

3次元後流の構造

姫野 龍太郎* 白山 晋**
加茂 圭介** 桑原 邦郎***

Computational Study of Three-Dimensional Wake Structure

by

Ryutaro HIMENO, Susumu SHIRAYAMA,
Keisuke KAMO and Kunio KUWAHARA

ABSTRACT

Three-dimensional wake structure is studied by numerically solving the incompressible Navier-Stokes equations. The results are visualized by a three-dimensional color graphic system. It was found that a pair of vortex tubes separated from the body plays the most important role in the wake. Near the body the vortex tubes are rather stable, then they flow down and gradually become unsteady.

1. まえがき

2次元の鈍い物体の後流はカルマン渦で特徴づけられ、実験例も多く、広く理解されている⁽¹⁾。しかしながら、3次元の鈍い物体を過ぎる流れは、可視化も困難なためその後流の構造はあまり明かにされていない⁽²⁾。これは、3次元の流れの可視化や測定がかなり困難であることが一因であろう。

ここでは4種類の3次元物体を過ぎる流れを数値的に解析している。平板上の円錐、球、斜め切断面を持つ半無限円柱、細長物体の4種である。計算手法は円柱の臨界レイノルズ数付近の流れや3次元のダクトでの乱流の計算で効果的であった3次の風上差分を用いている。また圧力の計算はヘルムホルツ分解に基礎を置く方法で行なっている。

2. 計算手法

非圧縮性のナビエ・ストークス方程式は次のように表わされる。

$$\mathbf{W} + \text{grad } p = \mathbf{F}, \quad \mathbf{W} = \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} \quad (1)$$

$$\text{div } \mathbf{W} = 0 \quad (2)$$

ここでベクトル： \mathbf{F} は

$$\mathbf{F} = -(\mathbf{V} \cdot \text{grad})\mathbf{V} + \frac{1}{Re} \nabla^2 \mathbf{V} \quad (3)$$

加速度ベクトル： \mathbf{W} と圧力： p はベクトル： \mathbf{F} のソレノイダル・パートとイロテーション・パートである。どんなベクトルもソレノイダル・パートとイロテーション・パートに分解でき、ある境界条件のもとではこの分解はユニークに定まる。これはヘルムホルツ分解として知られ、次の繰り返し演算で分解できる⁽⁵⁾。

$$\mathbf{W}^n = \mathbf{F} - \text{grad } p^n \quad (4)$$

$$p^{n+1} = p^n - \epsilon \text{div } \mathbf{W}^n \quad (5)$$

この繰り返しは $|\text{div } \mathbf{W}|$ の平均値がある小さな定数

* 日産自動車株式会社

** 東京大学 工学部

*** 宇宙科学研究所

δ よりも小さくなった時に終わらせる。しかし、こうすると $\text{div } \mathbf{V}$ は誤差が累積するため、次のように修正する⁽⁶⁾。

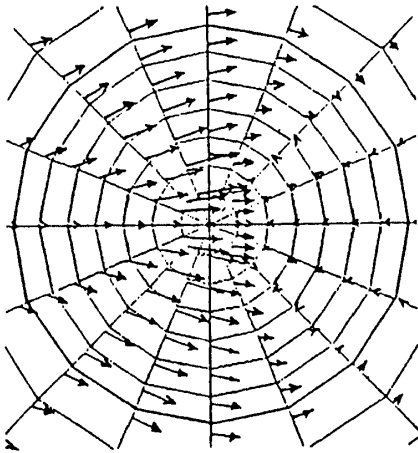
$$\mathbf{W}^n = \mathbf{F} - \text{grad } p^n \quad (6)$$

$$p^{n+1} = p^n - \varepsilon \text{div} \left(\mathbf{W}^n + \frac{1}{\Delta t} \mathbf{V} \right) \quad (7)$$

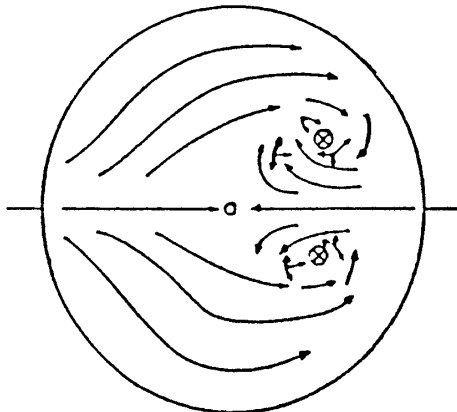
これにより、 $\text{div } \mathbf{V}$ の誤差が単調に増加することを防ぐことができる。

時間方向の積分には 1 次の陰的オイラー法を使い、空間の微分は非線形項以外 2 次の中心差分で近似する。ベクトル \mathbf{F} の非線形項の近似は次のような 3 次の風上差分を用いる。

$$\left(u \frac{\partial u}{\partial x} \right)_i = \frac{u_i(-u_{i+2} + 8(u_{i+1} - u_{i-1}) + u_{i-2})}{12h} + |u_i| \frac{(u_{i+2} - 4u_{i+1} + 6u_i)}{6h}$$



(a) 流速ベクトル (20×16×10点, t=20.0)



(b) 実験による流線

図 1 頂角 90 度の円錐の表面付近の流速分布

$$-4u_{i-1} + u_{i-2}) / 4h \quad (8)$$

一般座標系で書かれた(6), (7)式を差分化し、最終的に得られた方程式を SOR で解く。計算は宇宙科学研究所の富士通 M 380 で行なった。

3. 計算結果

(1) 平板上の円錐を過ぎる流れ

計算格子は円錐の軸を通る 2 次元平面でポアソン方程式を解き、それを回転させて作成した。回転軸上は局所的な座標系を導入して計算している。図 1 (a)は頂角 90 度でレイノルズ数 1000 における円錐表面近傍の速度分布のようすである。この時の格子は 20×16×10 という粗いものであるが、図 1 (b)に示した実験⁽⁷⁾によって得られた流線との一致は十分良い。図 2 は頂角 60 度の場合の粗い格子と細かい格子の計算結果を対比させて示してある。馬蹄渦や後流の逆流領域の位置や大きさなどの一致は良い。これから考えると、流れの大まかな構造に関する限り比較的粗い格子でも十分であろう。計算時間は粗い格子の場合が 5 分で、細かい格子の場合が 1 時間である。図 3 は頂角 90 度で、格子点 40×32×20 の場合の格子分布のようすである。図 4 は等圧面を示しており、アーチ状の渦管が形成されているのがわかる。

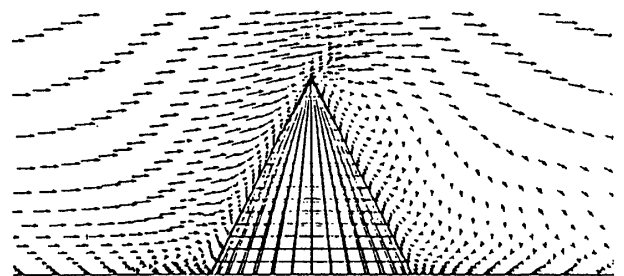
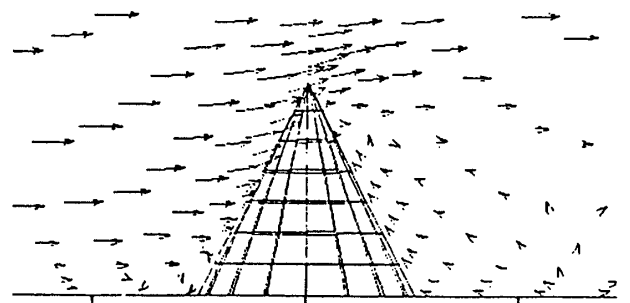


図 2 頂角 60 度の場合の粗い格子と細かい格子での速度分布の比較

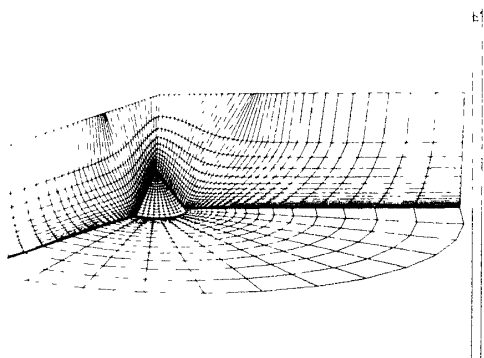


図3 頂角90度の場合の格子分布

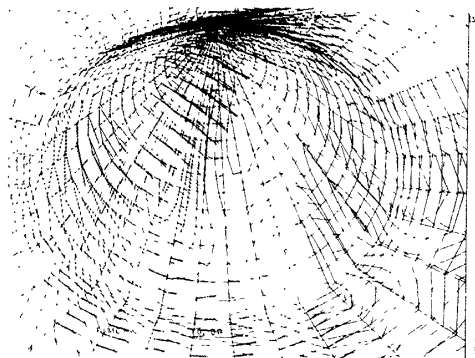


図5 表面上の等圧線と流速ベクトル

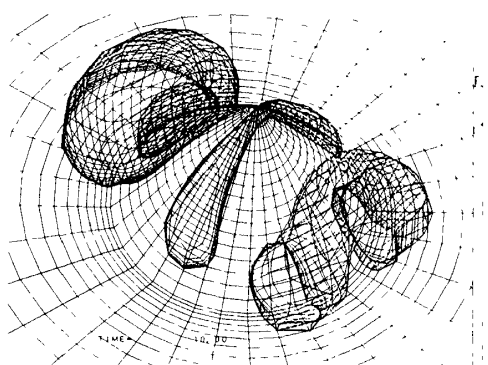


図4 等圧面のようす

図5は表面上の圧力分布と流速分布で、渦管の付け根のようすが良くわかる。図6はこのときの流跡線である。

(2) 球を過ぎる流れ

突然動き始めた球の非定常な流れ場のようすをレイノルズ数1000で計算した。格子は平板上の円錐と同じ方法で作成した。格子点は $30 \times 28 \times 24$ である。動き始めてしばらくは図7のようにリング状の渦輪が発達するが、それが徐々に傾いて渦輪の一部がのび、図8の等圧面で見られるような一対の渦管が形成される。渦管は対称軸の周囲を回転してゆき、長い時間の平均をとると、通常知られるような軸対称の流れ場や圧力分布が得られると思われる。計算時間は約8時間である。

(3) 斜め切断面を持つ半無限円柱に平行な流れがあった時の流れ

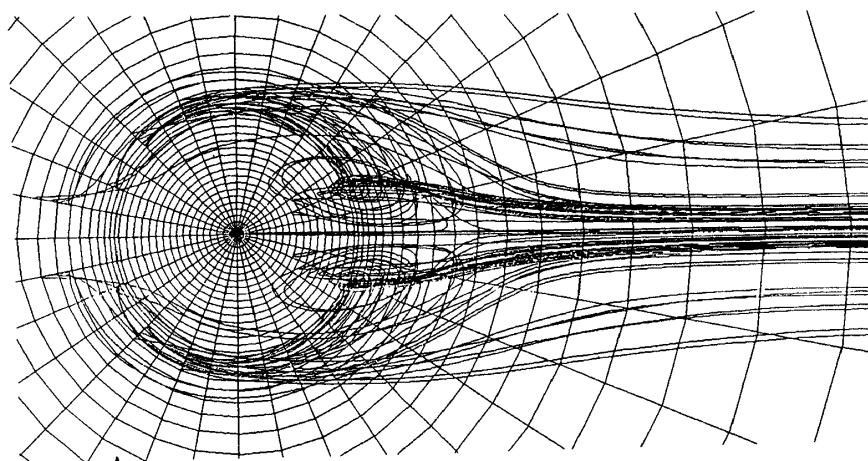


図6 流跡線

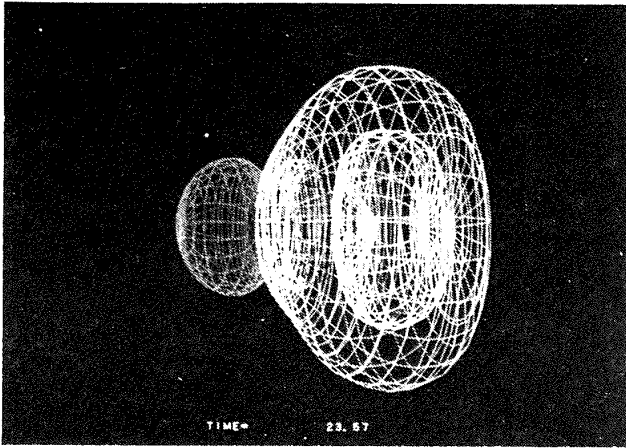


図 7 初期の等圧面

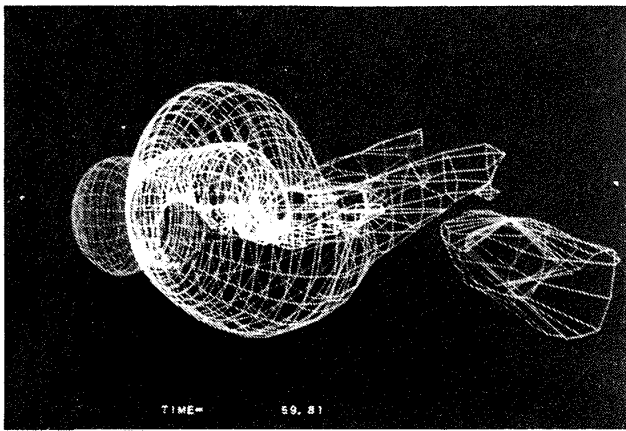


図 8 渦管の形成された等圧面

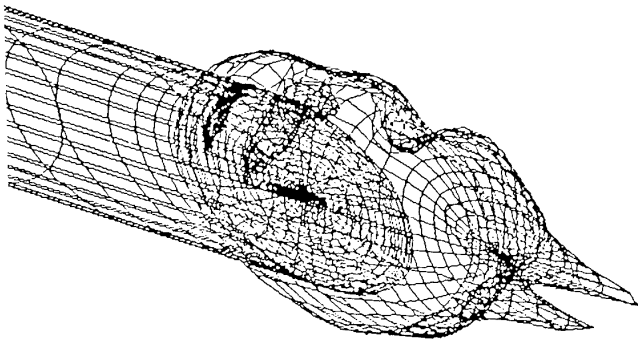


図 9 等圧面

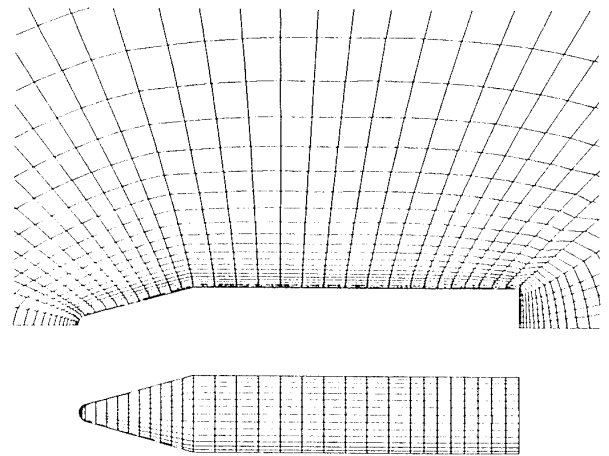


図 11 格子分布のようす
($40 \times 32 \times 30$ 点)

格子点は $40 \times 32 \times 30$ で、(1)と同じ方法で作成した。計算でのレイノルズ数は円柱の直径を基準にして 10000 であり、切断面の水平からの角度は 40 度である。図 9 は等圧面のようすであるが、一対の渦管に対応する等圧面の突起がわかる。図 10 は流跡線である。縦渦のようすがよくわかる。計算時間は 2 時間である。

(4) 細長物体を過ぎる流れ

迎え角を持つ細長物体を過ぎる非定常の流れを計算している。迎え角は 75 度、レイノルズ数は 10000 である。図 11 は格子のようすであるが、代数的に作成し、格子点は $40 \times 32 \times 30$ である。図 12 は物体の中心部に近い、物体に垂直な面での等圧線である。図 13 は同じように後端に近い、物体に垂直な面での等圧線のようすである。先端近くから一対の渦管が作られ、これが先端近くでは流れは対称で定常であり、それが後端に近づくとつれて、対称性が崩れ非

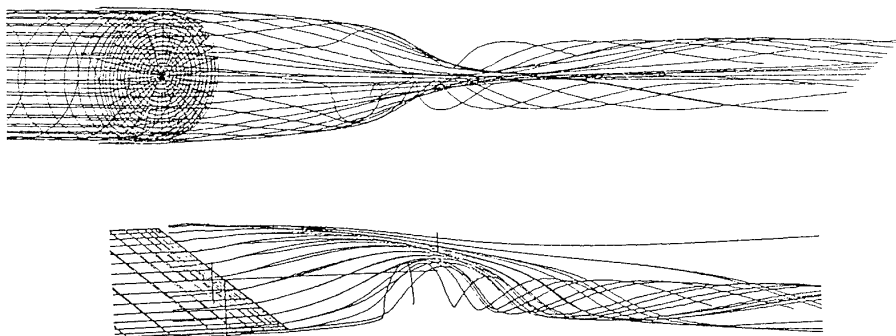


図 10 流跡線

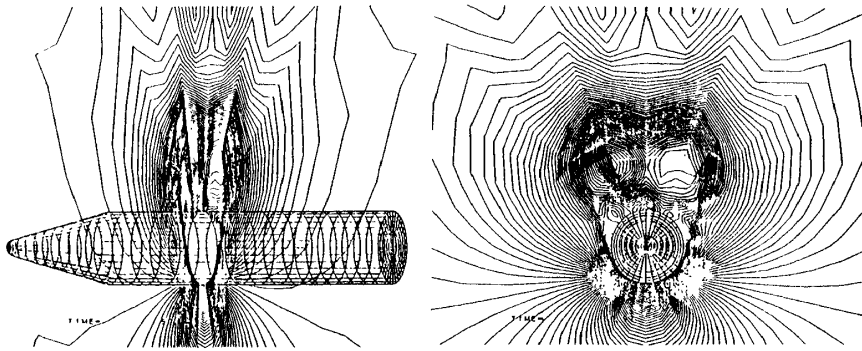


図12 中心付近の格子面上での等圧線

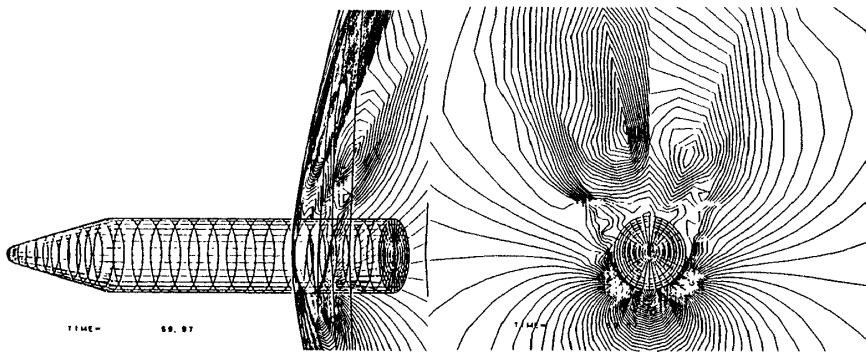


図13 後端付近の格子面上での等圧線

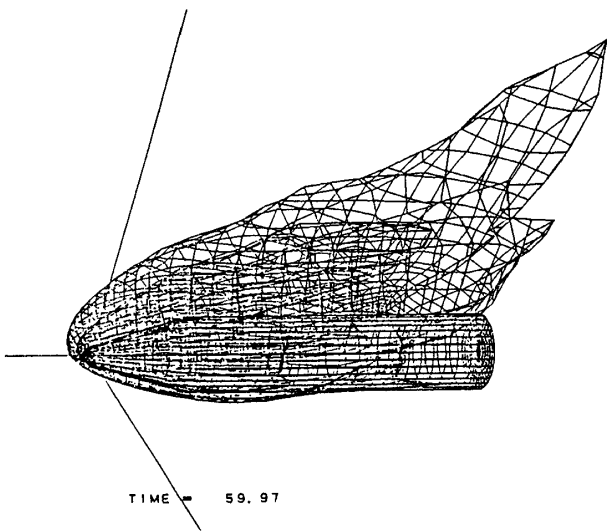


図14 等圧面

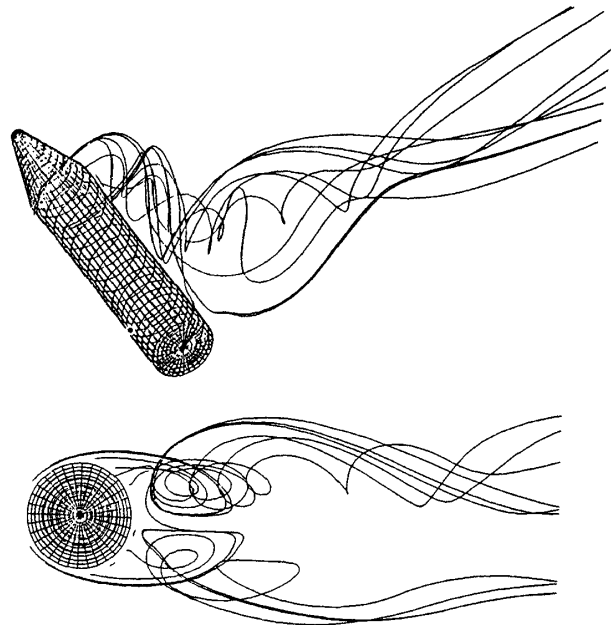


図15 流跡線

定常的になる。このようすは図14の等圧面からもよくわかる。図15は流跡線である。計算時間は10時間である。

4. 結 論

4種の計算結果ではいずれの場合も後流に、互いに反対向きに回転する一対の渦管が見られ、後流構

造を決める重要な働きをしている。この渦管は物体近傍では比較的定常的で、離れるに従い非定常的で乱れてゆく。また3次元流の構造を調べるには、その流れの可視化が大変重要である。この目的のためには、3次元カラーグラフィックシステムは必須で

あろう。このとき、圧力や渦度の絶対値などのスカラー量の等高面を表示する方が流速などのベクトル量を表示するよりも適しているようである。空間中のベクトル量は 2 次元平面に写像すると基の位置関係がわからなくなり、断面や物体表面などの特定の面以外では適していない。

参 考 文 献

- 1) M. van Dyke: "An Album of Fluid Motion", Parabolic Press, 1982.
- 2) D.P. Telionis; "Unsteady Viscous Flows", Springer-Verlag, 1981.
- 3) T. Kawamura and K. Kuwahara: AIAA paper 84-0340, 1984.
- 4) T. Kawamura and K. Kuwahara: AIAA paper 85-0376, 1985.
- 5) A.J. Chorin: Math. Comp. 22, p745, 1968.
- 6) H. Takami and K. Kuwahara: J. Phys. Soc.-Japan 37, p1695, 1974.
- 7) 佐藤浩：乱流，共立出版