

3次元翼まわりの粘性流れに関して

高倉 葉子* 小川 哲** 石黒 登美子**

On the Computation of Viscous Flows
Around a Three-Dimensional Wing

by

Yoko TAKAKURA
Fujitsu Limited
Satoru OGAWA and Tomiko ISHIGURO
National Aerospace Laboratory

ABSTRACT

The applicability of our modified TVD schemes (Harten-Yee and Chakavarthy Osher numerical fluxes) to the viscous flow problems is examined. At the same time the improvements of the left-hand-side operators to reach steady states and the turbulent model of large eddy simulation (LES) are presented. The computation of viscous flows around the ONERA-M6 wing indicate that our improved left-hand-side operators have the better convergence rate than the original one, that our improved turbulent model of LES works well even in the high attack-angle problem, and that these TVD schemes are applicable to the viscous flow problems.

1. はじめに

ONERA-M6翼まわりの流れは比較的単純な形状まわりの流れではあるが、そこには衝撃波同士の干渉、衝撃波と乱流境界層との干渉、翼端渦等の空気力学上重要な現象が含まれている。我々はこの間の一連のONERA-M6翼まわりの非粘性流の数値計算により、一般座標におけるTVDスキームの取り扱いの改良、評価等を行い、TVDスキームは極めて良い解を生み出すことを示した¹⁻⁴⁾。ここでは、我々の改良によるTVDスキーム(Harten-YeeとChakravarty-Osherスキーム)が上記の粘性現象をど

の程度捕えるかについての検証を行うことを主目的に置いて、上記翼まわりの数値計算を行う。

粘性流の数値計算において重要になるのは、乱流モデルと左辺オペレータであろう。というのは、乱流モデルにより定常状態を生じせしめることができるならば、最小格子幅が小さくて時間増分も制限されるという状況のもとでは、より安定に定常状態に達することができるオペレータが必要となるからである。ここでは、左辺オペレータの改良と乱流モデルの検討も併せて行う。使用する乱流モデルは、Baldwin-Lomax代数モデル⁵⁾とlarge eddy simulationにおけるSGS(sub grid scale)モデル^{6,7)}であり、SGSモデルを一般座標圧縮流に適用するための改良を行った。

* 富士通株式会社

** 航空宇宙技術研究所

2. TVD 差分スキーム

一般座標系における保存則

$$\frac{\partial \tilde{Q}}{\partial \tau} + \frac{\partial (\tilde{F}' - \tilde{F}'_v)}{\partial x'} = 0 \quad (1)$$

を数的に解く。ここで $\tilde{\cdot}$ は体積要素 \sqrt{g} が掛けられた量を表わす。非粘性項 \tilde{F}' にはTVD数値流束が適用され、粘性項 \tilde{F}'_v の微分には中心差分近似が用いられる。

2.1 TVD 数値流束

一般座標系における非粘性項の数値流束は

$$\tilde{F}'_{i+1/2} \equiv \frac{1}{2} [\tilde{F}'_i + \tilde{F}'_{i+1} + (\sqrt{g} R' \phi')_{i+1/2}] \quad (2)$$

と表わされ、次の2つの特性量がスカラー保存則の伝搬量に相当するものとして導入されうる。

$$i) \alpha_\nu \equiv (R')_{i+1/2}^{-1} A_\nu Q, \quad (3.1)$$

$$ii) \alpha_\nu \equiv (R')_{i+1/2}^{-1} A_\nu Q, \quad (3.2)$$

$$\nu = i-1/2, i+1/2, i+3/2.$$

以上の取り扱いは、次の厳密な関係式⁴⁾

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{F}'}{\partial x'} &= \frac{\partial \tilde{F}'}{\partial Q} \cdot \frac{\partial Q}{\partial x'} = \sqrt{g} A' \cdot \frac{\partial Q}{\partial x'} \\ &= \sqrt{g} R' A' (R')^{-1} \cdot \frac{\partial Q}{\partial x'} \end{aligned} \quad (4)$$

に基づくものである。

a) 修正Harten-Yee (H-Y) 数値流束^{3,8)}

ϕ' の要素 ϕ^m は

$$\begin{aligned} \phi^m_{i+1/2} &\equiv \frac{1}{2} \psi(a^m_{i+1/2}) (g_i^m + g_{i+1}^m) \\ &\quad - \psi(a^m_{i+1/2} + r^m_{i+1/2}) \alpha^m_{i+1/2} \end{aligned} \quad (5)$$

と定義され、高精度化のための修正量 g_i^m は

$$g_i^m = \minmod [\alpha^m_{i+1/2}, \alpha^m_{i-1/2}] \quad (6)$$

である。

b) 修正Chakravarty-Osher (C-O) 数値流束^{3,9)}

$$\begin{aligned} \phi^l_{i+1/2} &\equiv -(\sigma^+_{i+1/2} - \sigma^-_{i+1/2}) \\ &\quad - \frac{1-\phi}{2} \sigma^-_{i+3/2} - \frac{1+\phi}{2} \sigma^-_{i+1/2} \\ &\quad + \frac{1+\phi}{2} \sigma^+_{i+1/2} + \frac{1-\phi}{2} \sigma^+_{i-1/2} \end{aligned} \quad (7)$$

ここに、 $\sigma^\pm, \bar{\sigma}^\pm, \bar{\bar{\sigma}}^\pm$ は以下のように定義される。

$$\sigma^\pm_\nu = A^\pm_{i+1/2} \alpha_\nu, \quad \nu = i-1/2, i+1/2, i+3/2 \quad (8)$$

$$\bar{\sigma}^-_{i+3/2} = \minmod [\sigma^-_{i+3/2}, \beta \sigma^-_{i+1/2}] \quad (9.1)$$

$$\bar{\bar{\sigma}}^-_{i+1/2} = \minmod [\sigma^-_{i+1/2}, \beta \sigma^-_{i+3/2}] \quad (9.2)$$

$$\bar{\sigma}^+_{i+1/2} = \minmod [\sigma^+_{i+1/2}, \beta \sigma^+_{i-1/2}] \quad (9.3)$$

$$\bar{\bar{\sigma}}^+_{i-1/2} = \minmod [\sigma^+_{i-1/2}, \beta \sigma^+_{i+1/2}] \quad (9.4)$$

2.2 左辺オペレータの改良

収束速度を増すために、 $\delta \tilde{Q}$ ではなく δQ を解くようにYee & HartenのADIオペレータ⁸⁾に改良を加え、3種類のオペレータを形成した。ADI形は

$$\begin{aligned} (x^1\text{-方向})(x^2\text{-方向})(x^3\text{-方向})\delta Q \\ = \mathcal{G} \text{R.H.S.} \end{aligned} \quad (10)$$

と書けるので、以下1方向の形のみを記す。

オペレータ1) 元の $\delta \tilde{Q}$ シフト・オペレータを(4)式に基づき1次精度 δQ シフト・オペレータに直す。

$$\begin{aligned} (1/2)h[\tilde{A}_{i+1} - (R \cdot |\tilde{A}| \cdot R^{-1})_{i+1/2}] \delta Q_{i+1} \\ + [\sqrt{g_i} I + (1/2)h\{(R \cdot |\tilde{A}| \cdot R^{-1})_{i+1/2} \\ + (R \cdot |\tilde{A}| \cdot R^{-1})_{i-1/2}\}] \delta Q_i \\ + (1/2)h[-\tilde{A}_{i-1} - (R \cdot |\tilde{A}| \cdot R^{-1})_{i-1/2}] \\ \times \delta Q_{i-1} \end{aligned} \quad (11)$$

オペレータ2) オペレータ1を有限体積法的オペレータに直し、更に計算の効率化をはかる。

$$\begin{aligned} (1/2)h\{R \cdot (\tilde{A} - |\tilde{A}|) \cdot R^{-1}\}_{i+1/2} \delta Q_{i+1} \\ + [\sqrt{g_i} I + (1/2)h\{R \cdot (\tilde{A} + |\tilde{A}|) \\ \cdot R^{-1}\}_{i+1/2} - \{R \cdot (\tilde{A} - |\tilde{A}|) R^{-1}\}_{i-1/2}\}] \\ \times \delta Q_i - (1/2)h\{R \cdot (\tilde{A} + |\tilde{A}|) \\ \cdot R^{-1}\}_{i-1/2} \delta Q_{i-1} \end{aligned} \quad (12)$$

オペレータ3) オペレータ2に粘性項を付加する。

$$\begin{aligned} (1/2)h[\{R \cdot (\tilde{A} - |\tilde{A}|) \cdot R^{-1}\}_{i+1/2} \\ - \tilde{S}_{i+1/2}] \delta Q_{i+1} + [\sqrt{g_i} I + (1/2)h \\ \times \{R \cdot (\tilde{A} + |\tilde{A}|) \cdot R^{-1}\}_{i+1/2} \\ - \{R \cdot (\tilde{A} - |\tilde{A}|) \cdot R^{-1}\}_{i-1/2} \\ + (\tilde{S}_{i+1/2} + \tilde{S}_{i-1/2})] \delta Q_i \\ - (1/2)h[\{R \cdot (\tilde{A} + |\tilde{A}|) \cdot R^{-1}\}_{i-1/2} \\ - \tilde{S}_{i-1/2}] \delta Q_{i-1} \end{aligned} \quad (13)$$

ここに、 $\delta Q \equiv Q^{n+1} - Q^n$, $h \equiv \Delta t / \Delta x$, R.H.S.は

式(1)の定常項であり、下添字はメトリックの評価点をも示している。

3. 乱流モデル

粘性流を解く場合、乱流モデルなしでは定常解は得られない。我々の数値実験では、翼全体が前縁からの数値的な剝離に覆われるという、風洞実験とは合わない結果が生じる。乱流モデルを用いずに直接シミュレーションを行う場合、縦渦を捕えるためには、レイノルズ数 10^7 のもとで一方向につき 10^4 の格子点が必要になるが、これは現在の計算機の性能では不可能である。そこで乱流モデルが必要となるのであるが、ここでは Baldwin-Lomax 代数モデル⁵⁾ と LES (Large Eddy Simulation) における SGS (Sub Grid Scale)⁶⁾ モデルを用いる。代数モデルは迎角が小さい場合にはよく機能するが、迎角が大きい場合には実験に現われない大きな数値的剝離を引き起こす。そこで我々は LES に着目し、圧縮性流体に適用すべく改良を行った。SGS 粘性は次のように表記される。

$$\mu_{SGS} = (C\Delta)^2 \rho \sqrt{\varphi} \quad (14)$$

ここに C は係数、 Δ は格子スケールの長さ、 φ は乱流の生産に関する量である。通常⁷⁾

$$C \sim 0.1, \Delta = \sqrt[3]{\Delta x^1 \cdot \Delta x^2 \cdot \Delta x^3} \quad (15)$$

が用いられ、圧縮性流体においては

$$\varphi = \left(\frac{\partial u^i}{\partial x^j} + \frac{\partial u^j}{\partial x^i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial u^k}{\partial x^k} \right) \frac{\partial u^i}{\partial x^j} \quad (16)$$

であるが、これは粘性が大きく評価されすぎ実験と合う圧力値を示さない。係数 C を調節しても同様である。高レイノルズ数の流れの場合 1セルの3方向の長さにはオーダーの差があり、式(15)では無理が生じると考え、流れの分解能に一番寄与と思われる 1セルの最小幅を Δ として係数を調節したところ、翼面上圧力が実験と良く合う解を得た。

$$C \sim 0.5, \Delta = \min(\Delta x^1, \Delta x^2, \Delta x^3) \quad (17)$$

ところが乱流粘性の空間分布を見ると、衝撃波の後方で異様に高い領域が生じるだけでなく格子分布の影響を強く受けていることが観察された。そこで

$$\varphi = \bar{\omega}^2 \quad (18)$$

と渦度を導入したところ、比較的綺麗な乱流粘性の空間分布を得た(4.4節参照)。なお格子スケール

には Δ のかわりに緩和された値 $\Delta'^{7)}$ が用いられる。

$$\Delta' = \Delta \{ 1 - \exp(-\Delta/A^+) \} \quad (19)$$

4. 数値計算結果と検討

4.1 数値計算のための条件

数値計算は実験値の揃った ONERA-M6 翼まわりの流れ¹⁰⁾ に対して行う。収束速度を増すためにクーラン数一定の局所時間増分を用いる。格子点数 $191 \times 33 \times 24$ の C-O 格子を用い、半翼幅を 1、最小格子幅を 10^{-4} とし、次の 2 種の流れ場を解く。

ケース 1 標準問題: $M_\infty = 0.84, \alpha = 3.06^\circ,$

$$Re = 1.2 \times 10^7$$

ケース 2 高迎角問題: $M_\infty = 0.84, \alpha = 6.06^\circ,$

$$Re = 1.2 \times 10^7$$

4.2 特性量の選択

式(3.1)と式(3.2)のいずれを用いてもほぼ同じ解が得られるので、計算効率を上げるための式(3.2)による α を用いる。

4.3 左辺オペレータの比較

図1は、2.2章に示した各オペレータの収束歴の比較(クーラン数3、ケース1)である。元の $\delta \tilde{Q}$

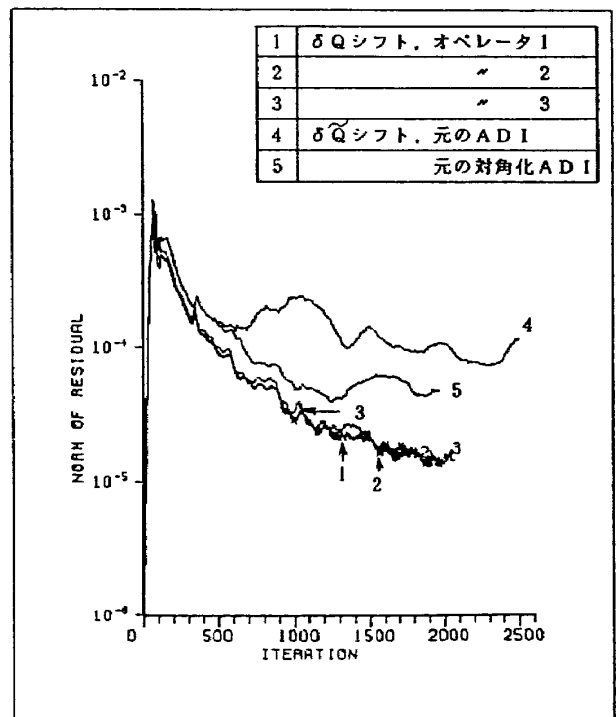


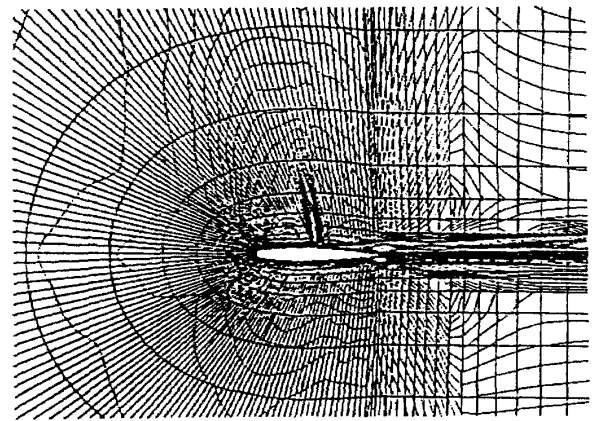
図1 各オペレータの収束歴の比較

シフト・オペレータよりも我々の改良による δQ シフト・オペレータの方が収束性が良いかつ大きなクーラン数を取ることができるので、以後オペレータ2を用いる。

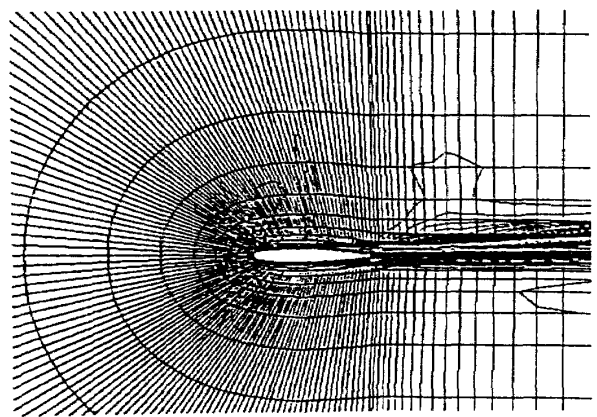
4.4 乱流モデルの検討

Large Eddy Simulation の改良を、標準問題(ケース1)においてH-Y数値流束を用いることにより検証する。式(17), (18)を用いる場合と式(17), (18)を用いる場合のSGS粘性(式(14))の空間分布を図2に示す。式(18)の導入により、SGS粘性の分布が衝撃波と格子分布の過度の影響から解除され、妥当性を帯びてくることが観察される。更に距離の緩和式(19)を用いると衝撃波がより鮮明になって実験圧力と良く一致するようになる(図3)ので、以後式(17), (18), (19)を用いる。ここでは係数の値を $C = 0.5$ とした。

なお高迎角問題(ケース2)の場合、代数モデルは数値的な剝離を引き起こしてしまうが、SGSモデルは係数の微調整($C = 0.6$)により良い解を生じさせることができる(4.6節参照)。



(a) 式(16)による解

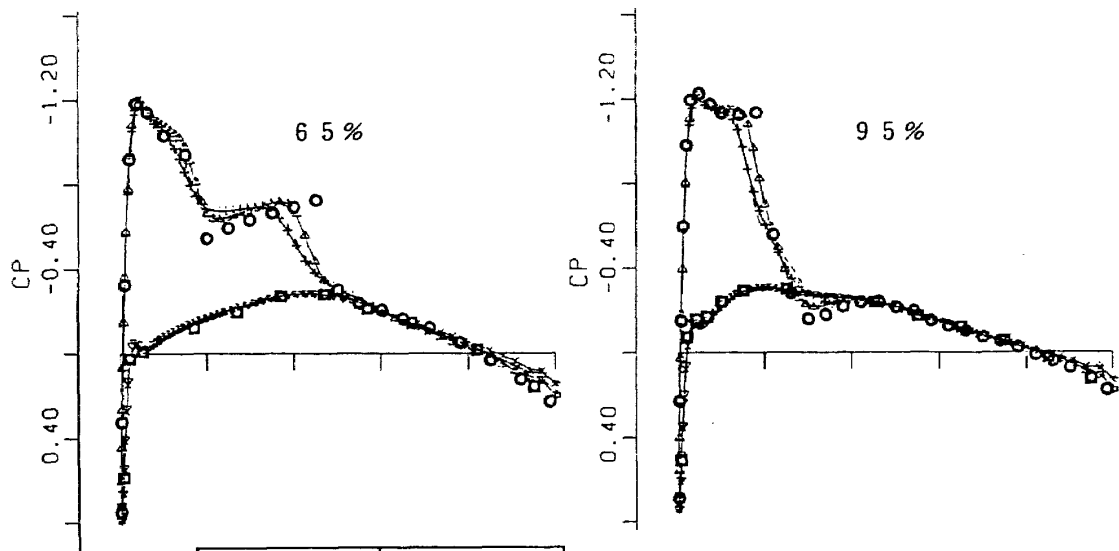


(b) 式(18)による解

図2 SGS粘性の空間分布(44%半翼幅)

4.5 標準問題(ケース1)における解の比較

乱流モデルとして代数モデル⁵⁾を用いてH-YとC



| 翼上面 | 翼下面 | |
|-----------|-----------|------------------|
| +-+-+- | xxxxxx | SGS, 距離の緩和なし |
| -Δ-Δ-Δ-Δ- | -Δ-Δ-Δ-Δ- | SGS, 距離の緩和あり |
| ----- | ----- | Baldwin-Lomaxモデル |
| ○○○○○ | □□□□□ | 実験 |

図3 SGS粘性における距離の緩和の効果

—O 数値流束の薄層近似解を求めた結果，双方とも実験圧力との程良い一致が見られ(図4)，TVDスキームは粘性流に適用可能であることが確認された。解のオイルフローと流線図には，三重衝撃波の1要素である結合衝撃波の後方の小さなバブルと翼端渦が観察された¹¹⁾。

4.6 高迎角問題(ケース2)における解の比較

乱流モデルとしてSGSモデルを用いてH-YとC—O数値流束の解(full N.S.解)を求めた結果，双方とも実験との程良い一致が得られた(図5)。これにより，TVDスキームの粘性流への適用可能性とSGSモデルの有効性が確かめられた。

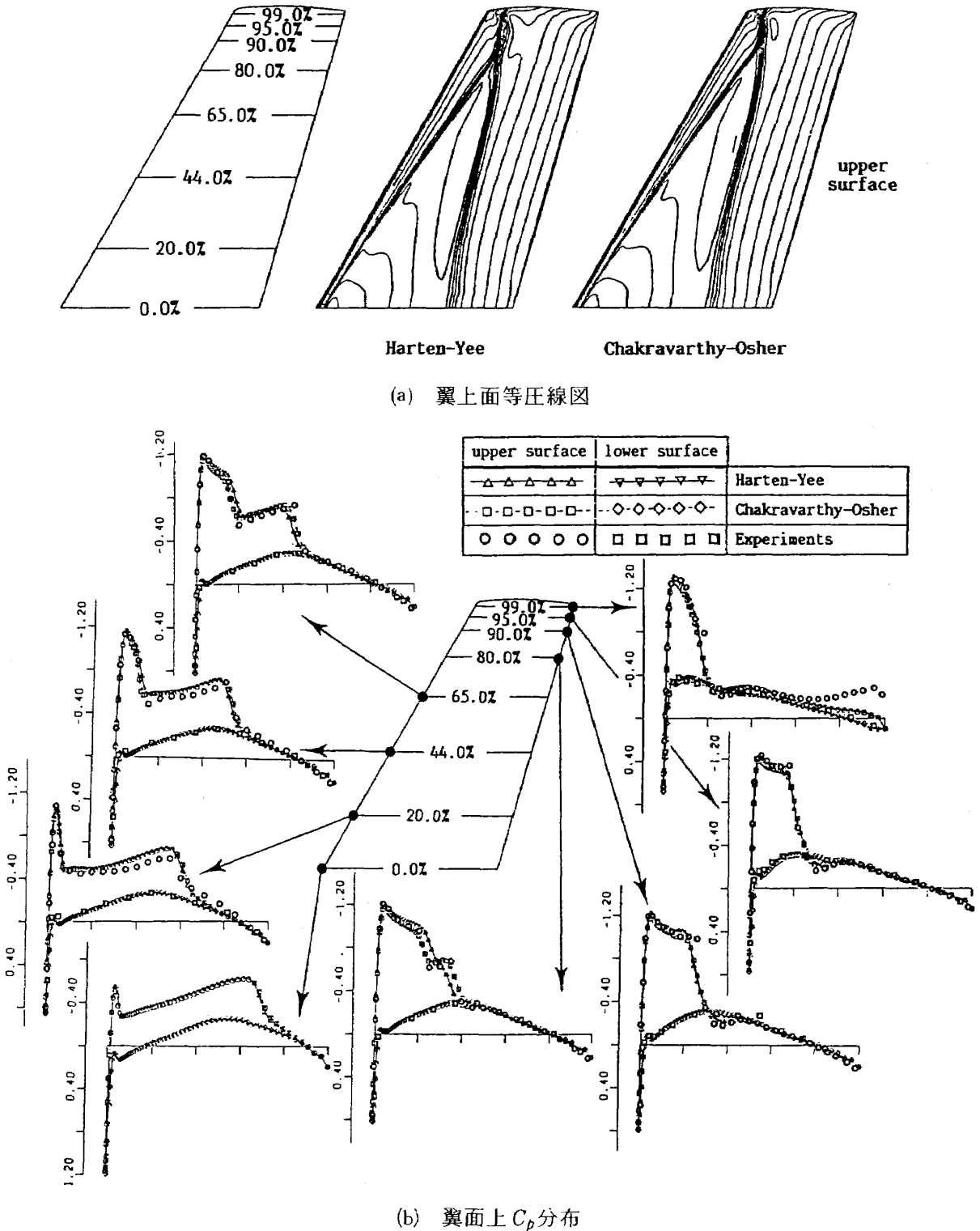


図4 薄層近似N.S.解の比較(ケース1)

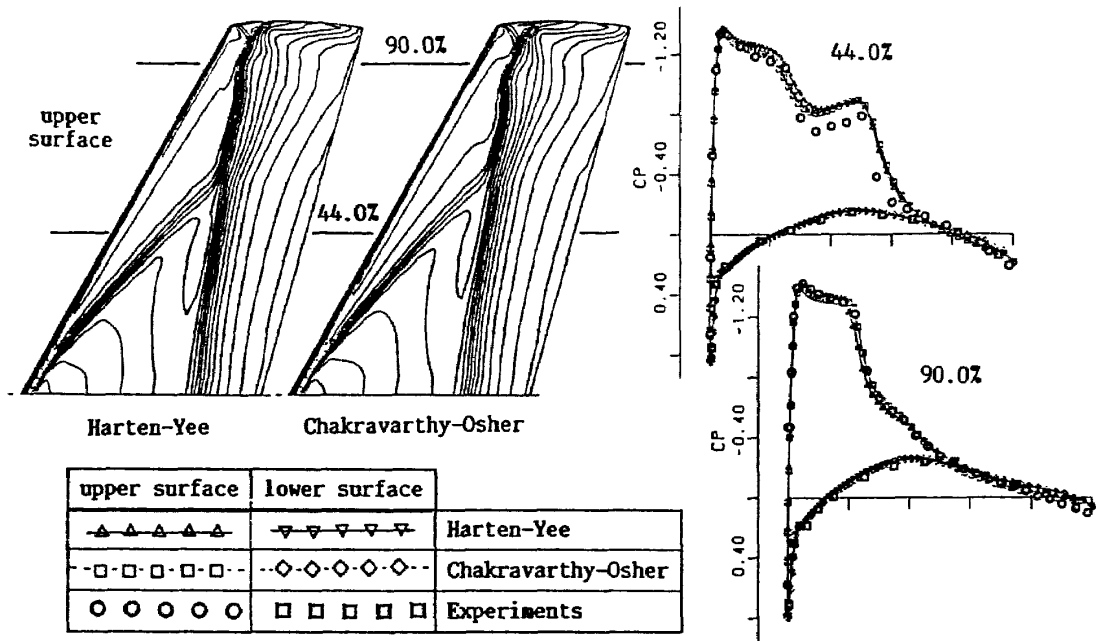


図5 full N.S. 解の比較(ケース2)
— 翼上面等圧線図と翼面上 C_p 分布 —

5. 結 論

TVDスキームは、非粘性流に適用される時急激な膨張と衝撃波を鮮明に捕えることは既に報告されているが、粘性流に対しても良い解を生むことが一連のONERA-M6翼まわりの流れの数値実験により確かめられた。

粘性流の数値計算において重要であるのは乱流モデルと左辺オペレータであるが、我々の改良による ∂Q を解くオペレータの方が元の $\partial \tilde{Q}$ を解くものよりも収束速度が速くクーラン数も大きくとれることが確認された。乱流モデルに関しては、代数モデルは高迎角問題に適さないので、Large Eddy SimulationのSub Grid Scaleモデルを圧縮性流体に適用すべく改良を加え、実験と良く一致する解を得た。しかしながら一連の我々の数値実験から、現状における乱流モデルの働きはせいぜい数値的な剝離を抑えるに過ぎないと考えざるを得ない。現在LESの実用化のみならず、2方程式モデルの実用化も検討中であるが、更に良い乱流モデルを求めることが必要であろう。

参 考 文 献

- 1) 高倉葉子, 石黒登美子, 小川 哲: TVD差分スキームによる3次元Euler方程式の定常解について, 第6回航空機計算空気力学シンポジウム論文集, 1987.
- 2) Takakura, Y., Ishiguro, T. & Ogawa, S., "On the Recent Difference Schemes for the Three-Dimensional Difference Schemes", AIAA Paper 87-1151.
- 3) Takakura, Y., Ishiguro, T. & Ogawa, S., "On the TVD Difference Schemes for the Three-Dimensional Euler Equations in General Coordinates", ISCFD-Sydney.
- 4) Takakura, Y., Ishiguro, T. & Ogawa, S., "On the Difference Schemes for the Three-Dimensional Difference Schemes", Theor. Appl. Mech., Vol. 36.
- 5) Baldwin, B.S. & Lomax, H., "Thin Layer Approximation and Algebraic Model for Separated Turbulent Flows", AIAA Paper 78-257.
- 6) Deardorff, J.W., "A Numerical Study of Three-Dimensional Turbulent Channel Flow at Large Reynolds Numbers", J.

- Fluid Mech, 41 (1970) 452-480.
- 7) 村上周三, 持田 灯, 日比一喜: 資料 1, 2, 第 28 回生研講習会テキスト.
 - 8) Yee, H.C. & Harten, A., "Implicit TVD Schemes for Hyperbolic Conservation Laws in Curvilinear Coordinates", AIAA Paper 85-1513.
 - 9) Chakravarthy, S.R. & Osher, S., "A New Class of High Accuracy TVD Schemes for Hyperbolic Conservation Laws", AIAA Paper 85-0363.
 - 10) Schmitt, V. & Charpin, F., "Pressure Distributions on the ONERA-M6 WING at Transonic Mach Numbers, AGARD AR-138-B1, (1979).
 - 11) Takakura, Y., Ogawa, S., & Ishiguro, T., "Inviscid and Viscous Flow Simulations around the ONERA-M6 wing by TVD schemes", ICNMF, 1988.

