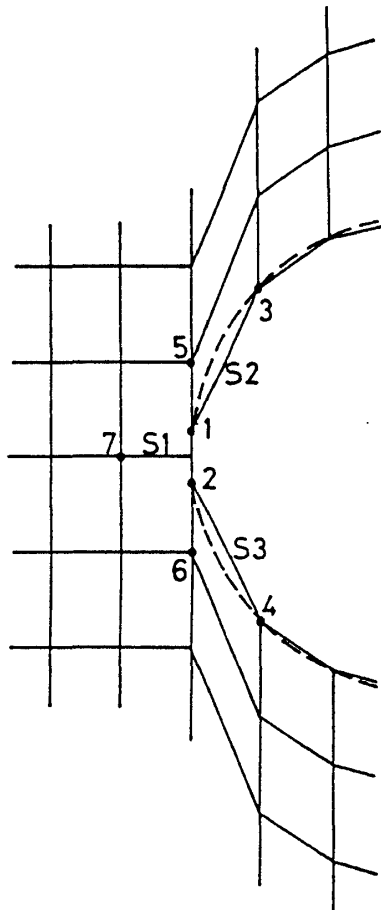


図2 Leading and trailing edge discretization

縁部では流れの変化が特に大きいために特別な取扱いが必要とされる。ここでは図2に示すように前縁端を点1と点2に分けて考える。点1、点2における各状態量はそれぞれ隣接する3点での値を用いて二次関数近似により求められる。速度を除く状態量については点1、点2における値の平均値を点1、点2における値とする。速度については点1、点2各々における値の平均値を点1、点2における値とする。速度については点1、点2各々について外挿により得られた値を翼表面における取扱いと同様に投影、再投影することによって、点1での速度は面S2に沿い点2での速度は面S3に沿うようにする。いま、状態量の値を $F3$ とする時、面S1及び面S2を通る流束、面S1及び面S3を通る流束はそれぞれ、

$$\left(\frac{2F_7 + F_1 + F_2}{4} \cdot \text{Area S1} + F_1 \cdot \text{Area S2} \right)_i,$$

$$\left(\frac{2F_7 + F_1 + F_2}{4} \cdot \text{Area S1} + F_2 \cdot \text{Area S3} \right)_i$$

で与えられる。これらの翼表面境界条件の取扱いにより離散化に伴う誤差を減少させることができた。

3.4 周期境界条件

翼表面を除く周期境界では1ピッチ毎に周期性を仮定する。

3.5 初期値

初期値を設定するために、格子点全体でマッハ数分布を入力として与えた。この場合、温度・圧力は全温・全圧の保存よりきまるので全ての初期値が容易に与えられる。しかし、最初に仮定される初期値の良否が解の収束性に与える影響が大きいため質量保存則をほぼ満たす繰返し数100回程程度の解の速度場を用いて初期値の再設定を行った方が収束性が良い。

4. 計算例

上記計算法をタービン実機翼に適用した例を示す。対象とした翼はタービンの静翼および動翼であり、それぞれケース1、ケース2、ケース3とする。翼諸元および流れ場の概要を表1に示す。本計算に用

表1 Dimensional and flow data of the blade row.

		Case 1	Case 2	Case 3
chord (mm)	hub	118.3	71.4	33.9
	mean	122.9	81.3	34.0
	tip	123.0	83.6	35.6
maximum thickness (mm)	hub	21.1	10.9	8.4
	mean	20.6	11.6	7.7
	tip	20.7	13.3	6.4
chord/pitch	hub	1.96	1.20	1.22
	mean	1.69	1.29	1.13
	tip	1.47	1.25	1.11
stagger angle (deg)	hub	38.0	53.0	33.5
	mean	41.0	54.0	37.8
	tip	39.5	49.6	44.0
span height (mm)	inlet	74.4	69.0	45.0
	outlet	120.4	44.0	45.0
inlet total pressure (N/m ²)		2.17x10 ⁵	9.36x10 ⁵	6.30x10 ⁵
inlet total temperature (K)		900.0	1300.0	1150.0
inlet tangential flow angle (deg)	hub	0.0	0.0	46.0
	mean	0.0	0.0	46.0
	tip	0.0	0.0	31.0
inlet radial flow angle (deg)	hub	0.0	18.9	0.0
	mean	0.0	4.0	0.0
	tip	0.0	-10.9	0.0
outlet static pressure (N/m ²)	hub	1.55x10 ⁵	5.05x10 ⁵	4.27x10 ⁵
	mean	1.62x10 ⁵	5.04x10 ⁵	4.06x10 ⁵
	tip	1.75x10 ⁵	5.34x10 ⁵	4.18x10 ⁵
inlet mach number		0.35	0.21	0.35
outlet mach number		0.65	1.05	0.82

いられた格子点数は54(軸方向)×17(半径方向)×15(周方向), 記憶容量は2.3MBであり, FACOM380を用いると1格子, 1繰返し当たりのCPU時間は 6×10^{-4} sである。既述のように収束性の良い初期値を設定することにより, 繰返し数約500回で収束解が得られる。計算結果の精度の検討例として流量を考えると, 上流境界面と下流境界面を通る流量の差は1%以下である。

ケース1では増速比が小さくアスペクト比が小さい静翼内の流れを, ケース2では増速比が大きくアスペクト比が小さい静翼内の流れを, ケース3では動翼内の流れを考える。計算結果を図3~6に示す。図3には4.7%スパン高さ位置における r 面内の速度ベクトル線図を示す。各線分は r 面内の速度の向きと大きさを表現している。図4には, 7%, 47%および93%スパン高さにおける翼面静圧分布を

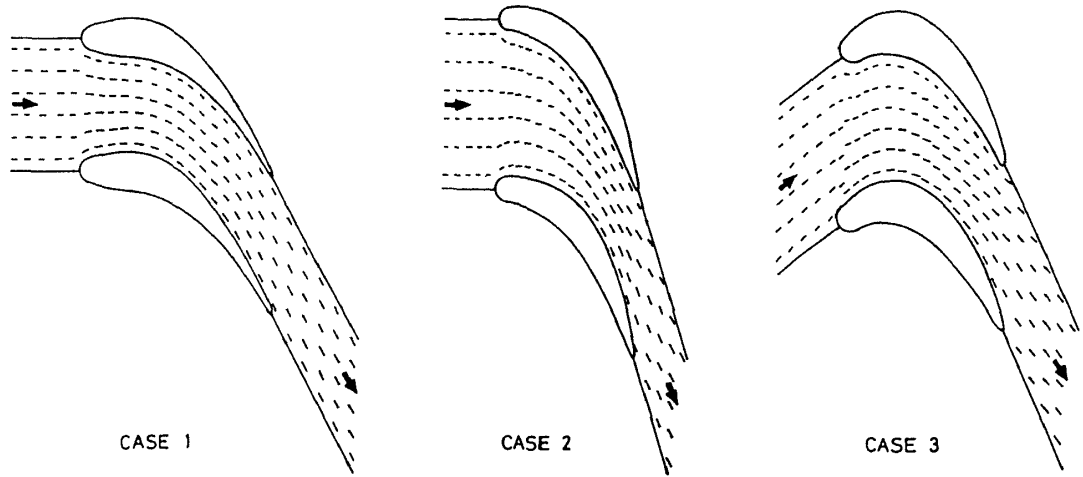
図5には7%, 47%および93%スパン高さにおける r 面内の静圧分布を示す。また, 図6には x/Ca の60, 90, 128%位置における x 面での静圧分布を示す。なお図5および図6中における1から10までの数字はその面内における最大圧力, 最小圧力を各々 P_{max} , P_{min} とするとき

$$10(P - P_{min}) / (P_{max} - P_{min})$$

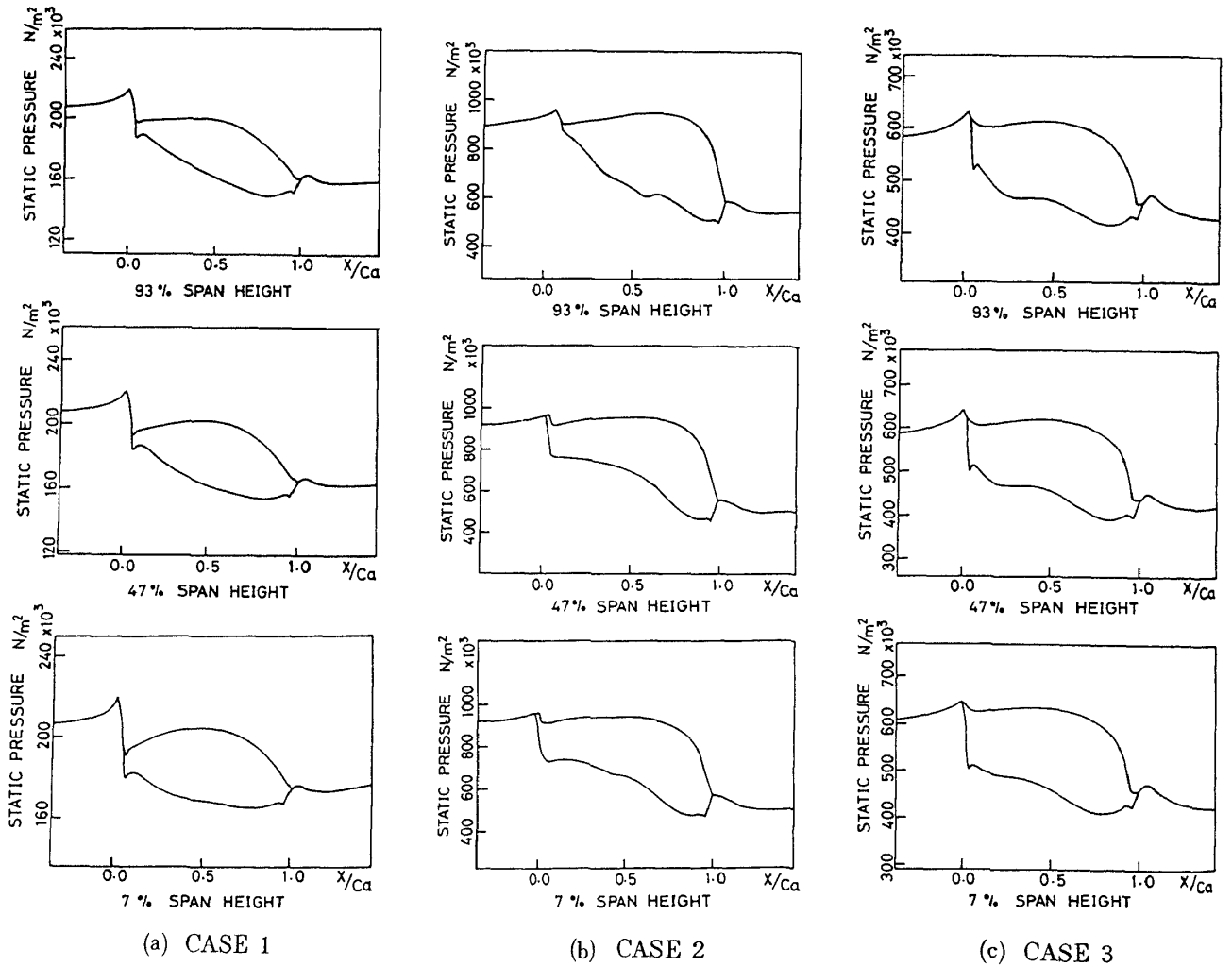
を表している。また, 図6におけるP.S., S.S.はそれぞれ腹側翼面, 背側翼面を表す。

5. 結 論

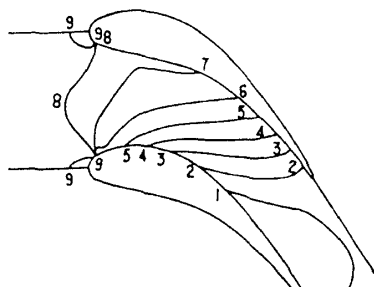
三次元的なねじれの強い形状を有するタービン翼列を通過する遷音速流れを数値解析するために, 時間変化項を含む質量, 運動量およびエネルギー式を直接時間と空間について積分し, 各有限体積内で各保存則が満たされる計算法について下記の改良を加え,



☒ 3 Velocity vector diagram at 47% span height

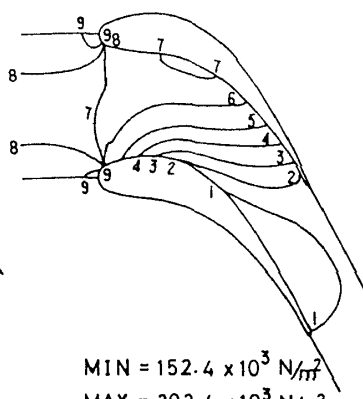


☒ 4 Pressure distributions on blade surface



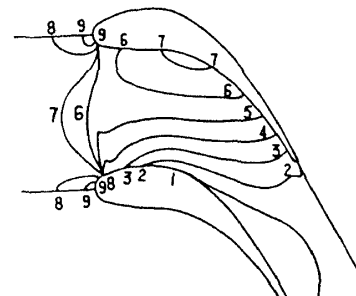
MIN = $147.2 \times 10^3 \text{ N/m}^2$
 MAX = $221.8 \times 10^3 \text{ N/m}^2$

7% SPAN HEIGHT



MIN = $152.4 \times 10^3 \text{ N/m}^2$
 MAX = $202.4 \times 10^3 \text{ N/m}^2$

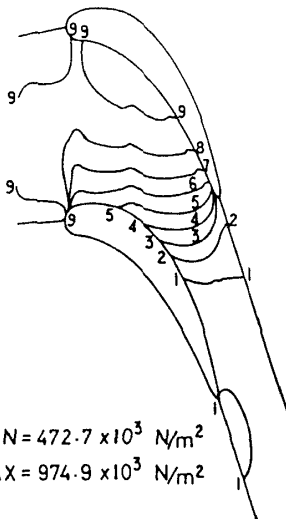
47% SPAN HEIGHT



MIN = $163.6 \times 10^3 \text{ N/m}^2$
 MAX = $177.5 \times 10^3 \text{ N/m}^2$

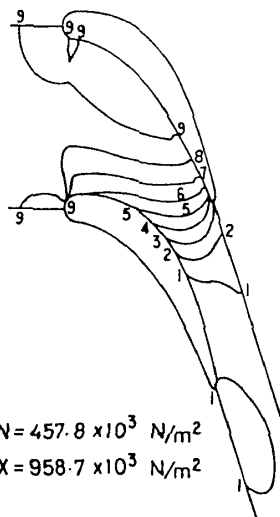
93% SPAN HEIGHT

(a) CASE 1



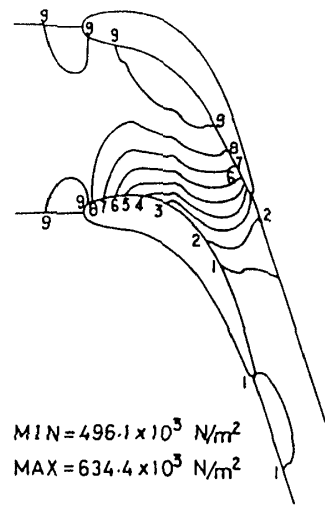
MIN = $472.7 \times 10^3 \text{ N/m}^2$
 MAX = $974.9 \times 10^3 \text{ N/m}^2$

7% SPAN HEIGHT



MIN = $457.8 \times 10^3 \text{ N/m}^2$
 MAX = $958.7 \times 10^3 \text{ N/m}^2$

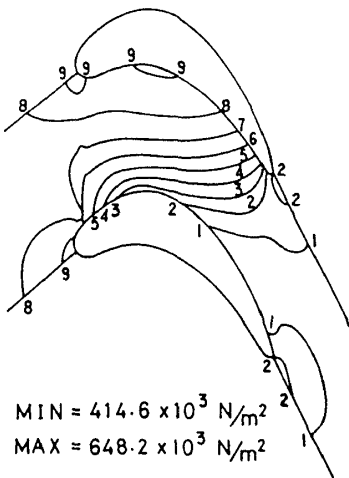
47% SPAN HEIGHT



MIN = $496.1 \times 10^3 \text{ N/m}^2$
 MAX = $634.4 \times 10^3 \text{ N/m}^2$

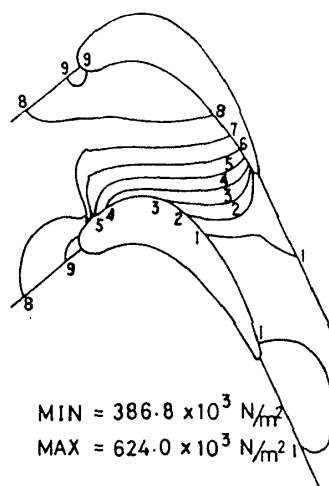
93% SPAN HEIGHT

(b) CASE 2



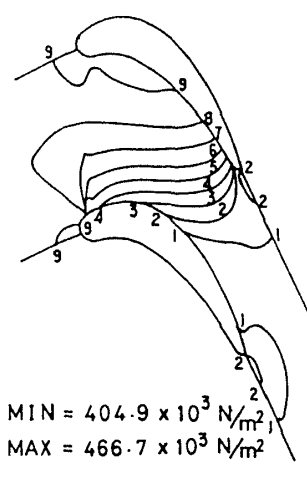
MIN = $414.6 \times 10^3 \text{ N/m}^2$
 MAX = $648.2 \times 10^3 \text{ N/m}^2$

7% SPAN HEIGHT



MIN = $386.8 \times 10^3 \text{ N/m}^2$
 MAX = $624.0 \times 10^3 \text{ N/m}^2$

47% SPAN HEIGHT

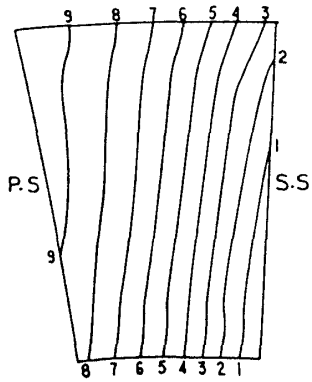


MIN = $404.9 \times 10^3 \text{ N/m}^2$
 MAX = $466.7 \times 10^3 \text{ N/m}^2$

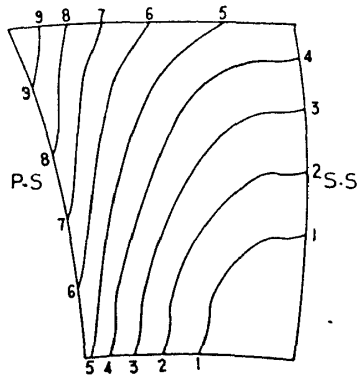
93% SPAN HEIGHT

(c) CASE 3

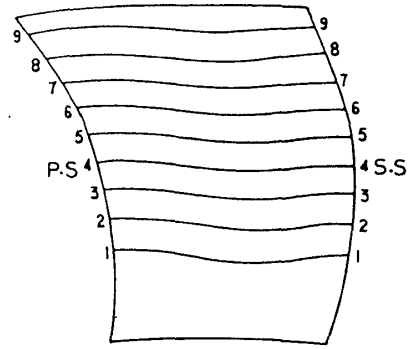
図5 Pressure contours in the radial surface



MAX = $202 \times 10^3 \text{ N/m}^2$
 MIN = $154 \times 10^3 \text{ N/m}^2$
 $X/Ca = 0.60$

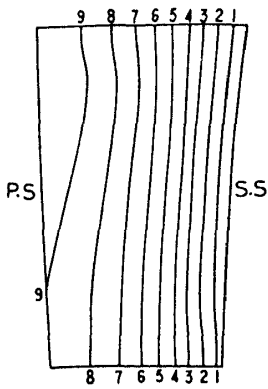


MAX = $186 \times 10^3 \text{ N/m}^2$
 MIN = $149 \times 10^3 \text{ N/m}^2$
 $X/Ca = 0.90$

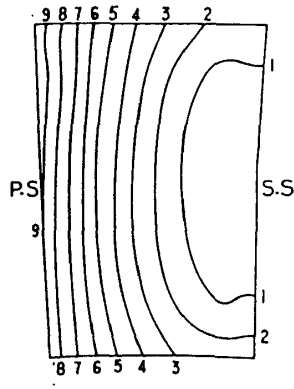


MAX = $174 \times 10^3 \text{ N/m}^2$
 MIN = $154 \times 10^3 \text{ N/m}^2$
 $X/Ca = 1.28$

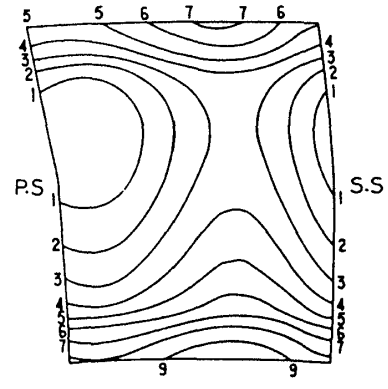
(a) CASE 1



MAX = $624 \times 10^3 \text{ N/m}^2$
 MIN = $431 \times 10^3 \text{ N/m}^2$
 $X/Ca = 0.60$

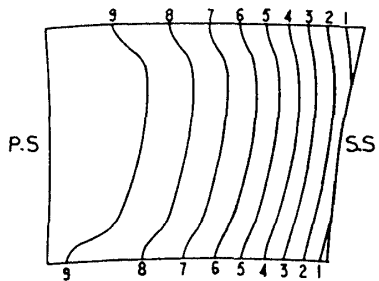


MAX = $543 \times 10^3 \text{ N/m}^2$
 MIN = $389 \times 10^3 \text{ N/m}^2$
 $X/Ca = 0.90$

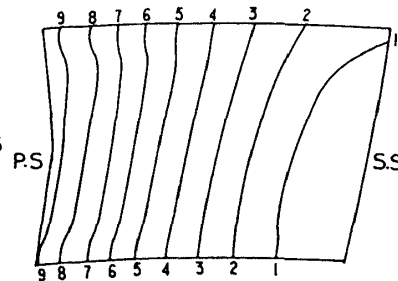


MAX = $436 \times 10^3 \text{ N/m}^2$
 MIN = $406 \times 10^3 \text{ N/m}^2$
 $X/Ca = 1.28$

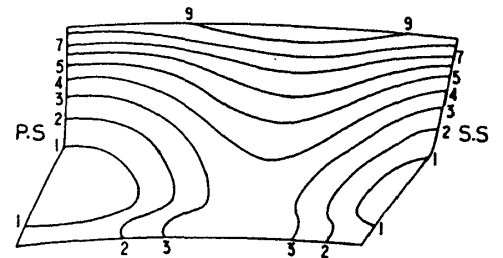
(b) CASE 2



MAX = $958.7 \times 10^3 \text{ N/m}^2$
 MIN = $606.0 \times 10^3 \text{ N/m}^2$
 $X/Ca = 0.60$



MAX = $845.8 \times 10^3 \text{ N/m}^2$
 MIN = $464.8 \times 10^3 \text{ N/m}^2$
 $X/Ca = 0.90$



MAX = $542.5 \times 10^3 \text{ N/m}^2$
 MIN = $493.6 \times 10^3 \text{ N/m}^2$
 $X/Ca = 1.28$

(c) CASE 3

図 6 Pressure contours in the axial surface

収束性および精度の良い計算法を確立した。

(1) 三次元的なねじれの強い形状を有するタービン翼列内流れを対象とする場合、各有限体積体の26格子点における半径方向および周方向ベクトルの向きがその中心点での向きと異なるために、体積積分についての離散化表示式においてベクトル方向の偏向に伴う補正を行う必要がある。本計算法では式(4)、(5)において補正項を加えることにより離散化に伴う誤差を小さくすることができた。

(2) 翼前縁部および後縁部においては流れの変化が局所的に特に激しいことに伴い、解の収束性および精度を高めるために特別な取扱いが必要である。本計算では、前縁端（後縁端）において微小の距離だけ離れた2点で、速度は各々翼背側、翼腹側に沿うものとし、温度・圧力などは2点での値は等しくその平均値で定義することにより、前縁部（後縁部）において流束の連続性および翼面境界条件を共に満足させることができ、解の収束性・精度を高めることができた。

文 献

- 1) Denton, J.D., *ASME Paper*, No. 82-GT-239 (1982).
- 2) Hove, W.V., *ASME Paper*, No. 83-GT-119 (1983).
- 3) Thompkins, W.T., *AIAA Paper*, 83-0257 (1983).
- 4) Camus, J-J, *ASME Paper*, No. 83-GT-12 (1983).
- 5) Koya, M. and Kotake, S., *ASME Paper*, No. 84-GT-19 (1984).

