

# TVDスキームによる三次元流の数値計算

石 黒 登美子\*      小 川      哲\*      高 倉 葉 子\*\*

## Numerical Calculation of Three Dimensional Flow by TVD Scheme

by

Tomiko ISHIGURO, Satoru OGAWA  
*National Aerospace Laboratory*

Yoko TAKAKURA  
*Fujitsu Ltd.*

### ABSTRACT

Numerical simulations of flow around three-dimensional complex configurations are performed by solving both the Euler equations and the Navier-Stokes equations. Recent TVD schemes are used for two problems:

- (1) Subsonic/transonic/supersonic flow around a shuttle orbiter.
- (2) Hypersonic inviscid/viscous flow in a scramjet inlet.

It is shown that the results of numerical flow simulation using the present methods are reasonable.

### 1. はじめに

近年、数種の新しい衝撃波捕獲法<sup>1)-3)</sup>が双曲型保存則方程式を解くために提案されている。特に TVD (Total Variation Diminishing) スキームは通常用いられている Beam-Warming スキームより鋭く、かつ、附随の振動も少く衝撃波を捕えることができるということが翼型まわり二次元流等の数値実験を通じて検証された<sup>2)</sup>。筆者らは、Yee-Harten TVD スキームと Chakravarthy-Osher TVD スキームを三次元一般座標系表示の Euler 方程式に適用できるように LCI (Linearized Conservative Implicit) 形式で拡張し、翼まわり遷音速流について数値実験

を行った<sup>4)</sup>。その結果、強い衝撃波は捕えることができても弱い斜め衝撃波を満足に捕えることができなかった。これは原型の直接拡張では一般座標系において数値流束を計算する際、幾何学的諸量の扱いが流れ場の微妙な所を捕えるのに不十分であることに起因すると考えた。そしてその部分を出来るだけ正確に近似するようにしてスキームを改良し、衝撃波の強弱に関係なく満足な解を得ることに成功した(詳細;文献<sup>4)</sup>)。

こうして作成した三次元一般座標系保存則表示の Euler 方程式に対する TVD スキームによるソルバーを、更に Navier-Stokes ( $N-S$ ) 方程式にも拡張した。即ち、Euler 方程式に附加される粘性項の部分は陽型中心差分で近似して容易に  $N-S$  方程式に対するソルバーを作成した。ここでいうソルバー

\* 航空宇宙技術研究所

\*\* 富士通株式会社

とは、一般座標系 $(\xi, \eta, \zeta)$ の計算空間内の有限な直方体内部に一様 $(\Delta\xi = \Delta\eta = \Delta\zeta = 1)$ に張られた格子点(座標; 整数値)における Euler 方程式又は  $N-S$  方程式に対する差分近似式の解を求めるコードを意味する。このソルバーは接続する複数の直方体にも利用することができ、直方体表面における境界条件を数値的に取り扱うサブルーチンを追加することによって複雑形状物体内外の流れ場を求めることができる筈である。

本論文ではこのソルバーの有用性を調べるために、次の二つの定常流れ場の数値解析を試みる。

- (1) スペースシャトルまわりの粘性圧縮流
- (2) スクラムジェット取入口の非粘性 / 粘性圧縮流

## 2. スペースシャトルまわりの粘性圧縮流

非粘性圧縮流の計算のために本 SP の別稿で示す NASA のスペースシャトルと同じ物体を対象とし、そこで形成された格子を、 $N-S$  方程式 ( $Re = 10^7$ ) 用に物体面に接する格子の幅が  $10^{-4}$  になるように、切り直した格子 ( $100 \times 61 \times 30$ ) を用いる (図 1)。この格子を張られた一つの直方体内部において Baldwin-Lomax<sup>5)</sup> の代数乱流モデルつき thin-layer  $N-S$  方程式に対する Harten-Yee タイプのソルバーを適用する。ここでは対角化 IAF アルゴリズムを採用し CFL 数 3~5 の局所時間刻みで時間積分する。又、直方体表面において壁面、周期、特異線、対称面、無限遠等の境界条件が与えられるが通常の計算手法<sup>6),7)</sup>を用いる。

計算は種々の主流マッハ数 ( $M_\infty = 0.1 \sim 4.0$ ) の下で行った。計算時間は 1 ケースにつき約 2 時間 (FACOM VP-400) である。 $M_\infty = 1.4, \alpha = 0^\circ$  における風洞実験結果 (対称面の圧力係数と翼上面の圧力係数) が文献<sup>8),9)</sup>に載っているがここで得た結果の図 2 a, b は定性的にそれらと一致している。図 3 は上面と下面における等圧線図、図 4 は後部における対称面と物体面近く ( $k=2$ ) における速度ベクトル図である。このケースでは垂直尾翼の付け根で剥離現象が見られる。次に同じマッハ数で大迎角 ( $30^\circ$ ) のときの総圧力分布を図 5 に、適当な  $\alpha$  断面で  $y$  の最大値をもつ座標を通過する流線の側面図と

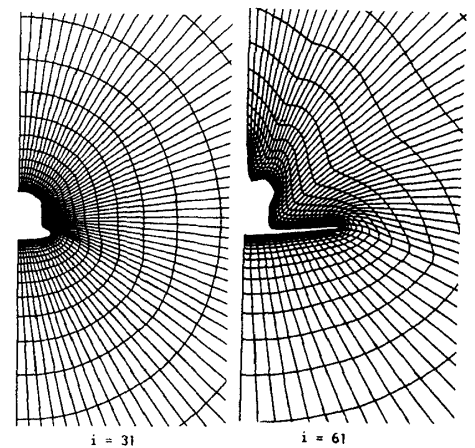


図 1  $y-z$  面格子射影図

前面図を夫々図 6 a, b に示す。迎角  $0^\circ$  のときは別の個所で大きい剥離が計算で捕えられている。図 7 に種々のオイルフロー図 (a;  $M_\infty = 0.1, \alpha = 0^\circ$ ; b;  $M_\infty = 0.8, \alpha = 0^\circ$ ; c;  $M_\infty = 2.0, \alpha = 0^\circ$ ; d;  $M_\infty = 1.4, \alpha = 30^\circ$ ) を、図 8 に等圧線図 (a;  $M_\infty = 4.0, \alpha = 0^\circ$ ; b;  $M_\infty = 1.4, \alpha = 30^\circ$ ) を示す。これらの図から  $M_\infty$  と  $\alpha$  の広範囲において妥当な解が計算によって得られていることがわかる。

## 3. スクラムジェット取入口の非粘性 / 粘性圧縮流

NASA Langley<sup>10)-12)</sup>で開発されたスクラムジェット取入口の内部における超音速流が TVD スキームのソルバーで解けるか調べる。ここでは、まだ燃焼や解離のような化学反応は考えない。又、後退角をもたない取入口とする。1 ストラット (図 9 a) と 3 ストラット (図 10 a) の 2 つのモデルを取り扱うが 3 ストラットの場合、偏揺角なしとし中心面を対称面扱いにする。側壁とストラットの間の一つ一つ、更に取入口の底の外部に一つの計算空間の直方体を対応づける。計三つの直方体 (格子点数  $120 \times 40 \times 30 \times 2 + 120 \times 79 \times 20$ ) に、Euler 方程式に対する Chakravarthy-Osher タイプの TVD スキームによるソルバーを適用する。ここでも対角化 IAF アルゴリズムを採用し、CFL 数 3 の局所時間刻みで時間積分する。 $M_\infty = 3 \sim 9$  の計算を行った。1 ストラットと 3 ストラットにおける上面の代表的な等圧線図を夫々、図 9 と図 10 に示す。これらの図か

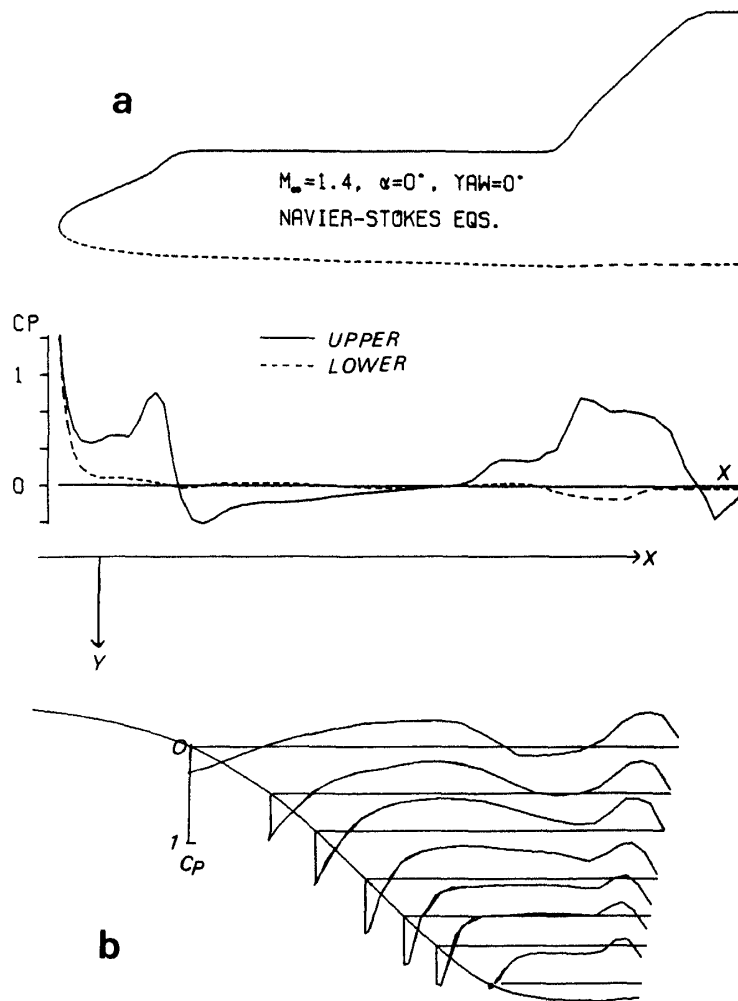


図2(a) 物体面と対称面の結合部における圧力係数  
 (b) 翼上面における  $y = \text{一定}$  切断面の圧力係数

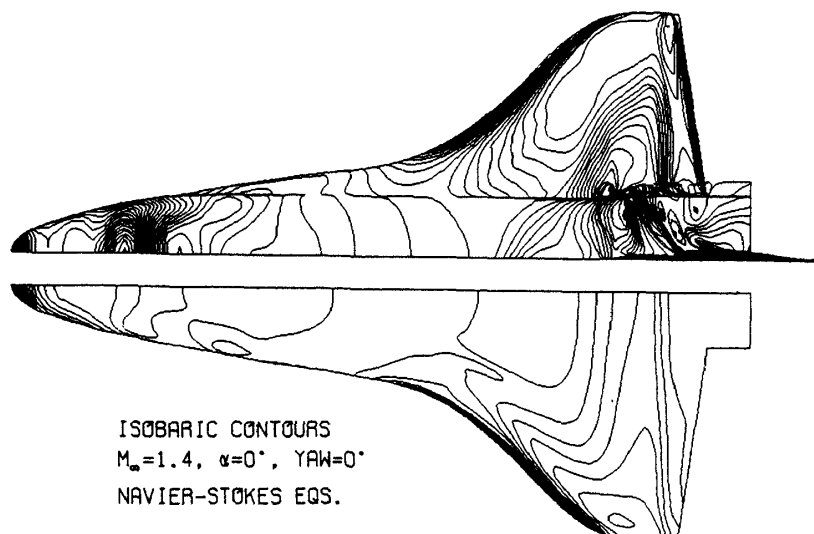


図3 上面及び下面における等圧線図

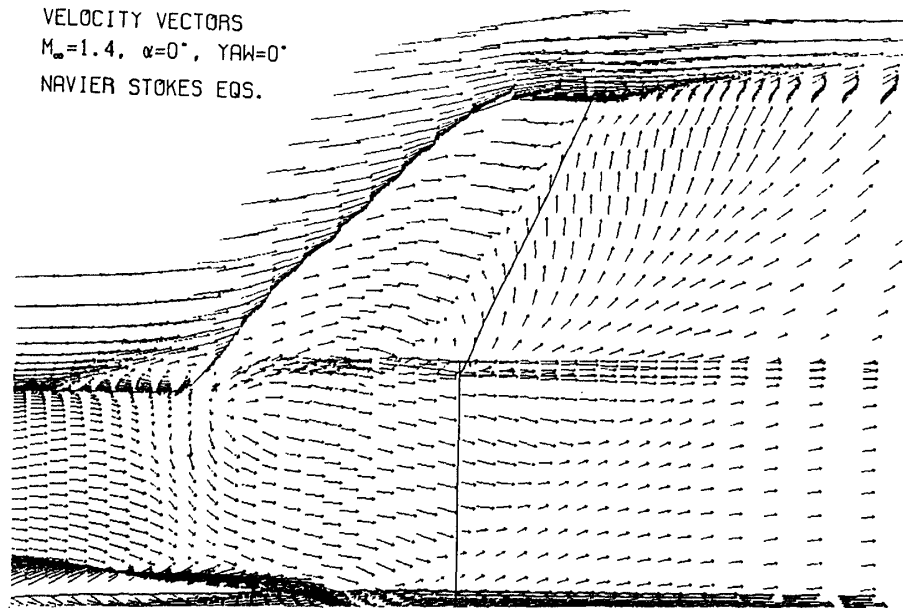


図 4 物体面近辺 ( $k=2$ ) と対称面 ( $j=1$ ) における速度ベクトル図

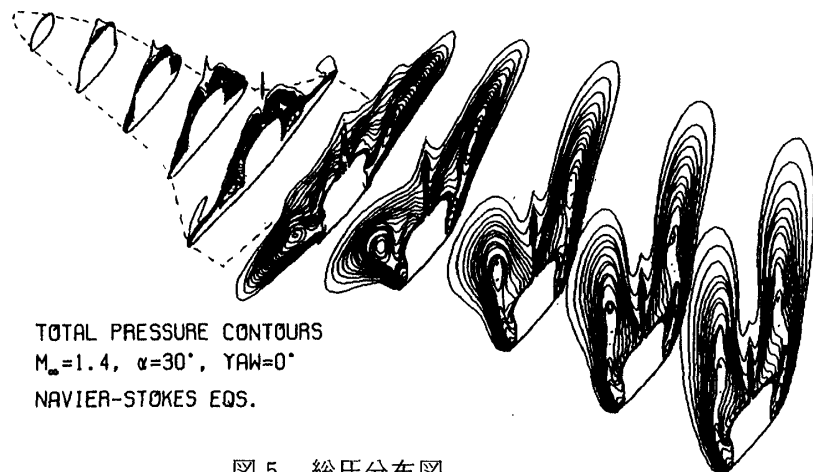


図 5 総圧分布図

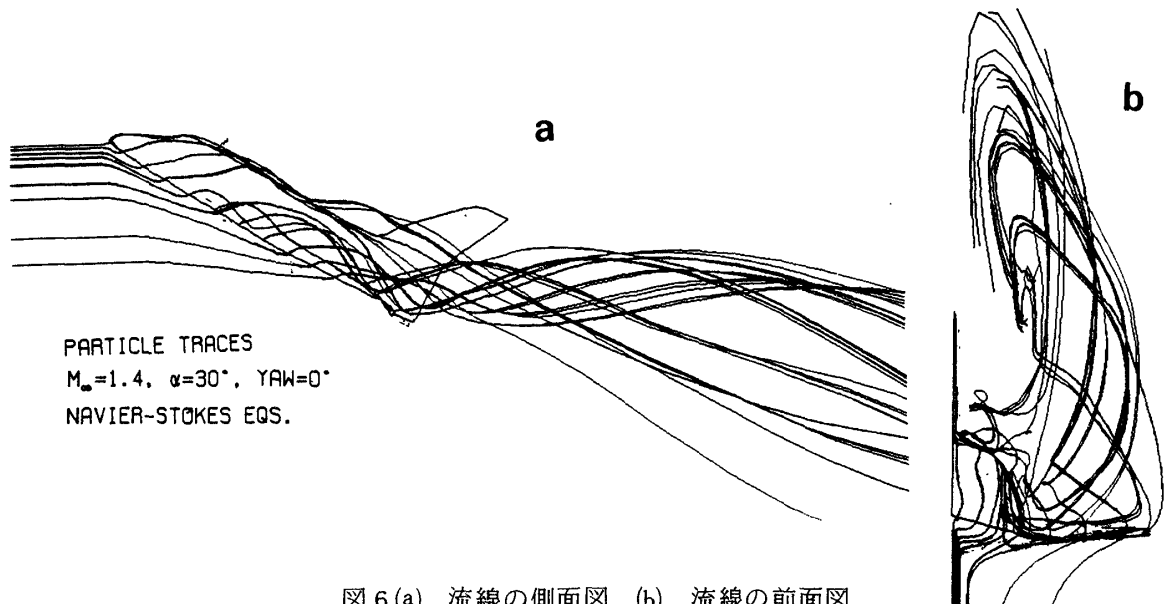


図 6(a) 流線の側面図, (b) 流線の前面図

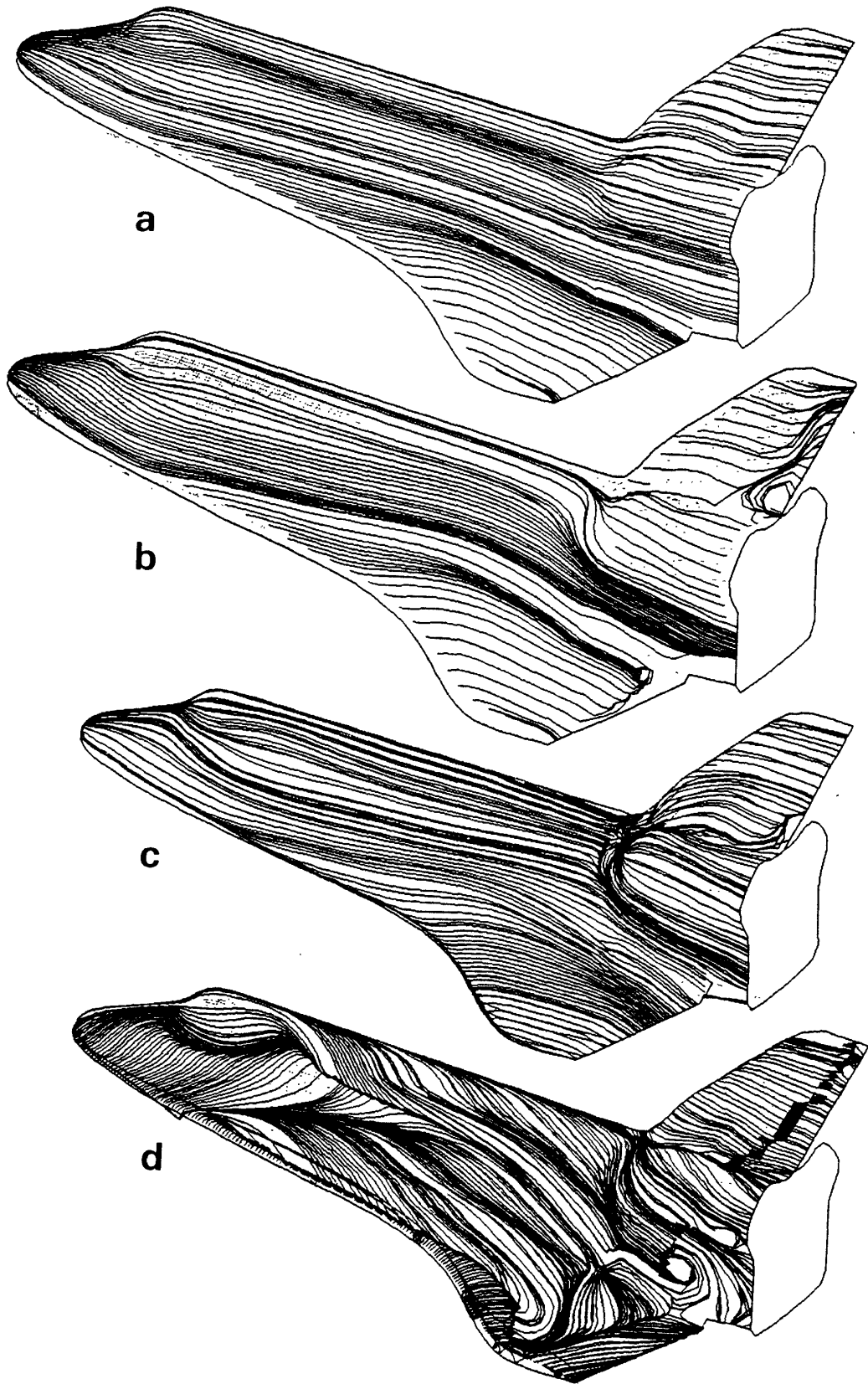


図7 オイルフロー (a)  $M_\infty = 0.1$ ,  $\alpha = 0^\circ$ ; (b)  $M_\infty = 0.8$ ,  $\alpha = 0^\circ$ ;  
(c)  $M_\infty = 2.0$ ,  $\alpha = 0^\circ$ ; (d)  $M_\infty = 1.4$ ,  $\alpha = 30^\circ$

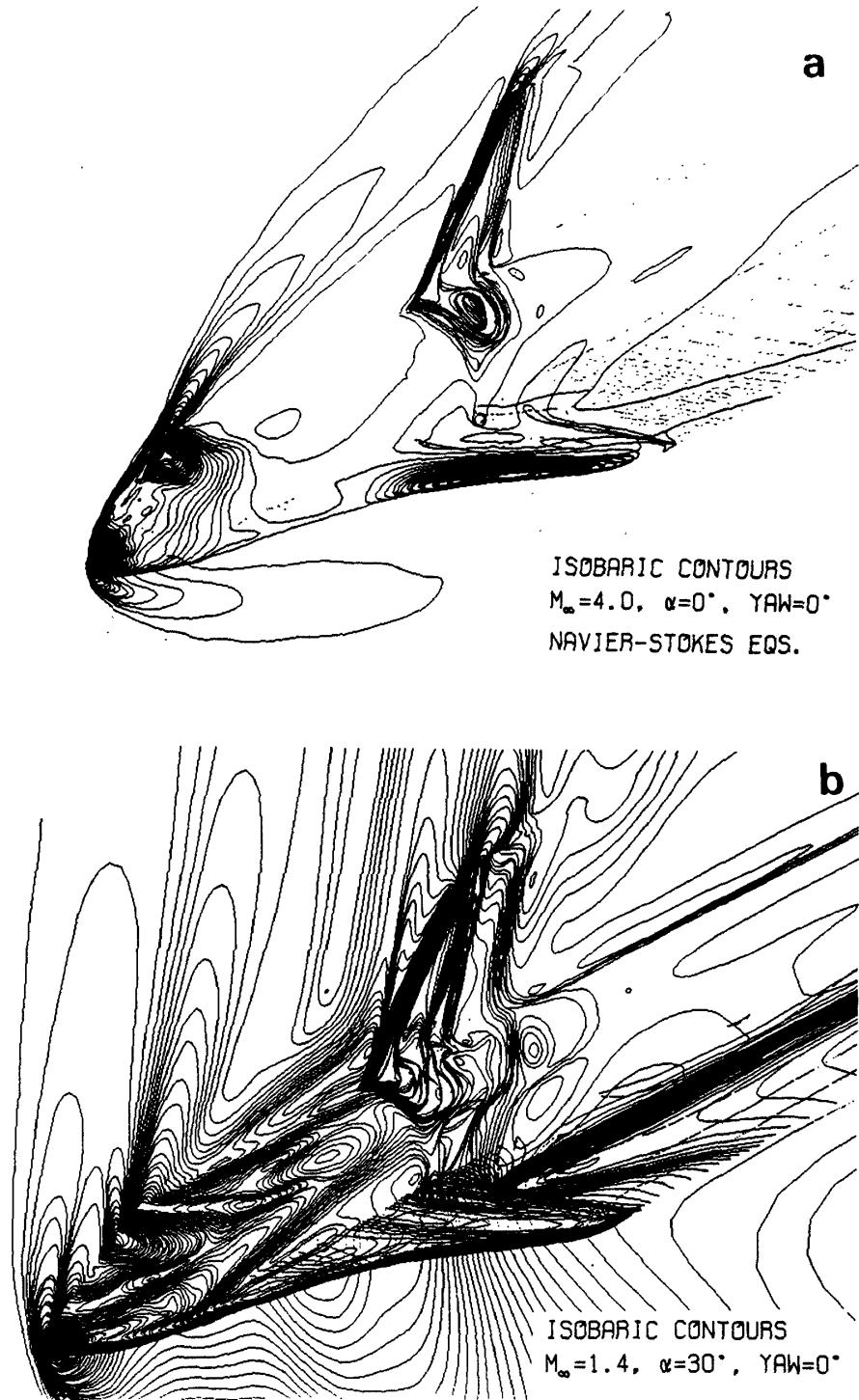


図 8 等圧線図 (a)  $M_\infty=4.0$ ,  $\alpha=0^\circ$ ; (b)  $M_\infty=1.4$ ,  $\alpha=30^\circ$

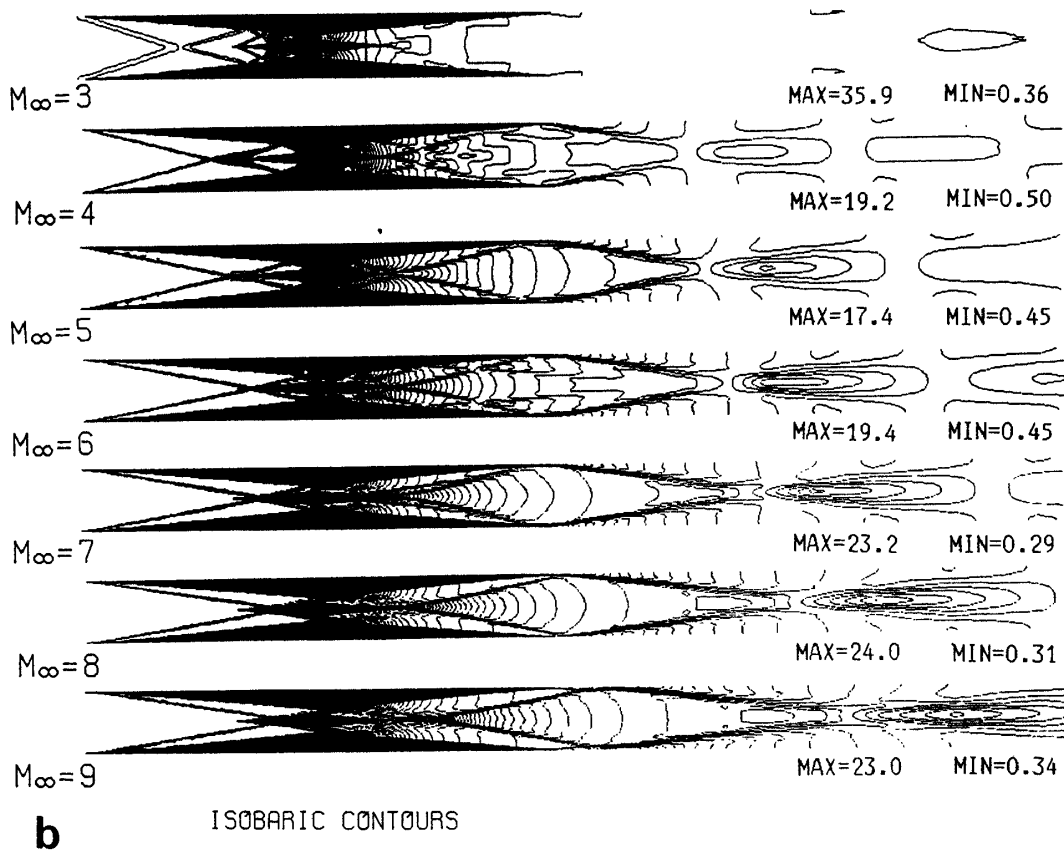
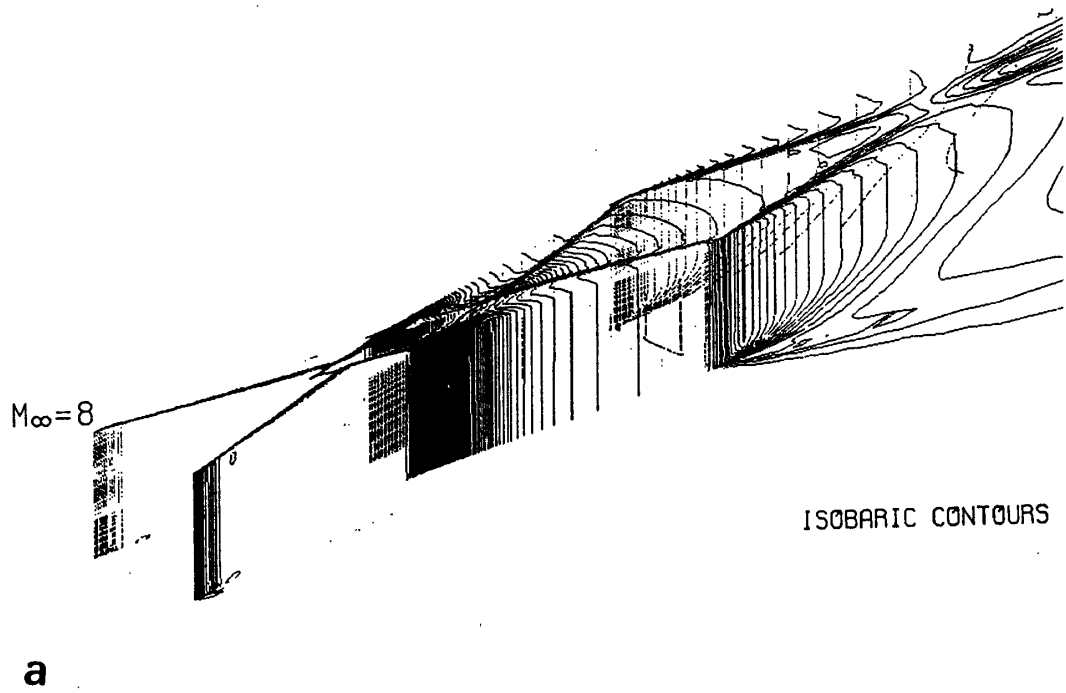


図9 1ストラット等圧線図 (a) 三次元図, (b) 上面

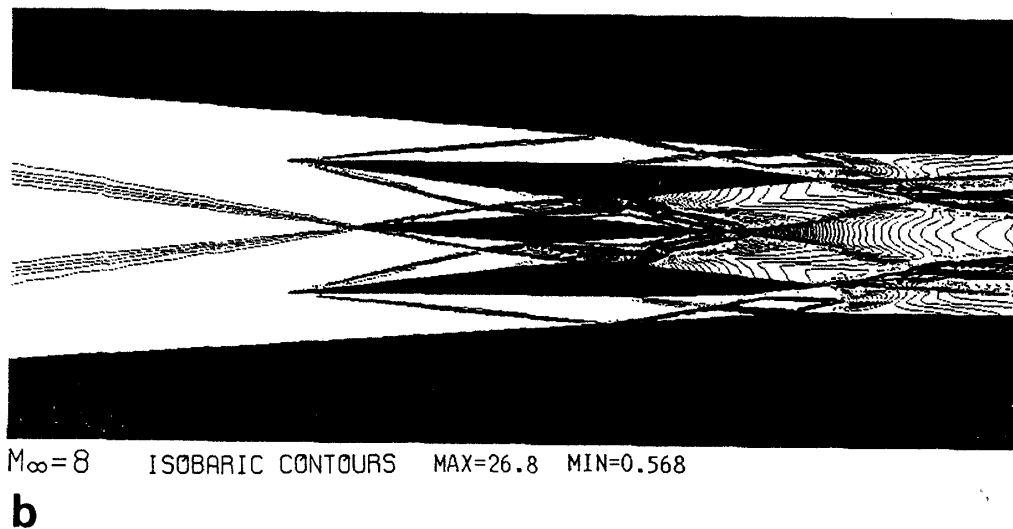
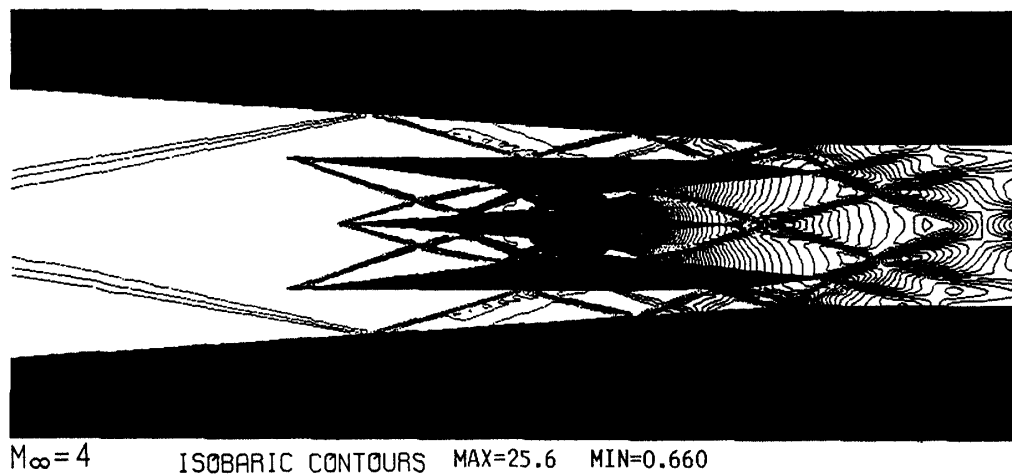
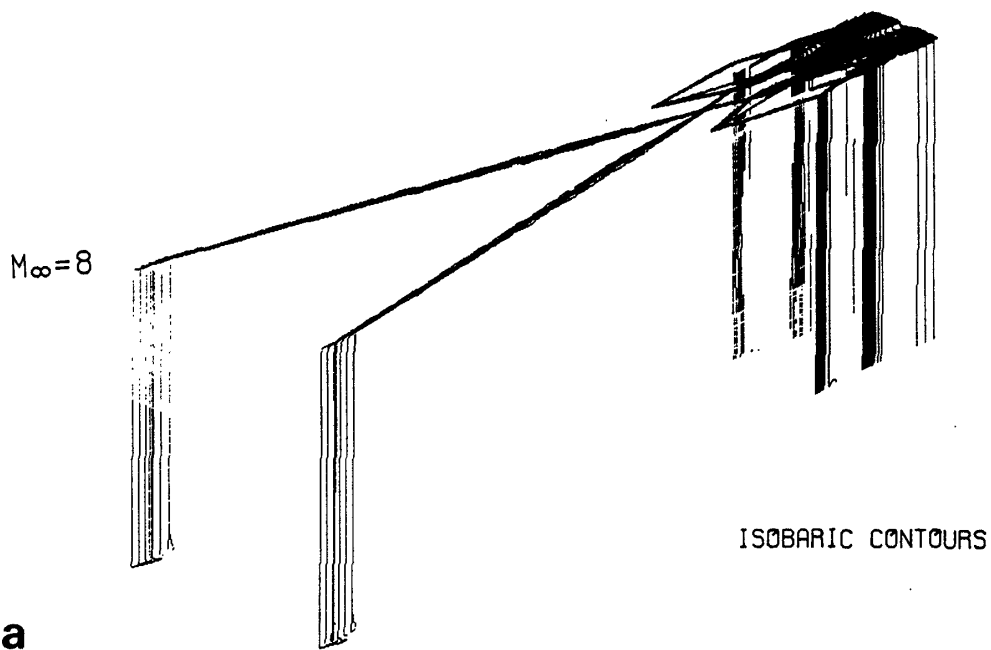


図 10 3 ストラット等圧線図 (a) 三次元図, (b) 上面



ら多数の反射を含む衝撃波パターンが明瞭に捉えられていることがわかる。非粘性の場合1ケースにつき1時間内の計算で収束解を得た。

次に粘性流に対しては完全な粘性項を含ませたHarten-Yeeタイプのソルバーを用いた。非粘性のように大胆な局所時間刻みでは発散を伴うがその発

散前にCFL数1に切り換え約10時間の計算で解を得た。1ストラットに対する $M_\infty=8$ の等圧線を図11に示す。これは格子点数(半空間  $120 \times 100 \times 100$ )とSGS(Subgrid Scale)eddy viscosity<sup>13)</sup>を使った。又、3ストラットに対する $M_\infty=5$ の等圧線を図12に示す。これは非粘性の格子を壁近辺で細

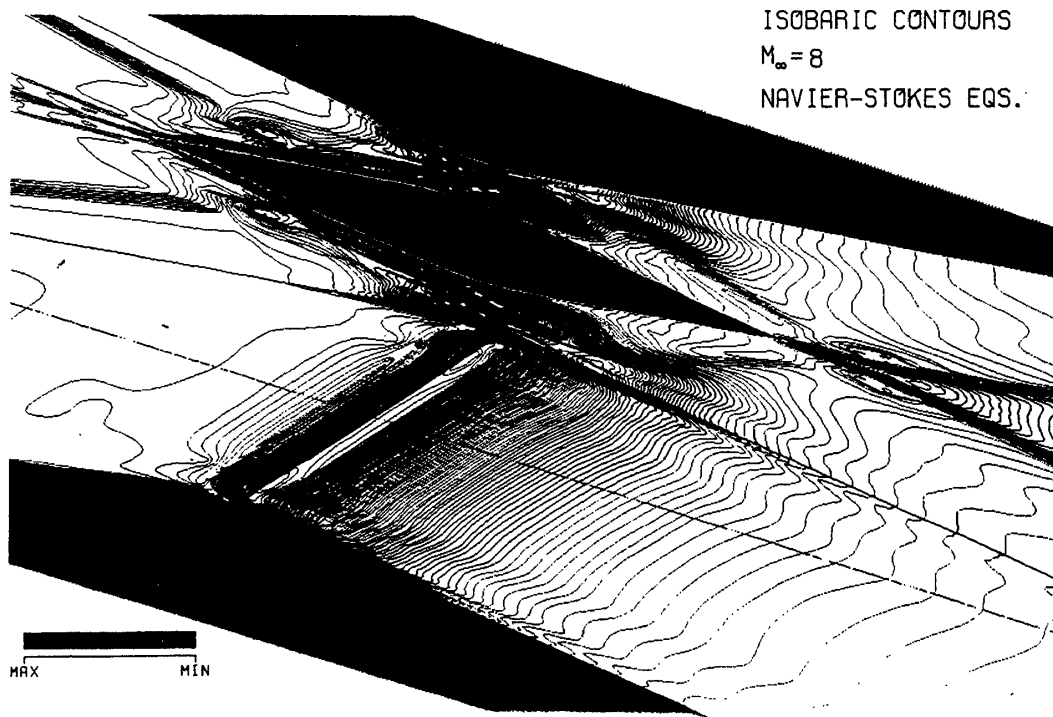


図11 1ストラット等圧線図

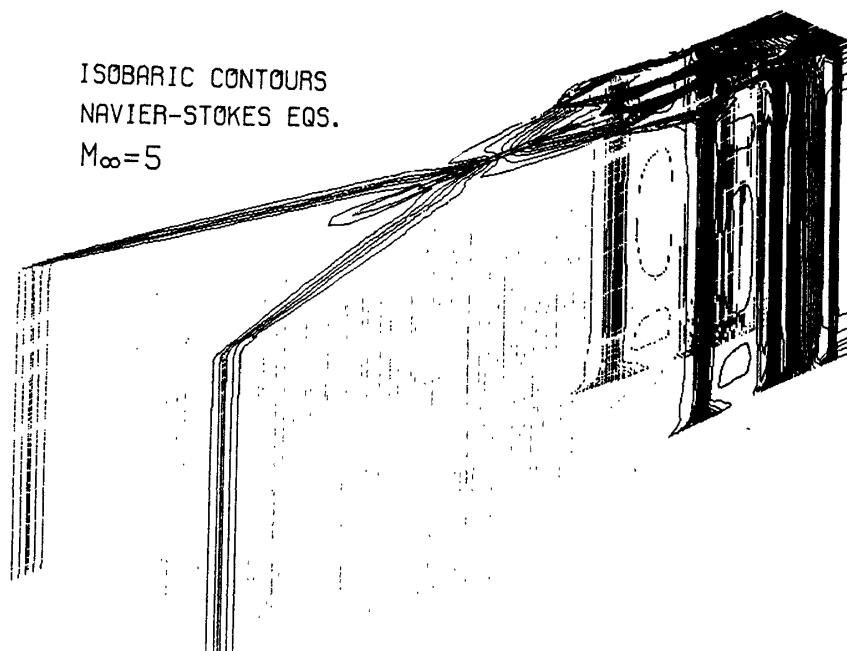


図12 3ストラット等圧線図

かく切り直し，乱流モデルなしで計算した。中間切断面の解は示された上面壁のものより非粘性の解に類似する。現時点では超音速の流れ場に対する乱流モデルの選択についてまだ定説がないと思う。

#### 4. ま と め

三次元複雑形状物体まわりの非粘性 / 粘性流シミュレーションが Euler/Navier-Stokes 方程式を最近の TVD スキームを使って解くことによって成功裡に実施された。二つの流れ問題（スペースシャトルまわりの粘性圧縮流，スクラムジェット取入口の非粘性圧縮流）が解かれた。妥当な解が TVD スキームによるソルバーによって広範囲のマッハ数に対し得られることが明らかになった。

#### 参 考 文 献

- 1) Van Leer, B., "Towards the Ultimate Conservative Difference Scheme, V," *J. Comp. Phys.*, Vol. 32, 101 (1979).
- 2) Yee, H.C. and Harten, A., "Implicit TVD Schemes for Hyperbolic Conservation Laws in Curvilinear Coordinates," AIAA Paper 85-1513.
- 3) Chakravarthy, S.R. and Osher, S., "A New Class of High Accuracy TVD Schemes for Hyperbolic Conservation Laws," AIAA Paper 85-0363, 1985.
- 4) Takakura, Y., Ishiguro, T. and Ogawa, S., "On the Recent Difference Schemes for the Three-Dimensional Euler Equations," AIAA Paper 87-1151-CP, 1987.
- 5) Baldwin, B.S. and Lomax, H., "Thin Layer Approximation and Algebraic Model for Separated Turbulent Flows," AIAA Paper 78-257, 1978.
- 6) Pulliam, T.H. and Steger, J.L., "Recent Improvements in Efficiency, Accuracy, and Convergence for Implicit Approximate Factorization Algorithms," AIAA Paper 85-0360, 1985.
- 7) Pulliam, T.H. and Steger, J.L., "Implicit Finite-Difference Simulations of Three-Dimensional Compressible Flow," *AIAA Journal* 18 (1980) 159-167.
- 8) Rizk, Y.M., and Ben-shmuel, J.L., "Computation of the Viscous Flow Around the Shuttle Orbiter at Low Supersonic Speeds," AIAA Paper 85-0168, 1985.
- 9) Rizk, Y.M., Steger, J.L. and Chaussee, D.S., "Use of a Hyperbolic Grid Generation Scheme in Simulating Supersonic Viscous Flow about Three-Dimensional Winged Configurations," *Proceedings ISCFD-Tokyo*, in: Oshima, K. (ed.), (ISAS, 1986), pp. 392-403.
- 10) Drummond, J.P. and Weidner, E.H., "Numerical Study of a Scramjet Engine Flow-Field," *AIAA J.* Vol. 20, No. 9, 1182 (1982).
- 11) Trexler, C.A. and Souders, S.W., "Design and Performance at Local Mach Number of 6 of an Inlet for an Integrated Scramjet Concept," NASA TN D-7944, 1975.
- 12) Kumar, A., "Numerical Simulation of Flow Through Scramjet Inlets Using Three-Dimensional Navier-Stokes Code," AIAA Paper 85-1664.
- 13) Dearnoff, J.W., "A Numerical Study of Three-Dimensional Turbulent Channel Flow at Large Reynolds Number," *J. Fluid Mech.*, Vol. 41, 453 (1970).