

## 超音速自由噴流の数値シミュレーション

石井隆次\*      松田卓也\*      梅田吉邦\*  
保田充彦\*      沢田恵介\*\*      嶋英志\*\*

### Numerical Simulation of Supersonic Free-Jets

by

Ryuji ISHII, Takuya MATSUDA,  
Yoshikuni UMEDA, Atsuhiko YASUDA  
*Department of Aeronautical Engineering, Kyoto University*

Keisuke SAWADA, Eiji SHIMA  
*Kawasaki Heavy Industries, Ltd.*

#### ABSTRACT

Axisymmetric underexpanded supersonic jets are investigated numerically. A time-dependent technique of solution is applied to solve the Euler equations for a compressible ideal gas. The characteristics of Mach disk obtained by the calculations are compared with the experiments and a good agreement is obtained.

It is shown that the global jet structure with a nearly regular shock pattern which is stable and steady itself, is destabilized by the vortex rings (Kelvin-Helmholtz roll-up) on the jet boundary. These vortices produce shocks inside the jet, which are convected downstream with eddies. This strongly suggests that a time-independent or a time-converged solution cannot be expected without making a suitable time-averaging of the time-dependent solutions. Other important instabilities are also investigated.

#### 1. はじめに

レイノルズ数が非常に大きい超音速自由噴流の数値計算にはオイラー方程式を用いるのが便利である。これは超音速自由噴流の流れ場の中には多くの不連続面が現れ、しかもそれらの不連続面は部分的に(周期的)非定常性を示すからである。理論的にはナビエ・ストークス方程式をそのまま解くことが最も望ましいには違い無いが、高レイノルズ数で多数のしかも非定常に強い不連続面の存在は実質的にそ

の事を不可能にしている。超音速自由噴流の流れ場を不安定化させる最も大きな原因はケルビン・ヘルムホルツ不安定である。この不安定による渦(ケルビン・ヘルムホルツロールアップ)はオイラー方程式を用いても十分にシミュレートすることが出来る。しかしながらそのためにはメッシュサイズを十分に小さく取る事が必要である。

オイラー方程式を用いた数値解析の結果は一般的にメッシュ依存性である。この事は高レイノルズ数の流れに対するナビエ・ストークスの解と事情がよく似ているが、しかしその間には決定的な相違が存在している。オイラー方程式を用いた場合、流れ場

\* 京都大学工学部航空工学教室

\*\* 川崎重工業空力課

に不連続面（あるいは線）が存在すると、メッシュサイズを小さくしていくと数値結果はその不連続面（あるいは線）で無限にシャープな不連続性を示す。一方ナビエ・ストークス方程式を用いた場合には（少なくとも原理的には）流れ場はメッシュサイズの減少と共に（メッシュサイズのスケールでは）無限に滑らかになっていく。

オイラー方程式を用いた解析では上の事実は重要な意味を持つ。即ちオイラー方程式に対していかにロバストなスキームもある程度以下の小さいメッシュに対してはその有効性を失う。ではこのような事情の下でオイラー方程式の数値解とメッシュサイズの関係はどのようになっているであろうか。これは所謂“メッシュレイノルズ数”の考え方である程度説明する事ができる。例えば等間隔メッシュに対しては数値レイノルズ数はメッシュサイズの二乗の逆数に比例する。従ってメッシュサイズが大きい場合の結果はメッシュサイズが小さい場合の結果に対しては相対的にレイノルズ数が小さい流れ場を表していることになる。

本研究では比較的粗いメッシュと十分に細かいメッシュの両方で同じ流れ場を解析し、得られた各々の数値解の物理的意味を実験との比較に於て考察する。ここで使用する数値スキームは二次精度のOsher法である。<sup>1,2)</sup> 実験ではシュリーレン法により流れを可視化し、その長時間露光写真と瞬間写真を用いる。

## 2. 超音速自由噴流の特性

ここで数値シミュレーションしようとする超音速自由噴流の特性とは流れのパターンとその不安定性である。一般に超音速自由噴流の流れのパターンは噴流出口での流れの条件と外気条件とに依存して様々に変化する。流れのパターンを決定するパラメータは $M_j$ ,  $M_\infty$ ,  $P_j/P_\infty$ ,  $\gamma_j$ ,  $\gamma_\infty$ 及び $\theta_j$ である。ここに添字 $j$ 及び $\infty$ はそれぞれ噴流及び外気条件を表し $\theta_j$ はノズル出口におけるノズル壁の角度である。外部流のMach数が1に比べて無視出来ない程度に大きいとき自由噴流の流れ場と外部流の流れ場とは互いに干渉しあい全体の流れ場は大変に複雑になる。

一方流れ場の不安定性は上のパラメータの他に密

度比 $\rho_j/\rho_\infty$ にも強く依存する。従って超音速自由噴流は極めて複雑な特性を示す。ここでは $\gamma_j=\gamma_\infty=1.4$ ,  $\theta_j=0$ の場合について考察する。境界条件、初期条件等については既に詳しく報告しているの以下では計算結果のみを示す。<sup>3,4)</sup>

### A. Flow Patterns

静止気体中に噴出する超音速自由噴流の結果を図-1に示す。1aは相対的に粗いメッシュ(225×37)による結果であり1bは細かいメッシュ(450×37)による結果である。明らかに1aのジェットの方がより安定で定常的である。特にジェットの下流領域で1bの結果は非常に乱れており複雑な構造を示している。

図-2は一樣な静止気体に満たされた外部領域に $M_j=1$ でジェットが噴出を開始した場合のTime Evolutionを示している。ジェットの噴出直後、ジェットフロントはその前方に圧力波を発生させながら外気中を切裂くように進行しやがて下流境界に達する。この時点までは流れ場は非常に非定常的である。しかしその後は流れ場は急速に周期的、あるいは振動的になる。そして注意すべきことは流れ場は決して時間的に収束することはない点である。このことは本質的にジェットの不安定性に関連している。ただノズル出口直後の第一セルはジェットのTime Evolutionの比較的初期の段階で形成され、その後

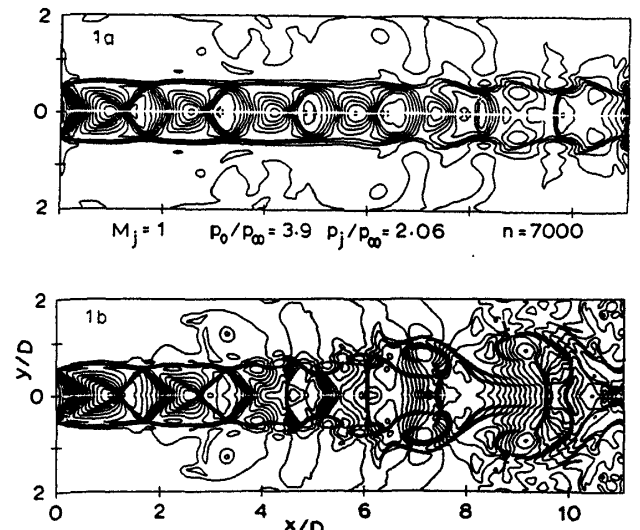


図-1 異なるメッシュサイズによる数値結果の比較

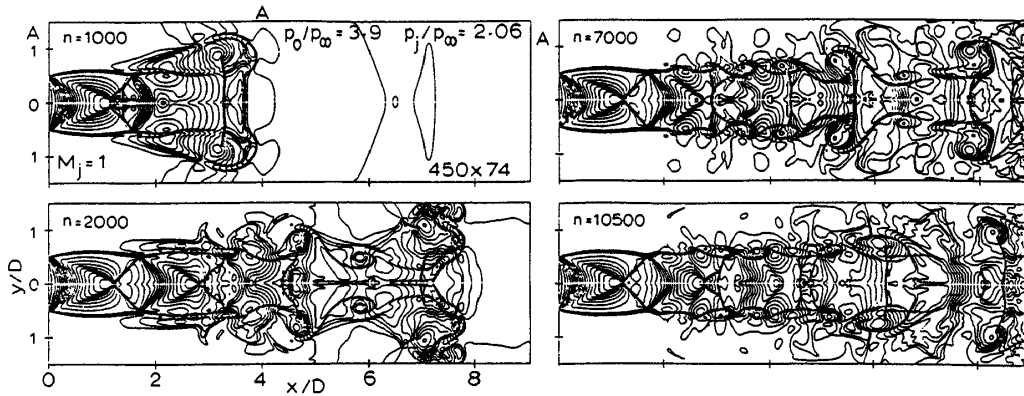


図-2 ノズルから噴出後のジェット的时间発展

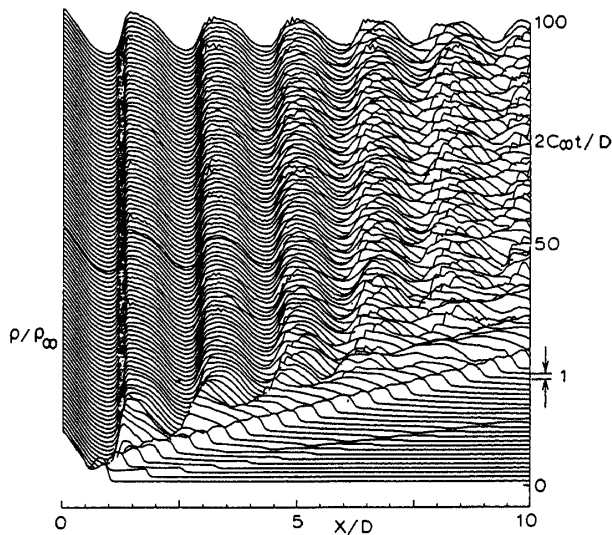


図-3 図-2のジェットの軸上の密度分布の時間変化

も極めて安定、定常である。

図-3に図-2のジェットの軸上の密度分布の時間的推移を示す。上に述べたTime Evolutionの状況がよく分かる。図中に下流領域で斜め上方に比較的大きなスケールの密度分布の移動が見られるが、これはリング渦とそれにより形成された非定常衝撃波が下流に流されることに対応している。

図-4は高亜音速で流れている外気中に噴出するジェットを示している。圧力比 $P_j/P_\infty$ が1より小さいのでジェットの境界は上向きに湾曲し、その結果ジェットの境界の上を流れる外部流は加速され超音速になる。このようにして形成された超音速領域は第一セルの後部上方で衝撃波を発生し再び亜音速になる。この衝撃波はジェットの境界と交差しジェッ

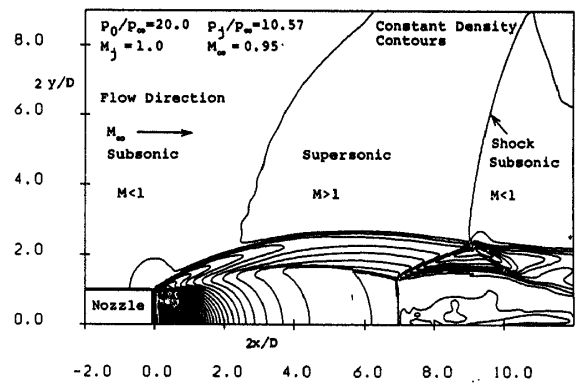


図-4 高亜音速流中に噴出するジェットの等密度線図

トの内部の流れと干渉する。ジェット外部の流れは薄翼回りの高亜音速流と同じ特性を持っているが、この場合にはジェットは内部構造を持っており外部流と内部流は互いに干渉しあう。この意味では薄翼回りの高亜音速流よりも全体の流れ場ははるかに複雑である。

図-5は超音速流中に噴出するジェットを示している。ノズル出口のジェットの境界の外側に超音速流同志の干渉により外部衝撃波(External Shock)が生じている。Mach Disk背後のジェットのCore部分とノズル出口近傍の外部衝撃波背後を除いて流れ場は超音速であるためジェット流、外部流ともに非常に安定で定常的である。

図-6は逆推進ジェットを示している。この場合Bow ShockとMach Diskの二つの強い衝撃波が生じその間に接触面が作られる。この接触面近傍では流れは非常にゆっくりしておりそのためKelvin-

Helmholtz 不安定により生ずる渦は成長するための十分な時間的余裕を有しており、大きな渦がつくられジェットは大きな周期的非定常性を示す。図-7はこの渦の発生、成長の様子を時間を追って示したものである。

逆推進ジェットにはもう一つの大きな不安定現象が存在している。これはMach Disk 上端の Triple

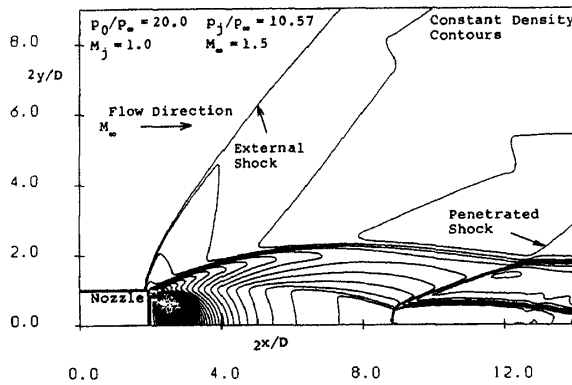


図-5 超音速流中に噴出するジェットの等密度線図

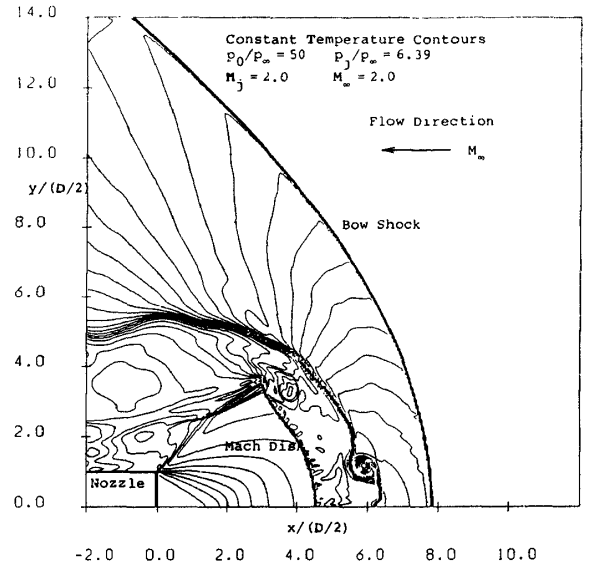


図-6 逆推進ジェットの等温度線図

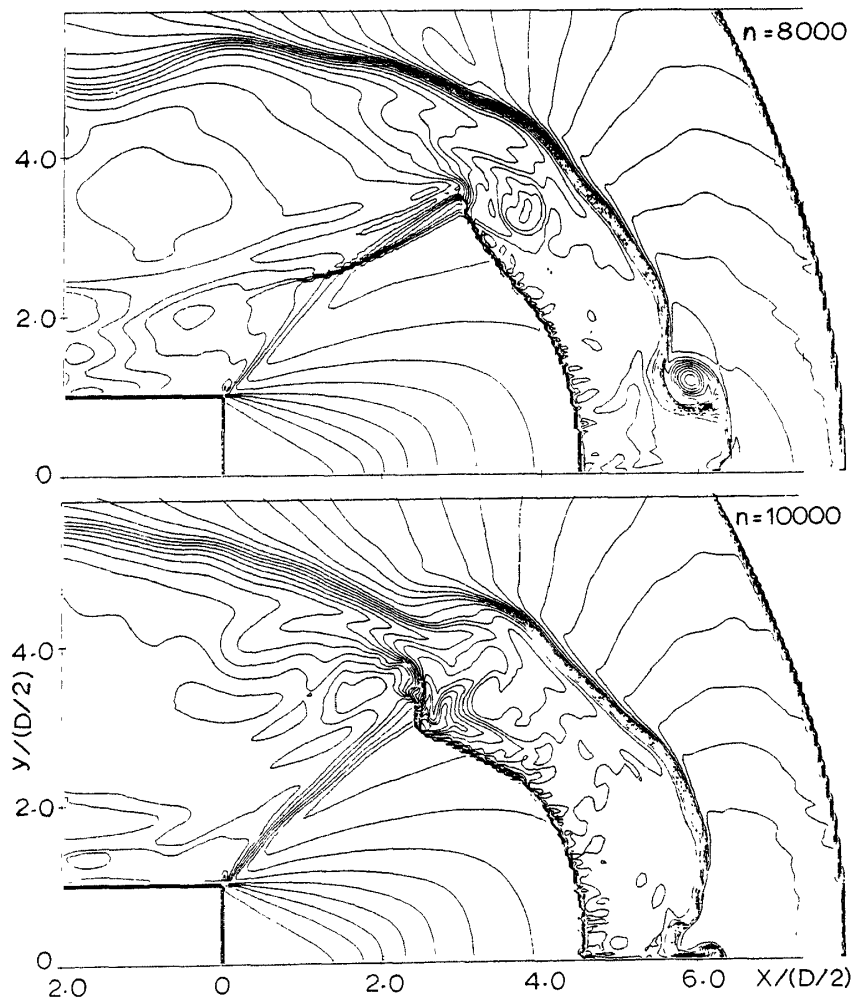


図-7 逆推進ジェット中の不安定現象：流れの条件は図-6の場合と同じ

Point の存在に起因している。Mach Diskを通過した気体と斜め衝撃波 (Barrel and Reflected Shocks)を通過した気体とではその運動量が大きく異なり, その結果それぞれはMach Disk と Bow Shock の間に存在する接触面に対してアンバランスなインパクトを与える。この様にして乱された接触面近傍の気体はノズルの方へ流れていき Barrel Shock と Reflected Shock に変動を与える。この変動は再び接触面近傍の気体に乱れを引き起こす。図-7にはこの不安定現象がよく現れている。

### B. Instabilities

超音速自由噴流に現れる不安定現象には次の五つが考えられる。

- (1) Rayleigh-Taylor Instability
- (2) Kelvin-Helmholtz Instability
- (3) Feedback Loop Oscillation
- (4) Mach Disk Induced Instability
- (5) Garden Hose Instability

不安定(1)は図-1に示されているような非定常ジェットの場合ジェットフロントの部分に於て重要になる。図-1のジェットの場合ジェットフロントは、図-2で明らかな様に噴出直後のごく初期の段階に於てのみ強い加速度運動をしその後は殆ど定速運動を行う。従ってここで扱っている定常ジェットの解析では問題にはならないと考えられる。

不安定(2)は自由噴流の不安定現象の中で最も本質的で重要なものである。本計算に於ては全ての結果にこの不安定現象が現れている。不安定現象(3)~(5)はジェットの組織的、構造的不安定であるがその原因、あるいは引き金になっているのがこの不安定である。

不安定(3)は所謂スクリーチトーン (Screech Tone) に関連した一種のジェットの自励振動である。ノズル出口近傍の剪断層は外部じょう乱に対して非常に不安定で Kelvin-Helmholtz Roll-up を引き起こす。この渦は成長しながら下流に流されセル構造の後端で衝撃波と干渉しその際強い音波を出す。この音波はジェットの軸方向に強い指向性をもってジェットの外側を伝搬し再びノズル出口近傍の剪断層を刺激する。このようにして放出された音波は特定の周波

数を持つ Discrete Tone となる。<sup>4)</sup>この Screech Tone の発生に伴うセル構造の振動は対称, 非対称のいくつかのモードを持っており, 本解析では対称モードの振動が確認された。

不安定(4)は逆推進ジェットに現れる不安定現象であり Barrel Shock と Reflected Shock の周期的変動をもたらす。

不安定(5)は純粋に三次元的不安定で軸対称計算ではシミュレート出来ない。これは今後の問題である。

### 3. 数値解析と実験の比較

ここで得られた数値結果の有効性を評価するために実験結果との比較を行う。公平を期すためにまず Love et al. が NASA で行った実験との比較を図-8に示す。実線は Love 等の実験結果を, また白丸, 黒丸は数値結果を表している。この図から明らかのように第一セル構造に関する限り数値結果は極めて正確に実際のジェットをシミュレートしていると言える。

次にジェットの全体的な構造を比較したのが図-9である。これらの図において一番上は露出時間が 1/30 sec, 中央は 1.1 μsec のシュリーレン写真であり一番下は数値結果 (密度分布のカラーグラフィクス) を示している。数値結果は 450 × 74 のメッシュに対するものである。実験結果で特徴的なことは長時間露光写真のジェットはきれいな周期的セル構造をしており外見的には非常に安定かつ定常に見える。しかしこのジェットの瞬間写真は反対に非常に乱れており全体の流れ場は不安定で非定常に見える。二つのジェットの間で明確な対応がつけられるのは第一セル構造ぐらいである。しかし瞬間写真の強い乱れ場は時間的に平均すると長時間露光写真のジェットになることからその変動はセル構造のスケール

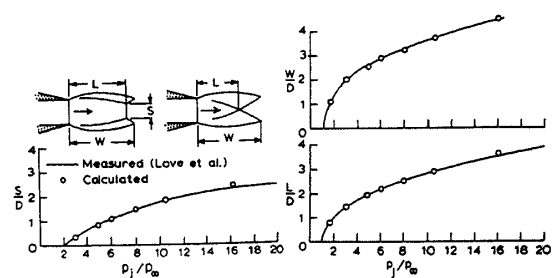


図-8 数値結果と実験結果の比較

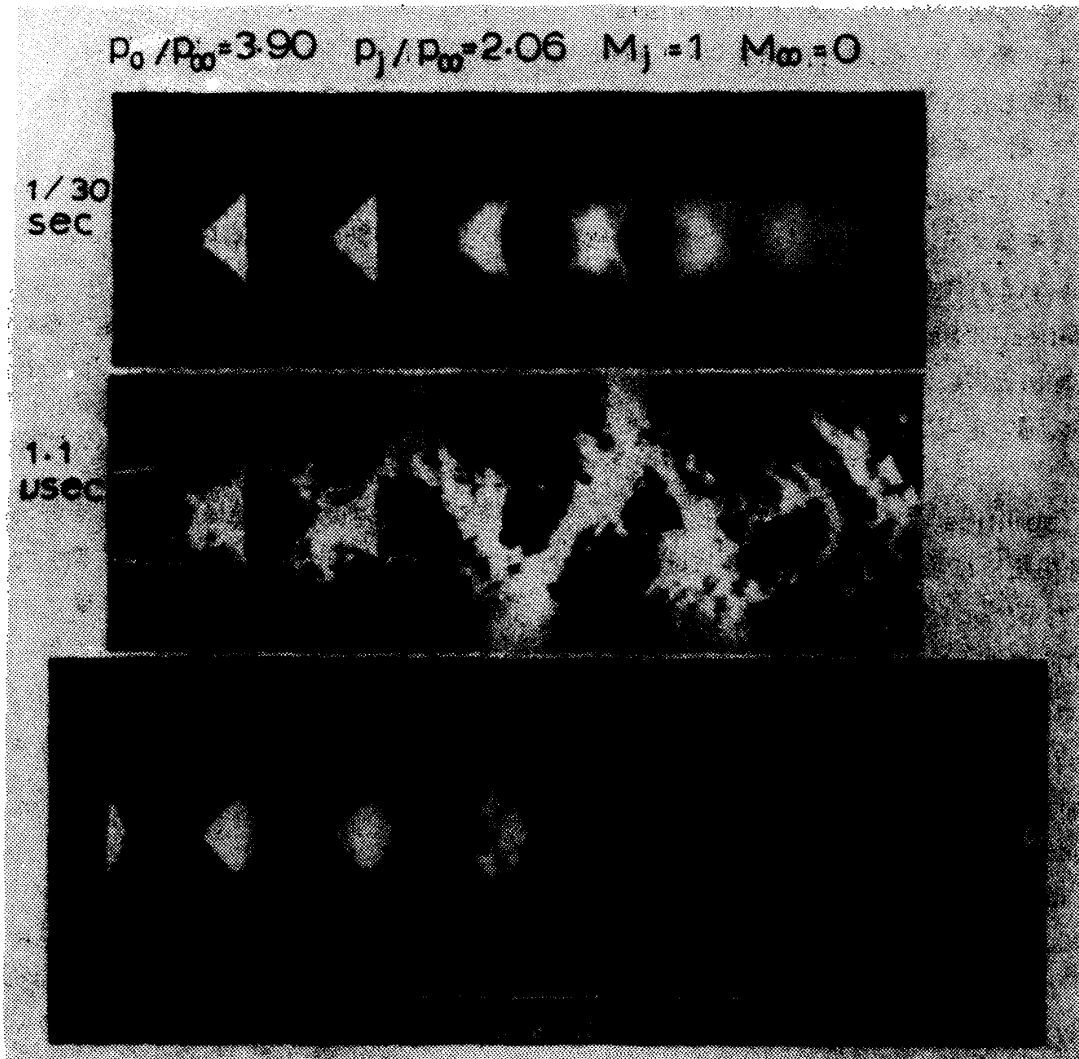


図-9 流れ場全体の数値解析と実験との比較

では周期的であると言える。図-10はこのジェットから放出される音波の周波数を示している。種々の大きさの乱流渦から放出される連続的成分の他にセル構造の共鳴振動による非常に強い Discrete Tone (Screech Tone) の成分がはっきりと観測されている。このセル構造の共鳴振動は上で述べた Feed-Back Loop Oscillation である。Fine Mesh による数値結果は少なくとも定性的には瞬間写真のジェットをかなり良くシミュレートしている。

#### 4. 結 論

レイノルズ数の非常に高い超音速自由噴流はオイラー方程式によっても充分数値シミュレートすることができる。自由噴流の流れ場は基本的には安定で定常な衝撃波のセル構造とそれを乱そうとするいくつ

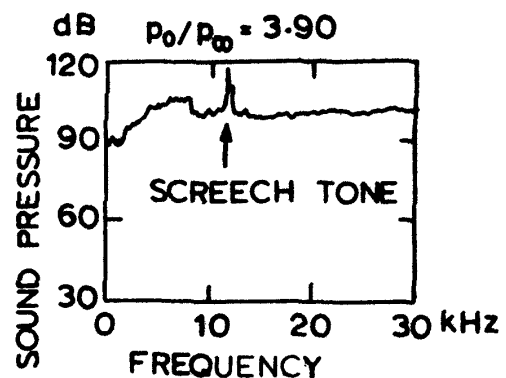


図-10 超音速自由噴流から発生する discrete tone (screech tone):  $P_0/P_\infty = 3.9$ ,  $M_j = 1.0$ ,  $M_\infty = 0.0$ .

かの不安定成分とからなり立っている。従って実際のジェットは全体的には決して定常なものではない。この点は時間依存法を用いて自由噴流の計算を行う

時に特に注意すべきことである。

既に述べたようにメッシュサイズが粗い場合は長時間露光写真のジェットに対応して見かけ上安定、定常な解を与える。しかしながらメッシュサイズを細かくしていくと流れ場は不安定、非定常になり瞬間写真のジェットに近付いていく。

最後に、本研究は一部昭和62年度文部省科学研究費補助(重点領域研究62613506)によるものであることを記し感謝の意を表す。

#### 参 考 文 献

- 1) Sawada, K., Shima, E., Matsuda, T. and Inaguchi, T. "The Osher Upwind Scheme and Its Application to Cosmic Gas Dynamics," Mem. Fac. Eng. Kyoto Univ., Vol. 48, No. 2, 1986, pp. 240-264.
- 2) Shima, E., Matsuda, T. and Hachisu, I. "Accretion Shocks in a Close Binary System," Mon. Not. R. Astr. Soc., Vol. 221, 1986, pp. 679-686.
- 3) Love, E.S., Grigsby, C.E., Lee, L.P. and Woodling, M.J. "Experimental and Theoretical Studies of Axisymmetric Free Jets," NASA TN-R-6, 1959.
- 4) Umeda, Y., Maeda, H. and Ishii, R. "Discrete Tones Generated by the Impingement of a High-Speed Jet on a Circular Cylinder," The Physics of Fluids, Vol. 30, 1987, pp. 2380-2388.
- 5) Ishii, R. and Umeda, Y. "Free-Jet Flows of Gas-Particle Mixtures," to be published in Thermophysics and Heat Transfer.

