

## 飛翔体まわり流れの数値計算

小川 哲\* 石黒 登美子\* 高倉 葉子\*\*

### Numerical Simulations of Flow around Shuttle Orbiter

by

Satoru OGAWA, Tomiko ISHIGURO

*National Aerospace Laboratory*

Yoko TAKAKURA

*Fujitsu Ltd.*

### ABSTRACT

Numerical simulations of flow around shuttle orbiter are performed by solving the 3-dimensional Euler equations. A numerical grid is generated for the whole configuration of shuttle orbiter by using equations of mesh line orthogonality and cell volume which form a hyperbolic partial differential equation system. To increase the applicability of the hyperbolic grid generation scheme, the second metric tensor is used for the determination of cell volume, and the one-dimensional elastic model is used to relax the orthogonality condition of two coordinate lines. The transonic and supersonic flows around the shuttle orbiter are solved by using the Harten-Yee type TVD scheme. It is shown the results of numerical flow simulation using the present methods is reasonable.

#### 1. はじめに

計算機の性能の飛躍的向上にともない、複雑な物体形状まわりの流れもある程度計算できるようになってきた。差分スキーム等数値解析法に関しては物体形状の複雑さとは無関係に良く知られており、ほとんど問題ない。大規模な複雑な形状まわりの流れの解析は計算格子をいかにうまく作るかによるところが大きい。計算格子形成の問題は単に空間に点を分布させれば良いわけでどのような方法によっても満足できる格子さえできれば良い訳であるが、複雑な物体形状まわりの格子において満足できる格子なるものの規範があいまいである。格子形成において解がユニークに決まらない曖昧さが格子形成の問題

を困難にしている。

ここではNASAのシャトルまわりの流れを解析べく格子形成法、及び幾つかの数値解析例を示す

#### 2. 格子形成法

計算格子形成法に関しては様々な方法<sup>1)</sup>が提されており、それぞれ一長一短がある。双曲型方式による格子形成法はStegerら<sup>2,3)</sup>により提案された外部境界を指定しない問題の場合楕円型方程式に方法に比べ比較的簡単に格子が形成されるが凹のある物体に対しては格子が重なってしまう傾向がある。ここでは物体面の幾何学的性質を取り込んだ双曲型方程式による格子形成法の摘要範囲を広げを試みる。3次元双曲型格子形成の方程式は及び $e_2$ を面の基底ベクトルとしたとき

$$e_1 \cdot e_3 = 0, \quad e_2 \cdot e_3 = 0, \quad (e_1 \times e_2) \cdot e_3 = V$$

\* 航空宇宙技術研究所

\*\* 富士通株式会社

により与えられる。最初の2つは直交条件、そして3つ目はセルの体積 $V$ を指定することに対応する。上式をインプリシットに解く場合双曲型方程式系になることが Steger らによって調べられている。複雑な形状の場合に対して適応する場合、セルの体積 $V$ のきめかたが曖昧であり、又直交条件は緩和したほうが良い。

(2-1) セル体積の決めかた

今、 $\mathbf{z}=\mathbf{z}(x^1, x^2)$ なる曲面を考える。基底ベクトルは $\mathbf{e}_1 \equiv \partial \mathbf{z} / \partial x^1$ 及び $\mathbf{e}_2 \equiv \partial \mathbf{z} / \partial x^2$ によりきまされる。曲面の計量<sup>4)</sup>は

$$\text{第一基本形式} \quad ds^2 = g_{ij} dx^i dx^j$$

$$\text{第二基本形式} \quad dh = (1/2) H_{ij} dx^i dx^j$$

であり曲面の曲がり具合を表す第二基本計量 $H_{ij}$ は Gauss の公式 $\partial_k \mathbf{e}_m = \{k i_m\} \mathbf{e}_i + H_{km} \mathbf{n}$ により求められる。 $\{j i_k\}$ は Christoffel 記号、 $\mathbf{n}$ は unit normal ベクトルを示す。曲面の曲がり具合を示す指標として通常使われる主曲率や平均曲率は $H_{ij}$ 及び $g_{ij}$ により定まる。

格子が物体から離れるにしたがって凹凸の少ない曲面になるためにはセル体積 $V$ が凹領域で大きく凸領域で小さくとられればよい。様々な幾何学的量で数値実験した結果

$$V = \{C_1 + C_2 [H^+ - \min(H^+)]\} / [(\max(H^+) - \min(H^+))] |\mathbf{e}_1 \times \mathbf{e}_2|$$

$$H^+ \equiv (H_{11} + H_{22}) / 2$$

とすると $C_1$ 及び $C_2$ を大域的に決めてもうまくいくことがわかった。 $H_{ij}$ は凹領域で正値、凸領域で負値をとり4成分のうち主成分のみの評価にしている。

(2-2) 直交条件の緩和

物体形状が複雑になると格子の直交条件は少し強すぎると考え一次元の弾性体モデルを導入した。考えかたを簡単に述べると、今ある曲面が形成されているとして次の曲面を形成したいわけであるが、与えられた曲面に(2-1)で求めた $V$ に対応するベクトルを垂直に立て曲面を構成する。元の曲面の弾性エネルギー(曲面が格子点間を結ぶはりで構成されていると考えている)が零であるとして垂直なベクトルにより構成された曲面の弾性エネルギーを求めそのエネルギーが最小になるように格子点を動かす。格子点の変位が決まると $\mathbf{e}_1 \cdot \mathbf{e}_3$ 及び $\mathbf{e}_2 \cdot \mathbf{e}_3$ が求めら

れる。この考えかたは2次元の変分問題となるが、各方向に1次元の問題として扱ってもかなり良好な結果を生む。詳しくは文献<sup>5)</sup>参照。

上記(2-1)および(2-2)により格子形成の方程式は

$$\mathbf{e}_1 \cdot \mathbf{e}_3 = |\mathbf{e}_1^0| F \tan(\theta_1)$$

$$\mathbf{e}_2 \cdot \mathbf{e}_3 = |\mathbf{e}_2^0| F \tan(\theta_2), (\mathbf{e}_1 \times \mathbf{e}_2) \cdot \mathbf{e}_3 = V$$

となる。ここで $F$ は

$$F \equiv \{C_1 + C_2 [H^+ - \min(H^+)]\} / [(\max(H^+) - \min(H^+))]$$

を表し添字(0)は一つ前の曲面に於ける量を示している。 $\theta$ は弾性体モデルによりきめた垂直方向からの傾き角である。決めるべき次の面の座標は方程式をインプリシットに解くことにもとめられるが方法は文献<sup>3)</sup>と同じであるので省略する。

### 3. 計算例

NASA シャトルにたいして計算をおこなった。形状データは Rizk らの文献<sup>6,7)</sup>及びジェーン年鑑<sup>8)</sup>から得た。ドラムスキャナーでデータを読み取りスムージング等をおこない得たものでシャトルの原型とは完全には一致していない。161×121×61の計算格子作成にかかった計算時間は約5分である。図1はシャトル表面の格子点を示している。図2は我々の方法により生成された計算格子を示す。図2-1は $k=1, 10, 20, 30$ における格子を前から見たもの、図2-2は対称面上の格子点そして図2-3は $x$ 方向に垂直な断面における格子点をそれぞれ示したものである。シャトル後部形状は凹凸がかなりあるが比較的滑らかな格子が形成されていることがわかる。

数値計算は3次元 Euler 方程式に対しておこなわれた。数値計算の方法は既に良く知られており、例えば文献<sup>9)</sup>などに詳しい。差分スキームは Harten-Yee タイプの TVD スキーム<sup>10,11)</sup>を使っている。この TVD スキームは一次精度の TVD スキームに流束の修正を加えることにより2次精度にしたもので、よく使われる Beam-Warming スキームと比べ解の振動も少なくマッハ数の広い範囲に対し適用することができる。

図3に物理空間と計算空間との対応が示されてい

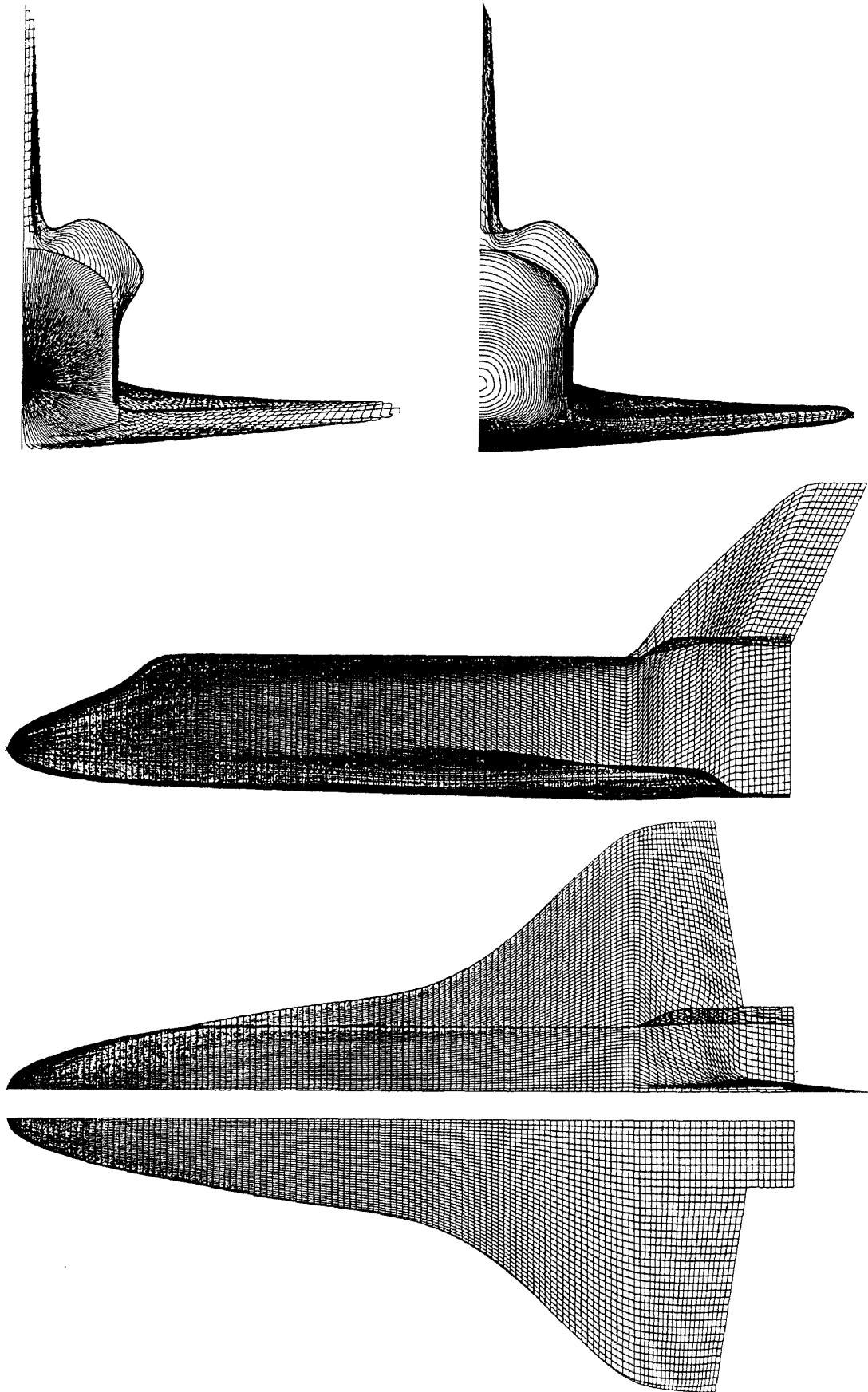


図1 物体面上の格子

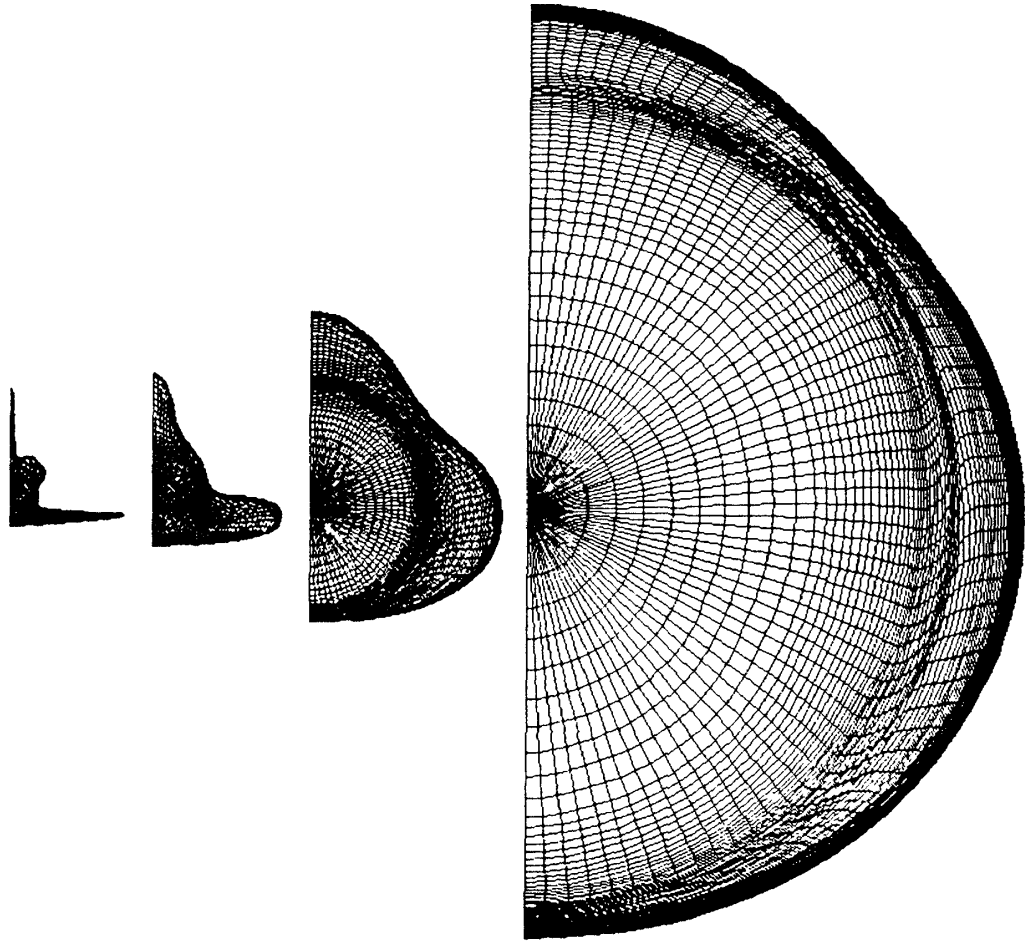


図 2 - 1  $k=1, 10, 20, 30$  における格子

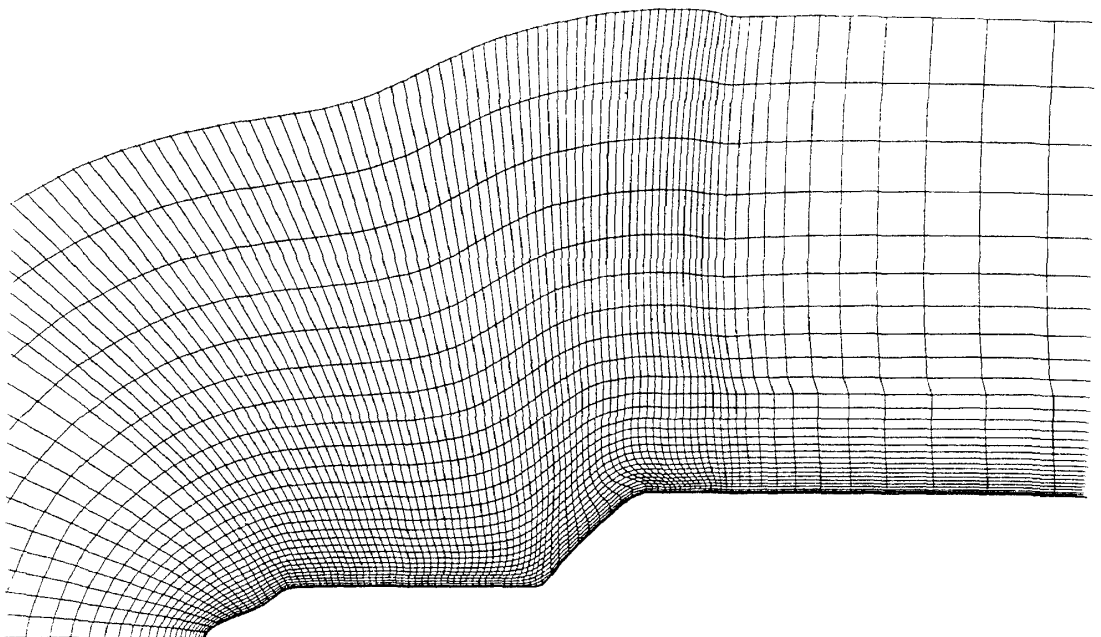


図 2 - 2 対称面上の格子

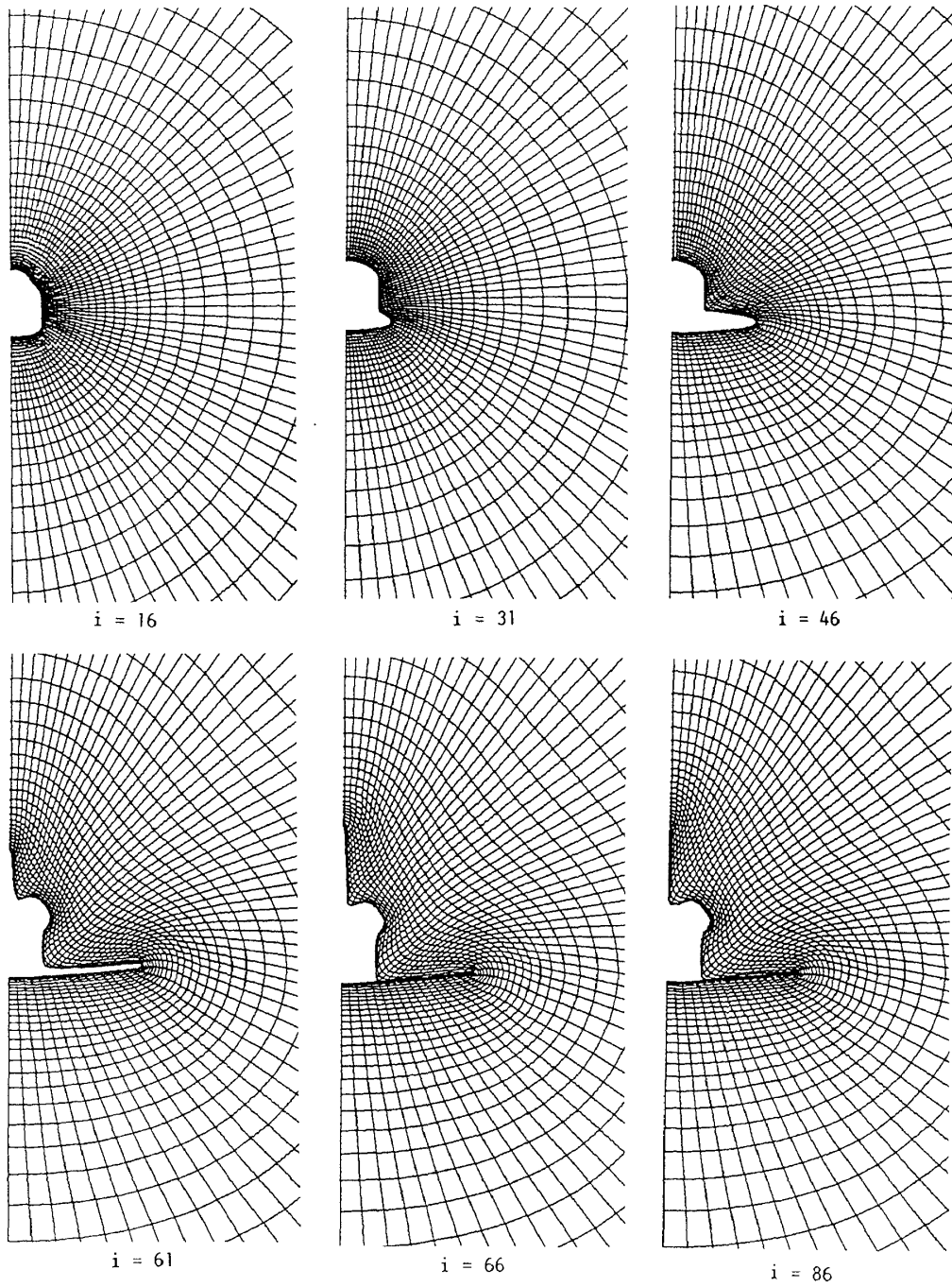


図2-3  $x$ 軸に垂直な面上の格子

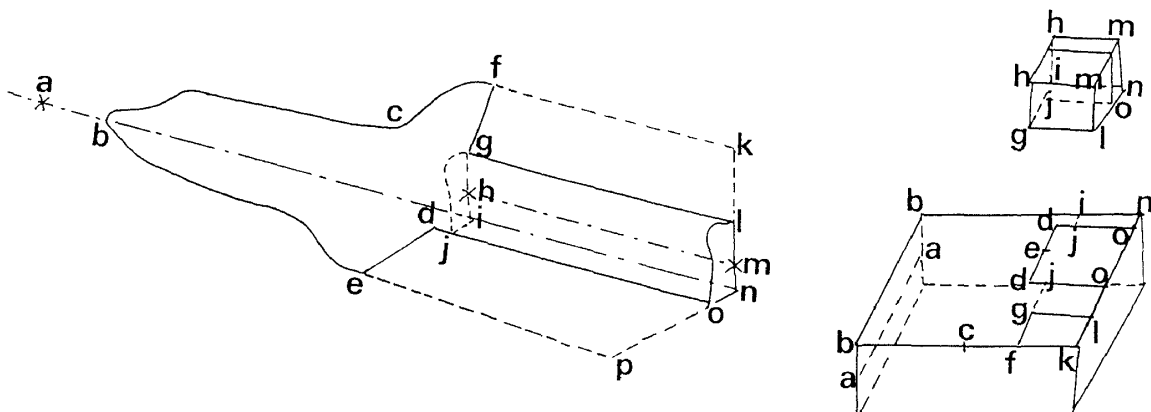


図3 物理空間と計算空間との対応

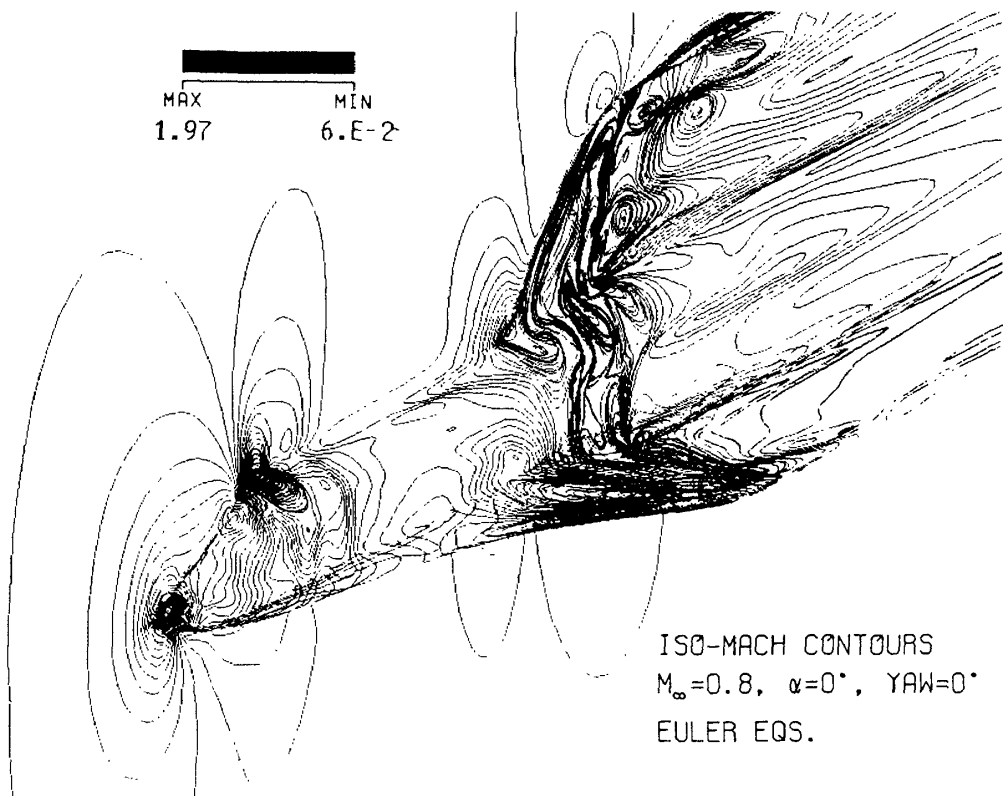
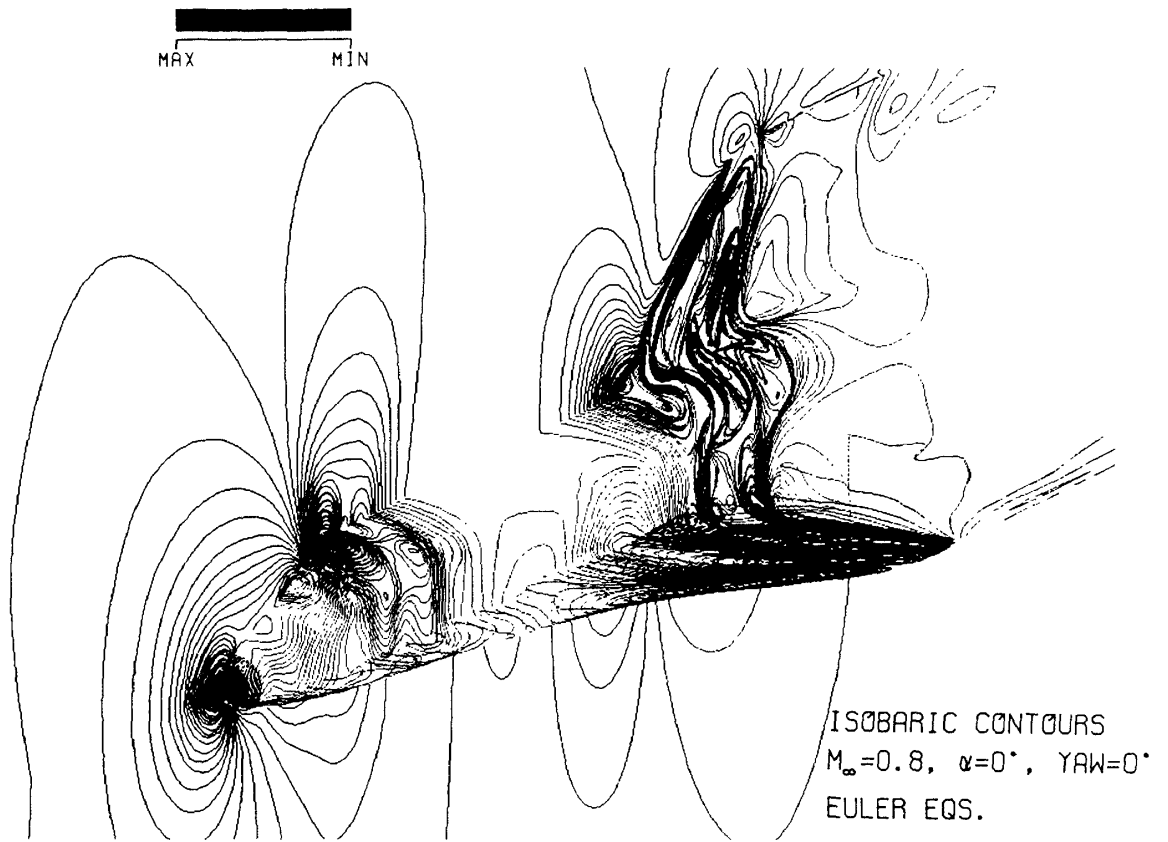


図4  $M_\infty=0.8$ におけるオイラー方程式の解

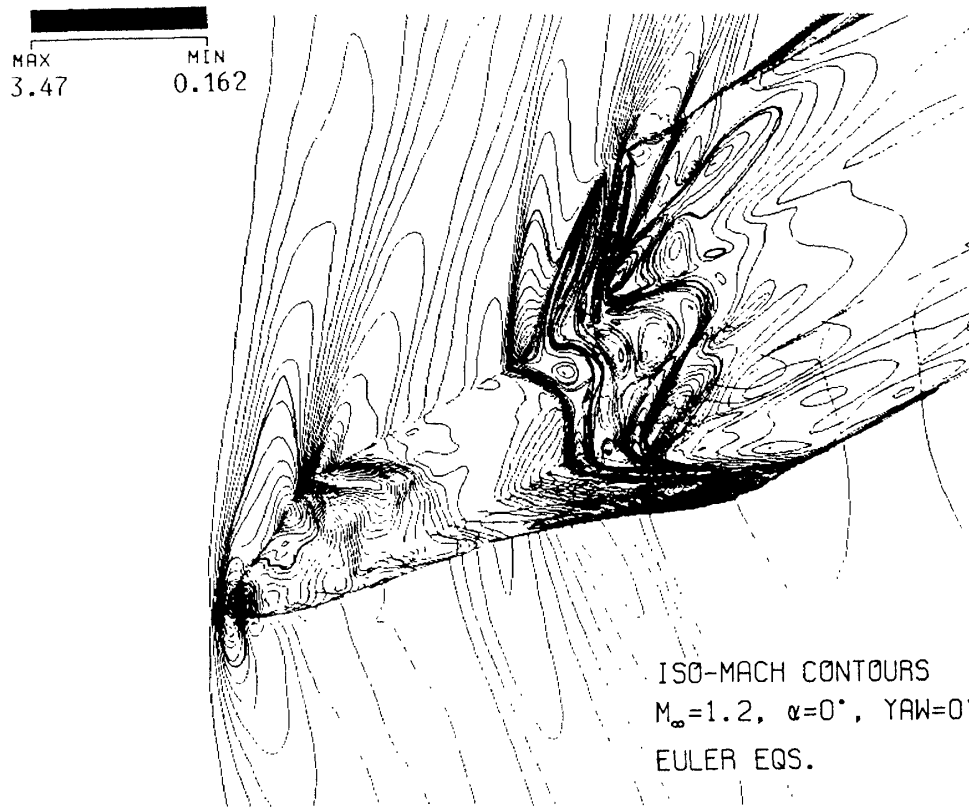
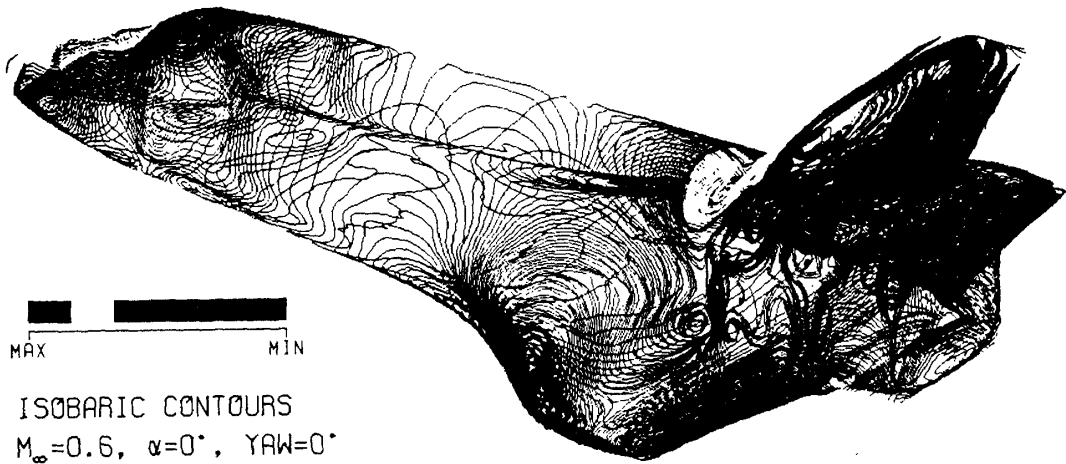
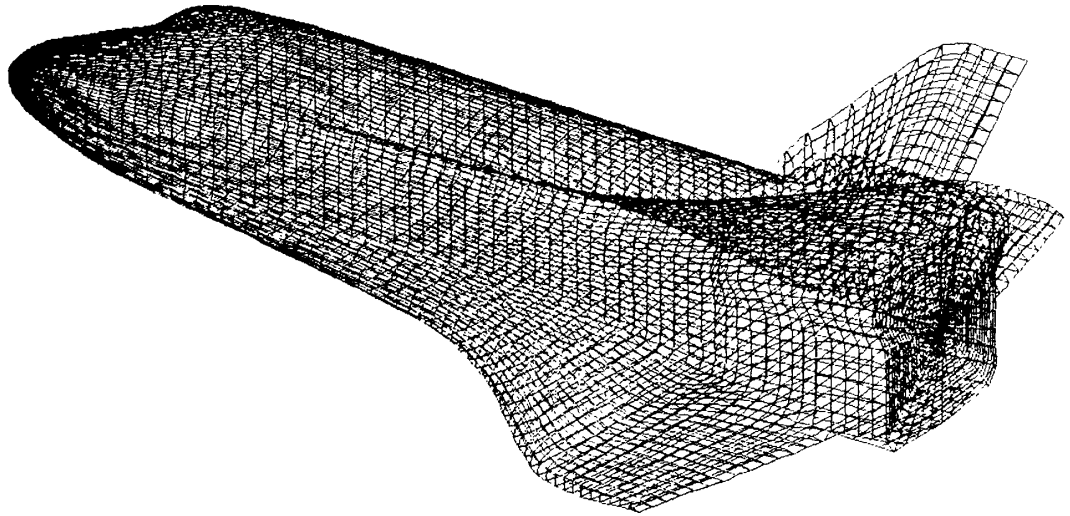
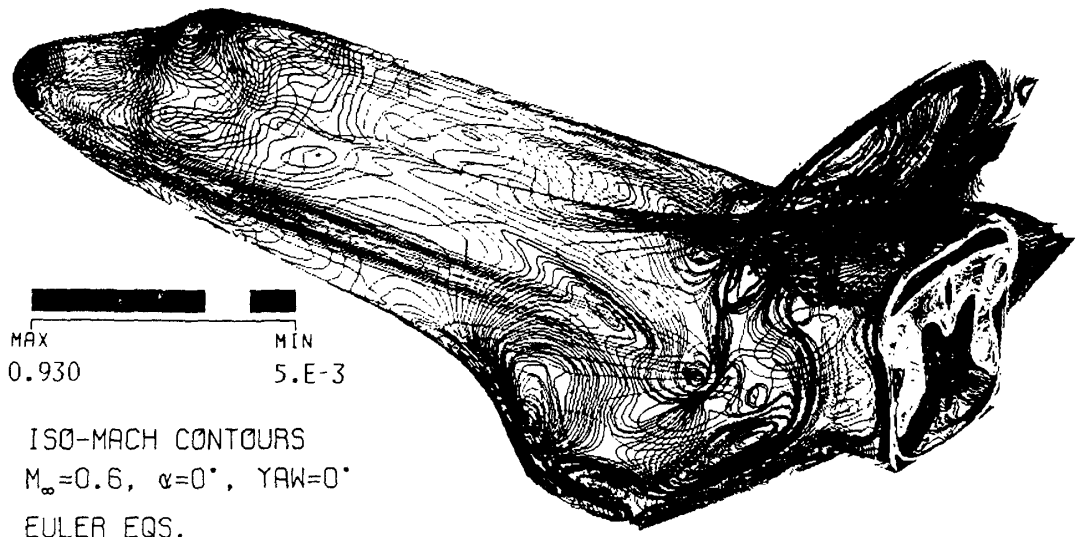


図5  $M_\infty = 1.2$ におけるオイラー方程式の解



MAX MIN

ISOBARIC CONTOURS  
 $M_\infty=0.6, \alpha=0^\circ, \text{YAW}=0^\circ$   
 EULER EQS.



MAX MIN  
 0.930 5.E-3

ISO-MACH CONTOURS  
 $M_\infty=0.6, \alpha=0^\circ, \text{YAW}=0^\circ$   
 EULER EQS.

図6 胴体後方の流れも計算した場合の解 ( $M_\infty=0.6$ )



る。図においてb-e-d-j-g-f-c-bがシャトル表面に対応しg-j-o-lを物体表面扱いとした場合またはそこに別の格子を埋め込んで後流も解析する場合の2通りについて行っている。高精度TVDスキームは普通一方向5点の値を使うが、この問題の場合境界では精度を一次に落として計算しており特異面等の扱いは通常の方法と同じである。すなわち特異線においては周囲の値の平均、またe-d, g-fの後方はそれぞれ上下、左右の値の平均を使っている。

計算はマッハ数0.1~4.0の範囲、胴体後方を物体表面扱いにした場合及び格子を埋め込んで全部解いた場合等について行った。図4にマッハ数0.8に対する物体表面及び対称面の等圧力線と等マッハ線が示されている。図5はマッハ数1.2の場合でバウショックが形成されているのがわかるが衝撃波をより鮮明に捕らえるためには前方の格子点を切り直した方が良い。図6は胴体後方も解いた場合の例である。マッハ数0.6における物体表面の等圧力線及び等マッハ線である。NASAシャトルまわりの数値計算はRizkら<sup>7)</sup>によって超音速の場合すでに行われているが、彼らの計算は垂直尾翼の中途より後方を解いておらずほぼ全機形状の計算は我々が初めてである。しかしながらNASAシャトルにおける実験データは殆ど公表されておらず実験値との比較は殆どなされていない。したがってこの計算がどの程度信頼できるものか疑わしい面もあるが、比較的単純な形状まわりの解析と同じように殆ど問題なく計算を実行することができた。計算時間はマッハ数によっても違うが約40万点を使った計算でVP-400で一時間弱であった。

#### 4. おわりに

宇宙往還機の研究開発計画が我が国においても始まってきている。その中でこうした数値計算の役割は結構重要なものになると思う。実験を中心に研究している者からみて数値計算はまだ補助的なものにすぎずより精密な信頼性の高い数値計算を指向して行かなければならない。計算機の性能向上とともに行き着く所まで行ってみようとする。

このシンポジウム開催に当初から尽力された空一

和田部長が今年始め亡くなられた。最後の会話が『シャトルの計算ができるようになりましたよ』『そうか、日本の宇宙往還機の方も頼むよ』であった。心からご冥福をお祈りいたします。

#### 参 考 文 献

- 1) Thompson, J.F., Warsi, Z.U.A. and Mastin, C.W., Numerical Grid Generation (North Holland, Amsterdam, 1985).
- 2) Steger, J.L. and Chaussee, D.S., Generation of Body Fitted Coordinates Using Hyperbolic Partial Differential Equations, SIAM J. Sci. Stat. Comput. 1, 431 (1980).
- 3) Steger, J.L. and Sorenson, R.L., Use of Hyperbolic Partial Differential Equations to Generate Body Fitted Coordinates, in: Smith, R.E., (ed), Numerical Generation Techniques (NASA-CP, 1980), pp. 463-479.
- 4) Eisenhart, L.P., Riemannian Geometry, (Princeton Univ. Press, 1950).
- 5) Ogawa, S., Ishiguro, T. and Takakura, Y., "Hyperbolic Grid Generation Scheme for Simulating Flow about Three Dimensional Complex Configuration" Proceedings ISCFD-Sydney, in: Fletcher, C. (ed), 1987.
- 6) Rizk, Y.M., and Ben-shmuel, J.L., "Computation of the Viscous Flow Around the Shuttle Orbiter at Low Supersonic Speeds," AIAA Paper 85-0168, 1985.
- 7) Rizk, Y.M., Steger, J.L. and Chaussee, D.S., Use of a Hyperbolic Grid Generation Scheme in Simulating Supersonic Viscous Flow about Three-Dimensional Winged Configurations, Proceedings ISCFD-Tokyo, in: Oshima, K. (ed), (ISAS, 1986), pp. 392-403.
- 8) Jane's All the World's Aircraft 1985-1986, (Jane's Pub. Co., Ltd., 1986).
- 9) Pulliam, T.H. & Steger, J.L., "Recent Improvements in Efficiency, Accuracy, and Convergence for Implicit Approximate Factorization Algorithms," AIAA Paper 85-0360, 1985.

- 10) Yee, H.C., Warming, R.F. and Harten, A.,  
Implicit Total Variation Diminishing (TVD)  
Schemes for Steady-State Calculations, J.  
Comp. Phys., Vol. 57, 57 (1985).
- 11) Takakura, Y., Ishiguro, T. and Ogawa, S.,  
On the Recent Difference Schemes for the  
Three-Dimensional Euler Equations, AIAA  
Paper 87-1151-CP, 1987.