

衝撃波管内の流れのTVDスキームによる シミュレーション

伊藤 勝 宏* 高山 和 喜*

Numerical Simulation of the Shock Tube Flows by TVD Schme

by

Katsuhiko ITOH, Kazuyoshi TAKAYAMA
Institute of High Speed Mechanics, Tohoku University

ABSTRACT

The present paper reports a computational and experimental investigation of unsteady transonic flow over an elliptical cylinder and an NACA0012 aerofoil in a shock tube. To simulate the unsteady transonic shock tube flow, a Total Variation Diminishing (TVD) finite difference scheme is applied to the Navier-Stokes equations. The complicated unsteady transonic flow accompanied by shock waves was successfully simulated with a high resolution. The computational isopycnics are consistent with the those of the interferograms.

1. 緒 言

衝撃波管内に置かれた物体に衝撃波が衝突すると、物体まわりには衝撃波の反射・回折を伴う複雑な非定常流れが発生する。特に入射衝撃波背後の一樣流マッハ数が臨界マッハ数を超えると、物体まわりには超音速領域が現われて新たに衝撃波が発生する。物体面上に出現した衝撃波は物体表面に沿って発達した境界層と干渉し境界層のはく離を引き起こす。はく離泡付近の流れは変動し、衝撃波は一定位置にとどまらないため、臨界マッハ数を超える衝撃波管内の流れでは入射衝撃波の通過後も物体まわりの圧力分布の時間的変化は大きい。そのため、物体まわりに生じる抗力、揚力等の空力特性は急激に変動する。このような非定常流の理解は工学的に重要な研

究課題とされている。

その解明にあたって著者等は衝撃波管内に置いた楕円率 1/2 の楕円柱および翼形にマッハ数 1.7 の衝撃波が入射した時に発生する非定常遷音速流れについて可視化実験を行ってきた。^{1,2)} 可視計測にはルビレーザを光源とする二重露光ホログラフィー干渉計³⁾を用い、干渉縞写真から空力特性の導出を試み、実験的知見を得た。

今回の研究の目的は、その比較、検討のための数値シミュレーションを行うことである。衝撃波、接触不連続面を鮮明に捕えることができる TVDスキーム⁴⁻⁷⁾をナビエ・ストークス方程式に適用し、実験結果と比較した。翼形については流れが定常になるまで計算を行い、衝撃波管を遷音速風洞として使用した場合の風洞壁干渉の影響を調べた。

* 東北大学高速力学研究所

2. 数値シミュレーション

最近、衝撃波管内流れの数値シミュレーションには、TVDスキームが広く用いられるようになった。可視化計測技術の進歩とともに、衝撃波管内流れも粘性流れとして取り扱われることが多くなり、自然の成り行きとしてTVDスキームのナビエ・ストークス方程式への応用がさかんに行われている。衝撃波管内流れは一般に高レイノルズ数流れであり、流れの細部を捕えるには数値拡散項の影響をなるべく小さくする必要がある。その意味で、TVDスキームの応用は正しい方向にあるものと思われる。代表的なものに緩和法を使ったChakravarthy⁸⁾の例があり、定常解については良い結果を得ている。しかし、著者らの興味の対象となる非定常性の強い流れでは高い時間精度が要求され、陰解法による時間平均的解ではもはや物理的意味が希薄である。このような状況から本研究では厳しいCFL条件の制約にもかかわらず陽解法による計算を試みた。その概要は以下の通りである。

非定常2次元ナビエ・ストークス方程式は一般曲線座標系 (ξ, η) において代表的に次の様に書かれる。

$$\partial_t U + \partial_\xi (F + S) + \partial_\eta (G + R) = 0 \quad (2.1)$$

ここに、 S と R は拡散項である。(2.1)を時間分割して差分近似すると

$$U_{i,j}^{n+2} = L_\xi L_\eta L_\eta L_\xi U_{i,j}^n \quad (2.2a)$$

$$L_\xi U_{i,j} = U_{i,j} - \frac{\Delta t}{\Delta \xi} (\tilde{F}_{i+\frac{1}{2},j} - \tilde{F}_{i-\frac{1}{2},j} + \tilde{S}_{i+\frac{1}{2},j} - \tilde{S}_{i-\frac{1}{2},j}) \quad (2.2b)$$

$$L_\eta U_{i,j} = U_{i,j} - \frac{\Delta t}{\Delta \eta} (\tilde{G}_{i,j+\frac{1}{2}} - \tilde{G}_{i,j-\frac{1}{2}} + \tilde{R}_{i,j+\frac{1}{2}} - \tilde{R}_{i,j-\frac{1}{2}}) \quad (2.2c)$$

となる。(2.2b,c)の数値流束 \tilde{F}, \tilde{G} はLax-Wendroff型のTVD差分⁴⁾を用いて計算し、拡散項は中心差分等により近似した。

3. 実験および計測法

実験には高圧室長さ1.5m、直径230mm、低圧室長さ8.0m、断面60mm×150mmの衝撃波管を用

いた。試料気体は空気(90kPa)、駆動気体はヘリウム(2.0MPa)、隔膜にはマイラー膜(0.188)を用いた。テストモデルは、だ円柱(だ円率1/2、長軸長さ40mm)およびNACA0012翼形(弦長50mm)である。入射衝撃波のマッハ数は1.7、入射衝撃波の背後の一樣流マッハ数は0.77、だ円柱および翼形に対するレイノルズ数はそれぞれ 5.0×10^5 、 6.25×10^5 である。

可視化計測にはルビーレーザーを光源とする二重露光ホログラフィー干渉計³⁾を用いた。干渉縞と密度変化には以下の様な関係があり、流れ場の定量的測定が可能である。

$$N = KL \Delta \rho / \lambda \quad (3.1)$$

ここで、 N 、 K 、 $\Delta \rho$ 、 L 、 λ はそれぞれ縞次数、Gladstone-Dale定数 $0.225 \text{ cm}^3/\text{g}$ 、密度変化、測定部奥行き60mm、光源の波長694.3nmである。これにより、干渉縞1本に対する密度変化は初期密度の4.7%となる。

4. 結果と考察

4.1 だ円柱

まず、マッハ数1.7の衝撃波が迎角 5° のだ円柱に入射してから、だ円柱に沿って現われる衝撃波によって境界層はく離するまでの一連の過程について数値シミュレーションを行い、同一時刻における干渉縞写真と比較した。なお、計算には 241×161 点の格子を使用している。

Fig.1(a)は、衝撃波がだ円柱の中央まで達したときの流れ場の様子を示す干渉縞写真と数値シミュレーションから得た等密度線図である。図中、衝撃波は左から右へ伝播する。干渉縞写真中のA、B、C、D、Eはそれぞれ入射衝撃波、反射衝撃波、衝撃波三重点、マッハステム、滑り線であり、典型的なマッハ反射である。図に明らかのように、TVDスキームを用いればそれらの不連続面を鮮明に正確な位置に捕えることができる。また、不連続面付近でも等密度線は滑かで、その様相は干渉縞と非常に良く一致している。その後マッハステムはだ円柱後部を回折しはじめるが、Fig.1(b)は上下面を回折してきたマッハステムが後部よどみ点で衝突する直前の様子を示す。干渉縞写真、数値シミュレーションとも

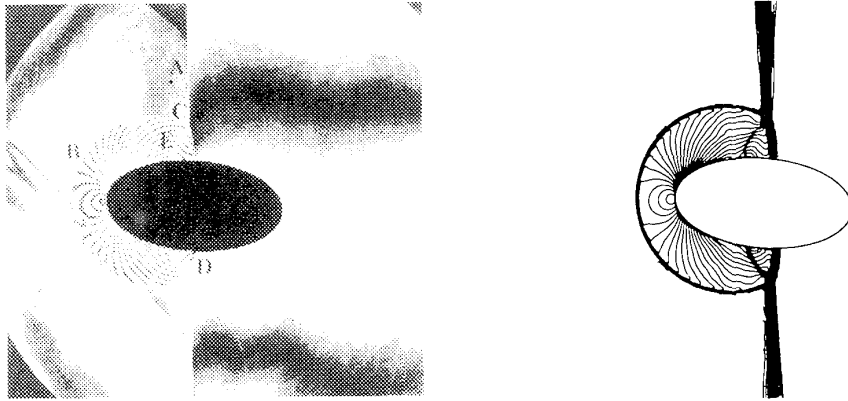


Fig. 1 (a) Experimental and Computational isopycnics for the elliptical cylinder for $M_s=1.7$, $Re=5 \times 10^5$, $\alpha=5^\circ$ and at $33 \mu\text{sec}$

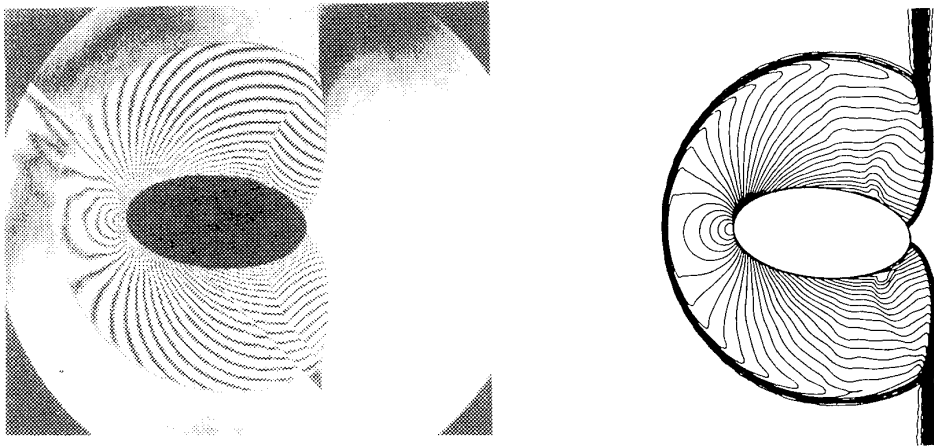
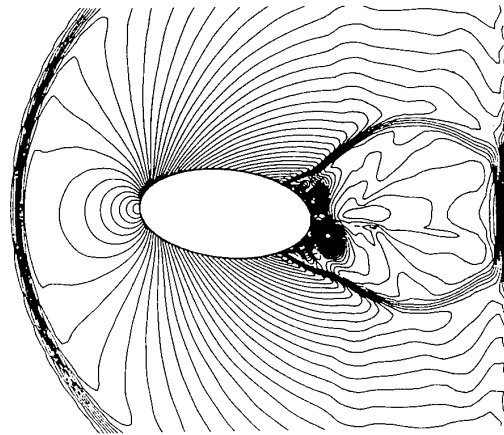
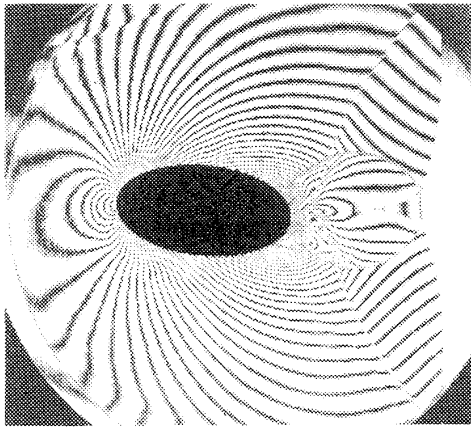
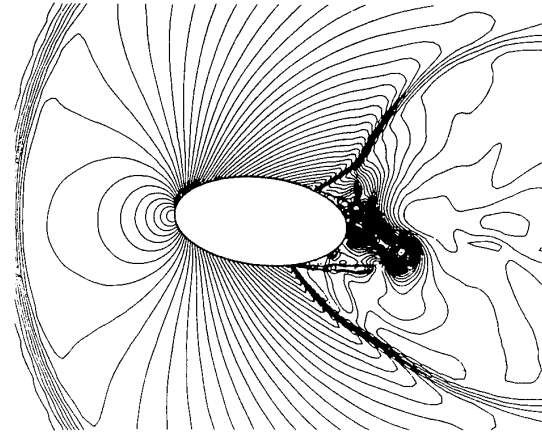
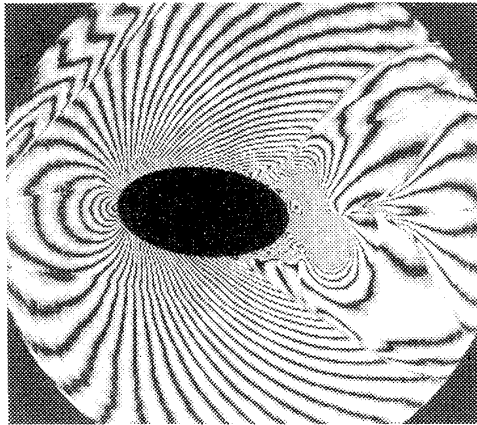
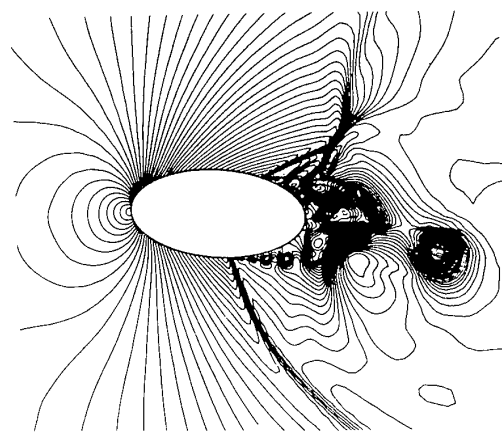
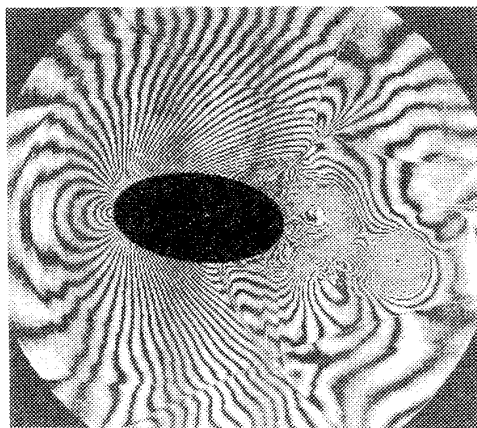


Fig. 1 (b) $73 \mu\text{sec}$

同様に滑り線の巻上がりが見られる。マッハステムが回折しはじめその背後の圧力がすべり線の上流の圧力より低くなるとこのような現象が起こる。後部よどみで反射したマッハステムは上流方向へ伝播し、だ円柱表面で発達した境界層と干渉する (Fig.1(c))。これにより境界層のはく離が誘起され、だ円柱上下面で渦が発生する。この非常に興味深い現象は Fig. 1(d)においてさらに明確になる。この種の現象は衝撃波管の管端で反射した衝撃波が上下壁面の境界層と干渉するときに見られる現象と類似のものであり、衝撃波固定座標系において次のように解釈できる。衝撃波背後の静圧が境界層内流れのよどみ圧より大きいとき、境界層内流れはよどみ、衝撃波は上流方向に押し出される。せき止められた境界層内流れは、はく離泡を形成する。その外側の流線が偏向されるため新たに衝撃波が発生し、衝撃波三重点が現われる。これは衝撃波の分岐と言われる。はく離泡を横切って大きな温度勾配と速度勾配が生じるため流れ

は不安定になるが、今回の数値シミュレーションではこのあたりまでは衝撃波の挙動、はく離泡、渦等を良く捕えている。しかし、本解析手法はメッシュ依存型であるにもかかわらず設定レイノルズ数の流れの細部を解像できるほどの格子点はとっていないため、さらにはく離が進むと弊害が生じてくる。それは Fig.1(e)のはく離泡付近に現われている。はく離点から小さい不安定な渦が次々に発生しており、低レイノルズ数流れの様相を呈している。今後、スキームの高精度化、粘性モデルの導入等を検討する必要がある、研究課題は多い。また、衝撃波管側壁の影響により実際の現象でははく離泡などは3次元構造を持ち、干渉縞写真においても明確に判断しきれないところがある。したがって、実験計測の方にもさらに改良を重ねる必要がある。ただし、衝撃波や大きな渦の構造など大部分の流れの様相は依然として良く一致することを付け加えておく。

次にだ円柱まわりの密度分布と圧力分布を比較し

Fig. 1 (c) 121 μ secFig. 1 (d) 193 μ secFig. 1 (e) 293 μ sec

た。Fig.1 (e)に対応する比較を Fig.2 に示す。図中○, △はそれぞれだ円柱上面, 下面の計測結果であり, 実線が数値シミュレーションの結果を示す。密度分布はだ円柱表面に沿って干渉縞を計測し, (3.1)式を使って求めた。圧力分布はだ円柱表面に沿って等エントロピ流れを仮定し, 衝撃波前後ではランキン・ユゴニオの関係式を使って算出した。密度分布

に関しては数値シミュレーションの結果は計測結果と良く一致している。圧力分布ははく離域において多少の食い違いがあるが, 本研究の最も主な目的の1つである物体まわりに生じる抗力と揚力を求める上では, 無視できる程度である。

Fig.3 はだ円柱表面に沿って圧力分布を積分して得た抗力係数の時間変化を示す。衝撃波がだ円柱に

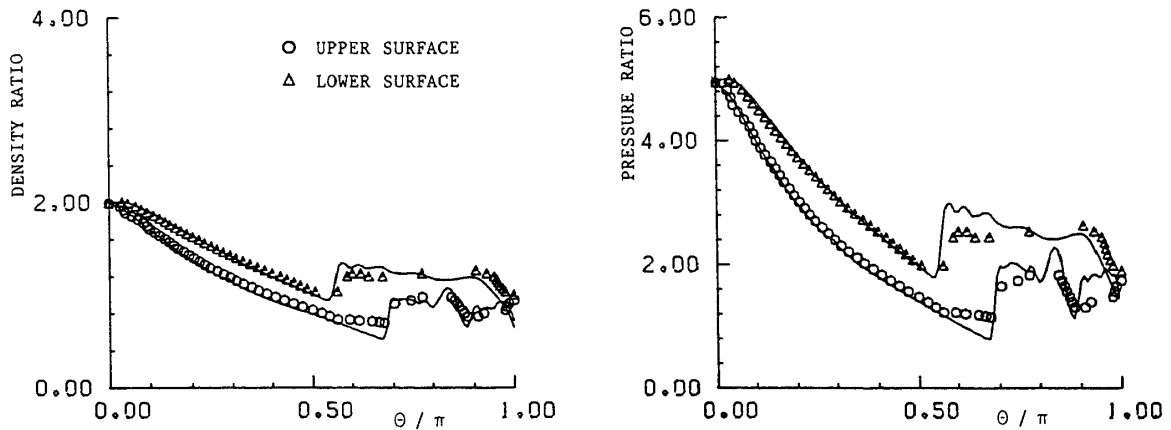


Fig. 2 Density and pressure distributions along the elliptical cylinder at 293 μ sec

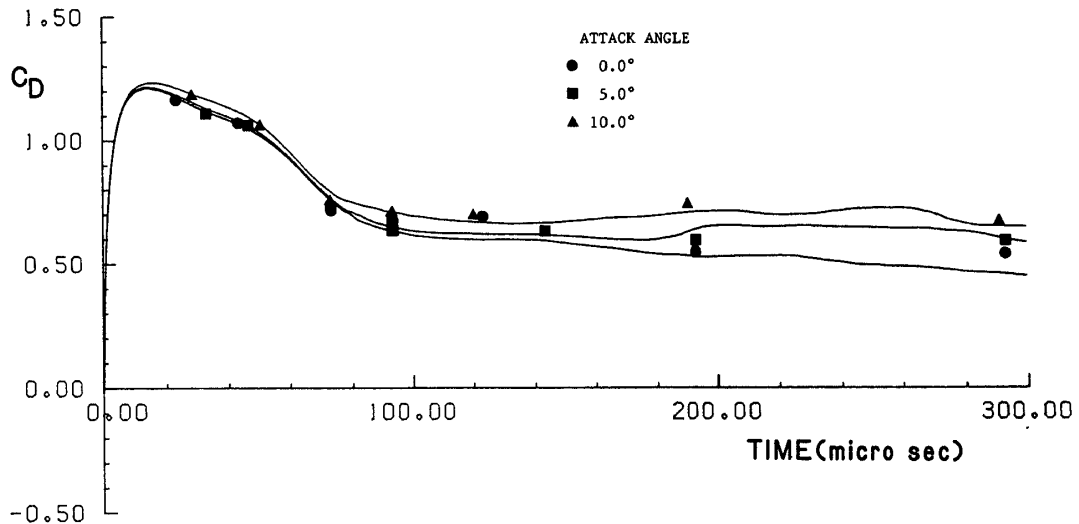


Fig. 3 Time variations of the drag force over the elliptical cylinder

衝突後、抗力は急激に増大する。衝撃波の伝播とともにだ円柱が圧力を受ける面積は広がるが、反射衝撃波が減衰するにしたがい圧力が減少するのでそのかねあいでは衝撃波が長軸の約 1/3 に達したあたりで抗力は最大となる。この時の最大値は定常流中の抗力の約 2 倍に達している。以後単調に減少するが、衝撃波がだ円柱後部を回折しはじめるとその勾配は急になる。衝撃波が完全に通過してしまうと抗力はほぼ一定となる。衝撃波が通過するまでは迎角の影響は小さく、境界層がはく離しはじめると迎角に比例するようになる。

揚力係数の時間変化を Fig.4 に示す。衝撃波入射後極初期の段階では、だ円柱が受ける衝撃圧の長軸方向成分が短軸方向成分より著しく大きく、結果と

して負の方向に揚力が働く。その後衝撃波の伝播とともに揚力は大きくなり、抗力が減少しはじめるころに正方向に転じる。マッハシステムがだ円柱後部を回折しはじめると、だ円柱上面の圧力減少が下面のそれより遅れるため揚力は再び減少する。衝撃波が通過し、出発渦が発生した後は単調に増大する。

4.2 NACA0012 翼形

NACA0012 翼形まわりの非定常遷音速流れについても同様の方法で数値シミュレーションを行った。衝撃波管を遷音速風洞として使用した場合の風洞壁干渉の影響を明らかにすることも本研究の重要な目的の一つである。それば明確に流れ場に反映されるように風洞壁の高さと翼弦長の比を 3 : 1 とした。そ

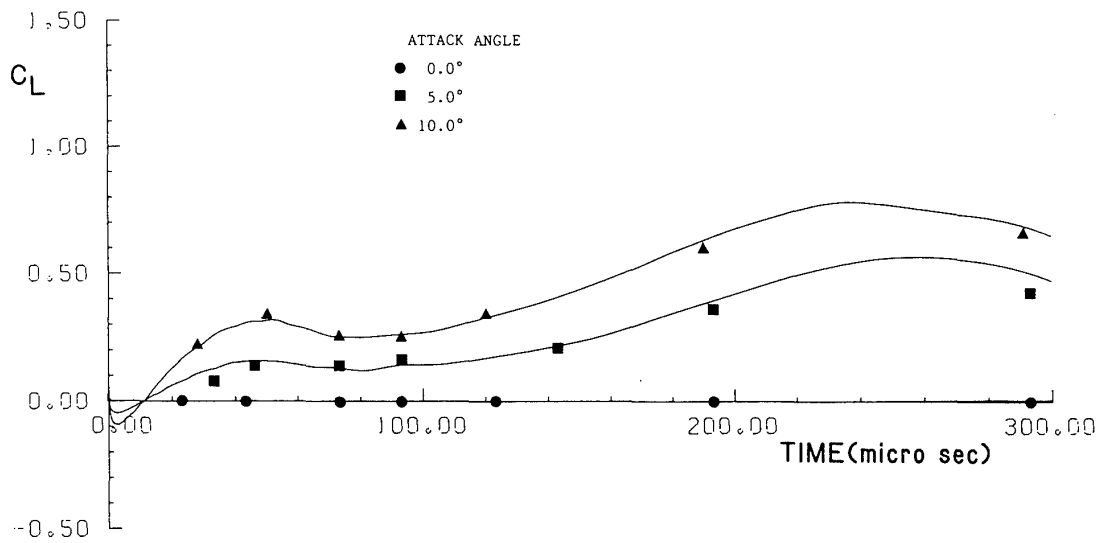


Fig. 4 Time variations of the lift force over the elliptical cylinder

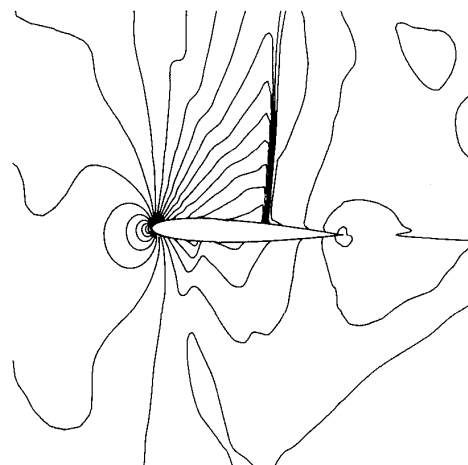
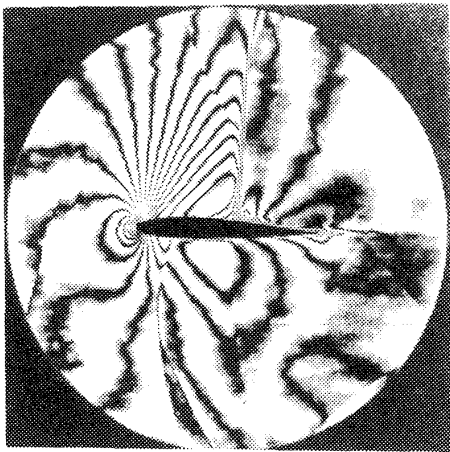


Fig. 5 Density Contours Around NACA0012 Aerofoil, $M_\infty=0.77$, $\alpha=2.0^\circ$

のため、上下壁で反射した衝撃波の複雑な干渉が流れ場に現われ流れが定常になるまで多少時間がかかるが、実験においても観測可能な程度持続する。ここでは、定常流に対する実験と数値シミュレーションの比較を示す。

Fig.5は、迎角 2° に設定した翼形にマッハ数1.7の衝撃波が入射後1.3msecにおける干渉縞写真と数値シミュレーションから得た等密度線図である。入射衝撃波背後の一流速マッハ数は0.77、翼面衝撃波が現われる典型的な遷音速流れを示している。風洞壁の干渉効果は風洞壁により流れが拘束されることに起因し、超音速領域が壁に達すると著しくなる。Fig.6の等マッハ線図に明らかなように超音速領域は広く上壁に接しており、無限一流速中の場合に比べ翼面衝撃波が弦長の約10%ほど後退している。

また、翼形下面には弱いじょう乱が残っている。

翼形まわりの圧力係数の比較をFig.7に示す。実験結果は、だ円柱の場合と同様、翼形まわりに等エントロピ流れを仮定し、干渉縞写真から求めた。

最後に、数値シミュレーションから得た抗力と揚力の時間変化をFig.8に示す。抗力は衝撃波の入射後直ちに最大値に達し、衝撃波が後縁に達するとほぼ定常値となる。揚力は衝撃波の伝播とともに増大し、衝撃波が後縁に達すると突然下がり、また直ぐに上昇しはじめる。衝撃波入射後1.3msecには翼面衝撃波は落ち着き、じょう乱も十分減衰し、以後揚力はほぼ一定となる。無限一流速中の場合に比べ、翼面衝撃波の位置が後退しているため揚力は約14%ほど大きくなっている。

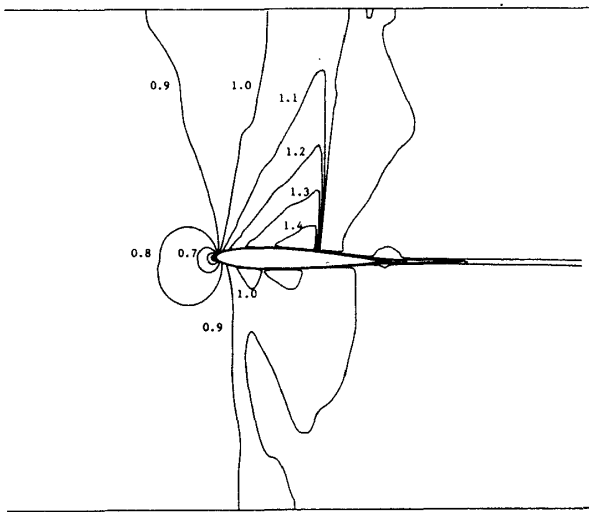


Fig. 6 Mach Contours

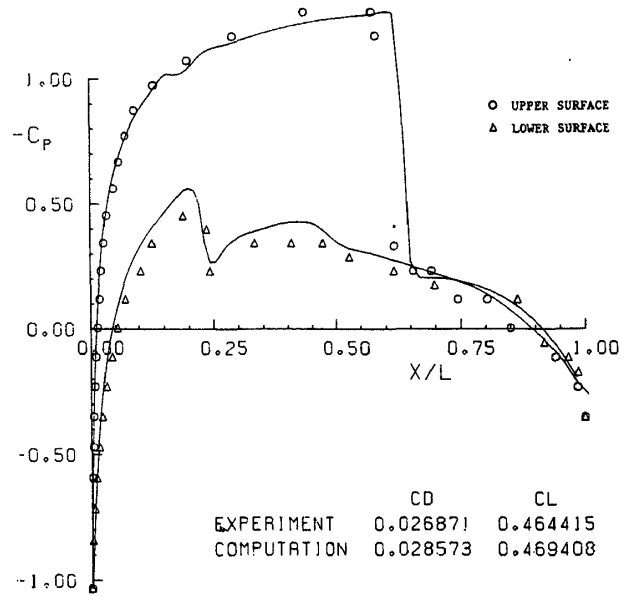


Fig. 7 Pressure Distribution Around NACA0012 Aerofoil $M_\infty=0.77$, Attack Angle 2.0°

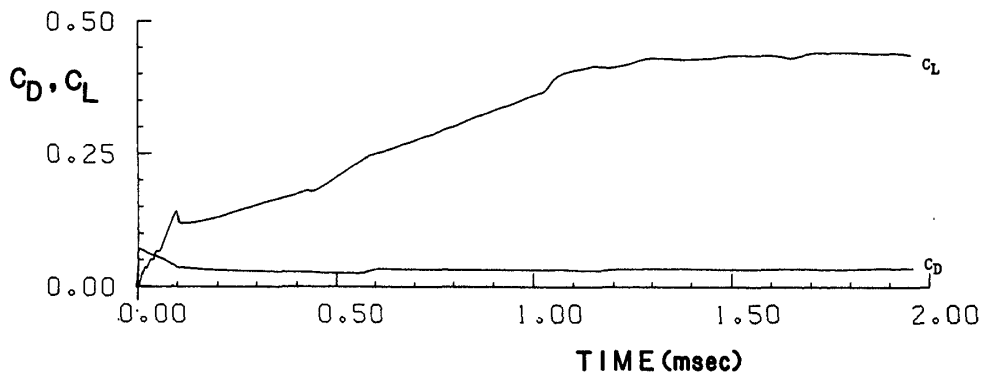


Fig. 8 Unsteady Drag and Lift Around NACA0012 Aerofoil $M_\infty=0.77$, $\alpha=2.0^\circ$

5. 結 言

TVDスキームをナビエ・ストークス方程式に適用し、だ円柱および翼形まわりの非定常遷音速流れの数値シミュレーションを行い、実験と比較し以下の結論を得た。

(1) 衝撃波の反射・回折過程においては等密度線の位置、形状などの細部まで良く一致した。

(2) はく離泡などについては設定したレイノルズ数に対して十分解像できておらず、今後さらに改良する必要がある。しかし、はく離が生じた後も衝撃波や大きな渦の構造、はく離泡の大体の構造などは捕えられており、全体的には良く一致した。

(3) 抗力や揚力の時間変化については、本数値解は実験結果と良く一致し、工学的目的には十分満足できる結果であった。

参 考 文 献

- 1) K. Takayama and K. Itoh, Unsteady Drag of Cylinders and Aerofoils in Transonic Shock Tube Flows, Proc. 15th ISST & W, 1985, pp. 479-485.
- 2) K. Itoh and K. Takayama, Shock Wave-Induced Unsteady Drag Over Circular and Elliptical Cylinders, Proc. 35th JNCAM, 1985, pp. 27-36.

- 3) K. Takayama, Application of Holographic Interferometry to Shock Wave Research, Proc. SPIE Vol, 298, 1983. pp. 174-180.
- 4) A. Harten, High Resolution Schemes for Hyperbolic Conservation Laws, J. Compt. Phys. Vol. 49, 1983, pp 357-373.
- 5) C. Yee, et. al, Implicit Total Variation Diminishing (TVD) Schemes for Steady-State Calculations, J. Compt. Phys. Vol. 57, 1985, pp. 327-360.
- 6) T. Aki, Computation of Unsteady Shock Wave Motion by the Modified Flux TVD Schemes, Proc. 10th ICNMF, 1986.
- 7) K. Itoh and K. Takayama, Transonic Shock Tube Flow Over an NACA0012 Aerofoil and Elliptical Cylinders, Proc. 16th ISST &W, 1987.
- 8) S.R. Chakravarthy, et. al, Application of a New Class of High Accuracy TVD Schemes to the Navier-Stokes Equations, AIAA 23rd Aerospace Science Meeting Reno, Nevada, 1985.