

剥離を含む遷音速流のための乱流モデルの検討

高倉 葉子* 小川 哲** 石黒 登美子***

Turbulence Models for Transonic Flows with Separation

by

Yoko TAKAKURA, Satoru OGAWA, Tomiko ISHIGURO
Fujitsu Limited, National Aerospace Laboratory

ABSTRACT

Computation of 3-D transonic viscous flows around the ONERA-M6 wing is performed by using several turbulence models with our improved Harten-Yee TVD scheme. The models used here are the Baldwin-Lomax model, Subgrid-Scale (SGS) model and Jones-Launder ($k-\epsilon$)-model, and the test condition is a flow with the interaction of shock wave and boundary layer under the large separation. As the result, it is concluded that the SGS and ($k-\epsilon$) models work well compared with the Baldwin-Lomax model, and that the physical phenomena such as the interaction of shock wave and boundary layer numerically captured are qualitatively correct when the pressure distributions agree with experimental ones.

1. はじめに

スーパー・コンピュータが発達したために乱流現象の数値的捕獲は現実性を帯びてきたが、それでもなお、3次元翼まわりの圧縮流を直接計算により解く程の性能には達していない。現状における乱流モデルの必要性はそこにある。従来用いられてきたBaldwin-Lomax代数モデル¹⁾では、剥離領域が大きい場合の流れを捕らえられないことは周知の事実であるので、ここでは、Large Eddy Simulation (LES)において使われているSubgrid-Scale (SGS)モデル²⁾と2方程式モデル³⁾をも含めて、乱流モデルの検討を行う。更に最近着目されてきたJohnson-Kong乱流モデル¹²⁾の解¹³⁾にも触れる。

数値解法としてはTVDスキームを適用し、実験値の豊富なONERA-M6翼まわりの遷音速流⁴⁾をテスト問題とするが、特に、剥離領域が大きい場合ため衝撃波と境界層の干渉が顕著な流れ条件を扱う。

我々の、TVD差分スキームに関する一連の研究において、幾何学的扱いを改良した結果のTVDスキームは従来の中心差分スキームよりも衝撃波を数値的振動なく明瞭に捕らえること⁵⁾、及び、その改良は数学的に厳密な関係式に基づいていること⁶⁾、を非粘性問題において示し、更にそのTVDスキームは粘性問題にも適用できること^{7,8)}を確かめた。本研究においては、我々の改良によるHarten-Yee TVDスキーム^{5,10)}を用いる。定常解に至る手法はADI法を用いているが、一般座標における量(体積要素が乗じられた量)ではなく、物理量自体を求めていること、有限体積法的な取

* 富士通株式会社

** 航空宇宙技術研究所

り扱いにより特異点におけるメトリックの直接的な使用を避けていること、等の改良⁷⁾が加えられている。ここで用いられている数値解法の詳細については文献⁹⁾を参照されたい。

2. 乱流モデル

粘性流問題においては、乱流モデルなしでは定常解は得られない。我々の数値実験においては、モデルを使わないと、翼端や衝撃波の後方から剥離が起こり、やがて翼全面が実験には見られない数値的剥離に見舞われる。これは、実際の現象における乱流渦のスケールは非常に小さいのに、格子の粗さのため計算における剥離渦が大きく捕らえられすぎるからであろう。乱流の構造を乱流モデルなしに直接計算により捕らえようとする、レイノルズ数 10^7 のもとでは各方向に 10^4 以上の格子点数が必要となるが、これは現在の計算機の性能では不可能である。ここに乱流モデルの当面の必要性が浮かび上がる。

乱流渦粘性 μ_t を使うと、乱流粘性応力テンソルはデカルトテンソル表示により以下のように書ける。

$$\sigma_{i,j} = -(2/3) \delta_{i,j} \rho k + \mu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{i,j} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right)$$

2.1 Baldwin-Lomax モデル¹⁾

数値剥離を抑えるために以下の形を用いる。

$$\mu_t = \min(\mu_{ti}, \beta \mu_{to})$$

ここに、 μ_{ti} と μ_{to} は元々のBaldwin-Lomaxモデルにおける内層と外層の乱流粘性であり、外層の乱流粘性にはパラメータ β が乗じられている。

2.2 (k-ε) モデル

(k-ε)モデルの場合、 k と ε に対する2つの輸送方程式が通常の流体方程式に付け加えられるので、方程式数7個の系が形成される。TVDスキームを適用する時必要となる、この7方程式系のヤコビ行列の対角化については、文献⁹⁾を参照されたい。

2方程式モデルが非圧縮性から圧縮性流体に拡

張される時¹¹⁾、乱流運動エネルギー P は2個の不変量 T と D を用いて以下のように書け、

$$P = \sigma_{i,j} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = \mu_t T - (2/3) \rho k D,$$

$$T = \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{i,j} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_j},$$

$$D = \frac{\partial u_k}{\partial x_k},$$

その乱流粘性は、 k と ε を用いて以下のように定義される。

$$\mu_t = C_\mu f_\mu \rho (k^2/\varepsilon)$$

ここでJones-Launder (k-ε)モデル³⁾を用いる。また、係数 $C_\mu = 0.09$ は平行せん断流の実験値に基づいており、剥離・再付着流における確たる妥当性はなくなるので、 C_μ をパラメータとして扱う。

2.3 SGS モデル

通常LES²⁾において用いられるSGS粘性 μ_{sgs} ($=\mu_t$)は、

$$\mu_{sgs} = (C_s \Delta)^2 \rho \sqrt{T'}$$

である。ここに、 Δ は格子スケール、 T' は乱流の生成に関する不変量、 C_s はパラメータである。デカルト座標における非圧縮問題から一般座標における圧縮問題への直接的な拡張は、以下のようなものとなるが、

$$C_s \sim 0.1,$$

$$\Delta = \begin{cases} \sqrt[3]{\Delta x_1 \cdot \Delta x_2 \cdot \Delta x_3} & (\text{デカルト座標}) \\ \sqrt[3]{\sqrt{g}} & (\text{一般座標}) \end{cases}$$

$$T' = T$$

これを用いると、SGS粘性を過度に評価してしまうため、次のように改良を行った。

$$C_s \sim 0.5, \Delta = \min(\Delta \xi^1, \Delta \xi^2, \Delta \xi^3),$$

$$T' = \vec{\omega} \cdot \vec{\omega},$$

ここには、不変量に対して渦度 $\vec{\omega}$ が導入されている。この改良の妥当性については、文献^{8,9)}を参照されたい。

3. 数値計算結果と考察

ONERA-M6翼まわりの流れが数値実験に用いられる。格子は、C-Oで、格子点数は、流れ(ξ^1)方向、翼幅(ξ^2)方向、垂直(ξ^3)方向にそれ

ぞれ191, 33, 24である。最小格子幅を、翼幅1に対して $\Delta\xi^3=10^{-5}$ にとる。

各乱流モデルの衝撃波・境界層干渉問題に対する有効性を調べるため、剥離領域が比較的大きい流れ条件、

$$M_\infty=0.84, \alpha=6.06^\circ, Re=1.17 \times 10^7$$

を用いる。実験では三重衝撃波（弱い衝撃波、強い衝撃波とその結合衝撃波）と結合衝撃波の後方の逆流領域が顕著に現れるケースである。

3.1 圧力係数分布と数値パラメータ

図1に、各モデルによる圧力係数(C_p)の比較を示す。図中の実験値(黒丸)からは、衝撃波と境界層が干渉する流れに特有の傾向が読み取れる。即ち、衝撃波と境界層が干渉して衝撃波の後方に逆流領域が生じるため、 $-C_p$ のグラフに凸型の分布が現れることに注意する(65%と80%翼位置に注目のこと)。

1) Baldwin-Lomaxモデル

比較のためBaldwin-Lomaxモデルによる解を

含める。数値的剥離を抑えるために $\beta=2.5$ が用いられる。我々の数値実験においては、 β の値は数値的剥離が起こるか否かに関するon-offパラメータとしてのみ働き、定常解が得られる時には、 β の値は表面圧力分布にはほとんど影響を及ぼさない。

2) 改良SGSモデル

$C_s=0.48$ が最適でありこれを用いる。それより大きな値をとるとBaldwin-Lomaxモデルの解に近づいていき、それより小さい値にすると数値的剥離を引き起こす。図1を見ると、65%と80%翼幅位置におけるSGSモデルの C_p 分布は、Baldwin-Lomaxモデルのものよりも実験に近いこと、特に90%翼幅位置においては実験と一番良い一致を示すこと、がわかる。

3) Jones-Launder ($k-\epsilon$)モデル

$C_\mu=0.45$ が最適でありこれを用いる。SGSモデルにおける C_s の傾向と全く同様、それより大きな C_μ 値をとるとBaldwin-Lomaxモデルの解に近づいていき、それより小さい値にすると数値的

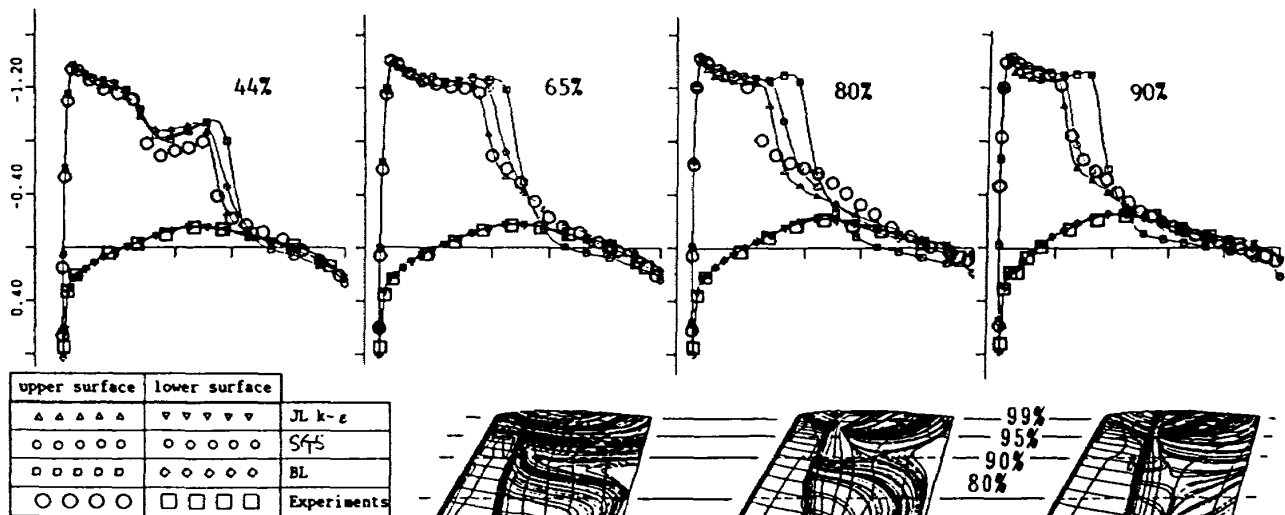


図1 C_p 分布の比較

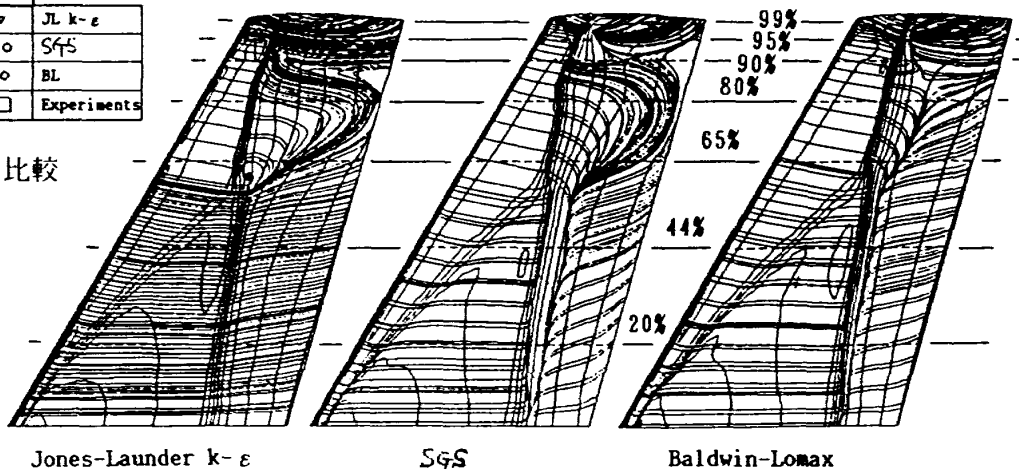
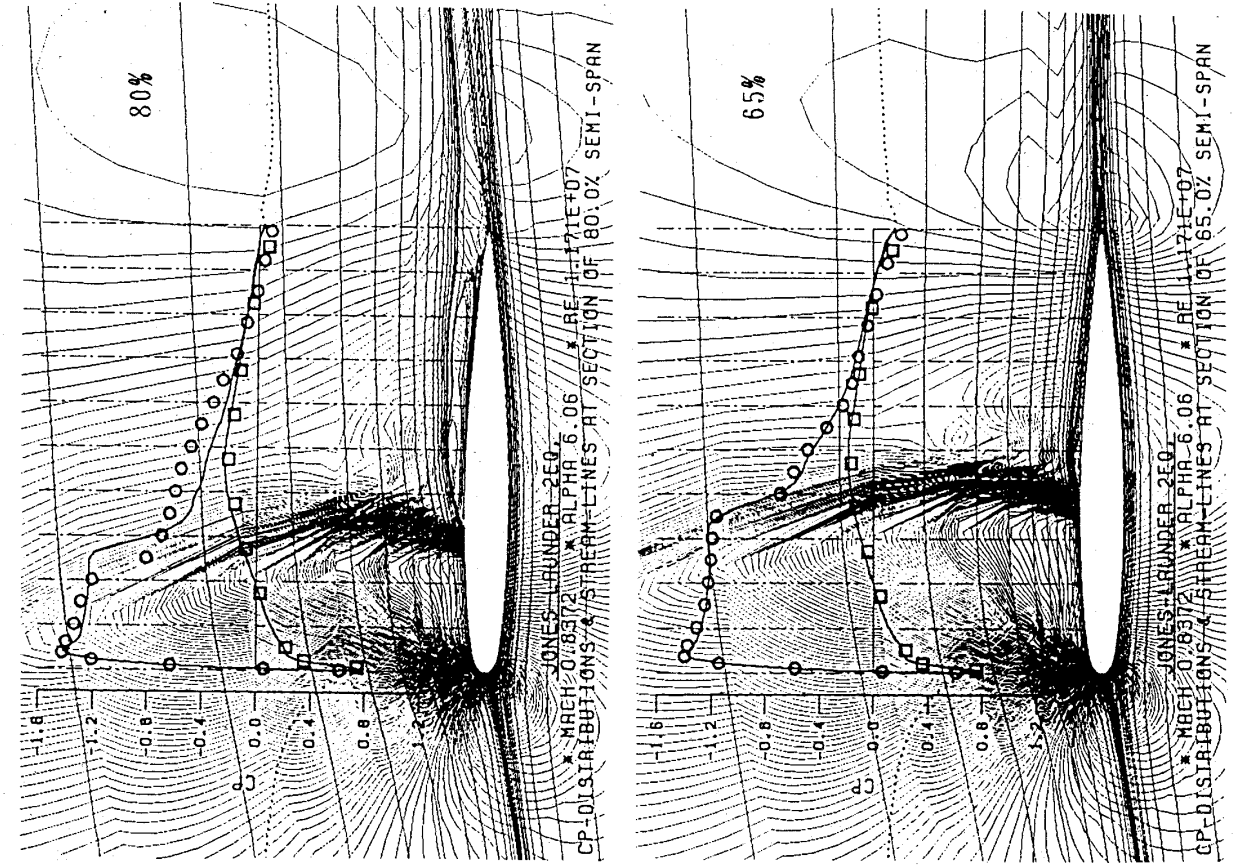
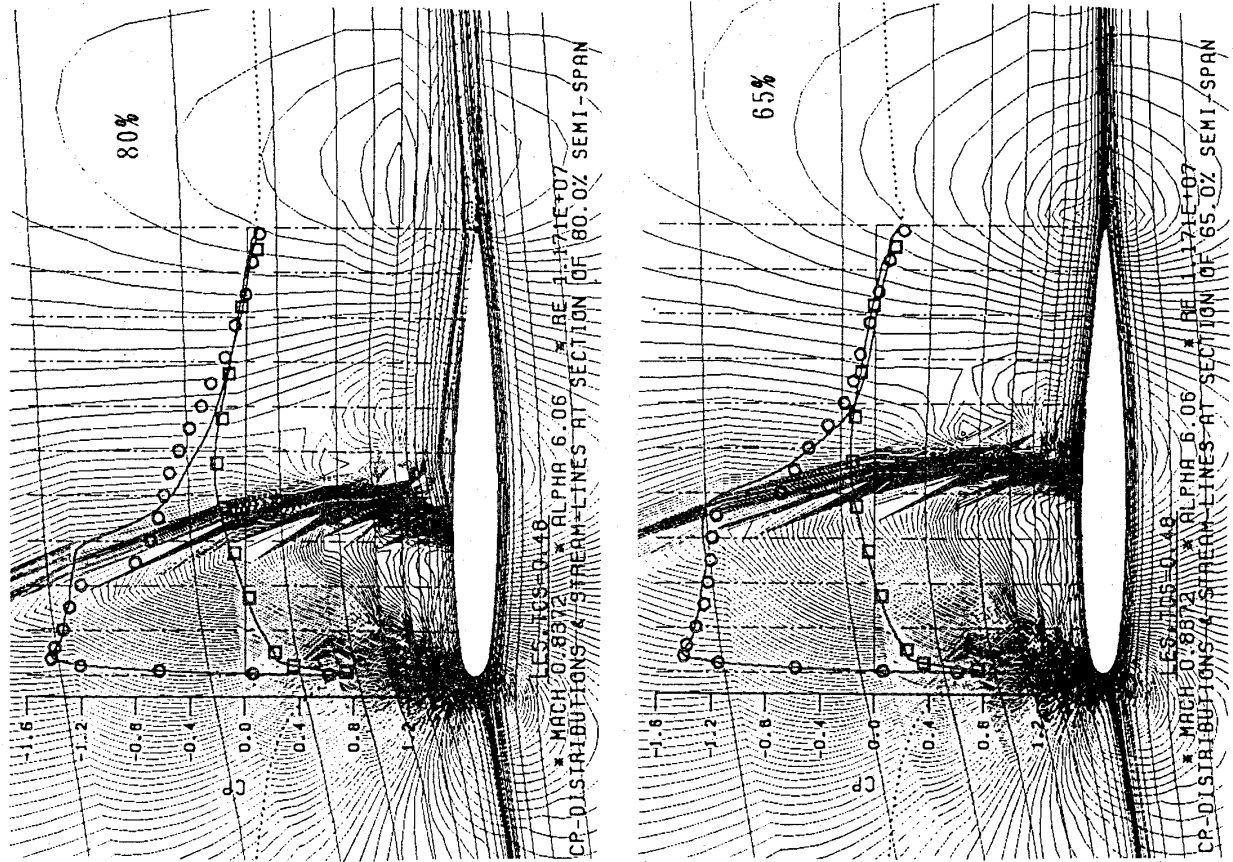


図2 翼上面における等圧線とオイルフロー



(a) 改良SGSモデル



(b) Jones-Lauder (k-ε)モデル

80%翼幅
断面空間

65%翼幅
断面空間

図3 各断面空間毎の等圧線、流線、 C_p 分布

剥離を引き起こす。図1からわかるように、65%と80%翼幅位置において、このモデルは実験の C_p 分布の凸形状を一番良く捕らえている。

しかし、弱い衝撃波の分解能は、他のモデルよりもやや劣ること、翼端付近(90%位置)の C_p 分布はSGSモデルよりも劣ること、などの難点がある。これは、 k と ϵ に関する輸送方程式のわきだし項に、壁面から垂直方向の1階と2階の偏微分が含まれているので、一般曲線座標に適用する時、数値誤差が大きくなるためであろう。弱い衝撃波はメトリック誤差の影響を被り易い⁵⁾し、翼端付近では ξ^3 方向の座標線は大きく曲がっており、メトリック誤差が導入され易いからである。

以上、SGSモデル、Jones-Launder ($k-\epsilon$)モデルとも、Baldwin-Lomaxモデルに比べると、衝撃波と境界層の干渉をより良く捕らえていると言える。

更にJohnson-King乱流モデル¹²⁾の解についても触れる。文献¹³⁾には、本研究と同じ流れ条件のもとでの、点数 $289 \times 49 \times 65$ の格子上的解が示されている。80%と90%翼位置における C_p 分布は、実験と優れた一致を示しているが、44%位置では衝撃波の後方に実験にない凸形状が現れていること、また65%位置では凸形状が実験よりも大きくなっていること、から、このモデルは逆流領域を過大評価する傾向があると観察される。

3.2 数値解は流れの物理をどの程度捕らるか？

次に流れの詳細が調べられる。図2からわかるように、オイルフロー・パターンは各モデル毎にかなり異なっている。改良SGSモデルの場合には、強い衝撃波に沿って2次元的な細長い逆流領域が観察されるが、Jones-Launder ($k-\epsilon$)モデルの場合には、この逆流は存在せず、かわりに、強い衝撃波を横切る際に流れの向きが強く曲げられ、衝撃波の合体点付近にフォーカスが現れる。フォーカスは3次元現象である。Baldwin-Lomaxモデルによるオイルフロー・パターンと文献¹³⁾中のJohnson-Kingモデルによるオイルフロー・パターンは、改良SGSモデルのものと類似している。

このうちどれが、実際の流れに近いかを定める

前に、更に、衝撃波と境界層の干渉の様子を詳細に調べてみる。

図3には、SGSモデルと($k-\epsilon$)モデルの解における、各断面空間毎の等圧線、流線、及び C_p 分布が示されている。($k-\epsilon$)モデルの65%翼幅位置での解を見ると、衝撃波の後方で圧力が高くなるために、逆流が生じて境界層は厚く成長し、そのため衝撃波は翼壁面付近で前方に押しやられる様子が観察される。その結果、 C_p 分布は境界層の形を見事に反映して凸形状となり、実験の C_p 分布と非常に良く一致することがわかる。一方、SGSモデルの解においては、境界層は($k-\epsilon$)モデルの解程には発達しないため、その C_p 分布は、明瞭な凸形状を描いてないことが観察される。

これより、 C_p 分布が実験と合うならば、衝撃波と境界層の干渉等の流れの詳細も、定性的には信頼できると考える。

さて、実際の流れのオイルフロー・パターンに最も近いのは何かを決めるにおいて、実験と最も良く合う C_p 分布位置におけるオイルフロー・パターンを合成してみる。44%、65%、80%翼幅位置における C_p 分布はJones-Launder ($k-\epsilon$)モデルが良く、90%位置では改良SGSモデルが良いこと、また、Johnson-Kingモデルも含めると、80%位置が一番良く、90%位置は改良SGSモデルと同程度に良いこと、などから、0%~80%位置においては、($k-\epsilon$)モデル、80%~100%位置においてはSGSモデルによるオイルフロー・パターンが実際の流れに近いと思われる。

4. 終わりに

我々の改良によるSGSモデル、($k-\epsilon$)モデルともに、Baldwin-Lomaxモデルと比較すると、剥離が大きい場合の衝撃波と境界層の干渉をより良く捕らえている。特に、($k-\epsilon$)モデルは3次元現象を捕らえるという点では有望であるが、数値誤差が導入されやすいという欠点もある。

また、流れ場を詳細に調べた結果、 C_p 分布が実験と合うならば、衝撃波と境界層の干渉等の様子も、定性的には信頼できると考える。

しかしながら、乱流モデルの圧縮性流体への適

用例は数少ないうえに、あらゆる流れに適用できる乱流モデルの片鱗すらもうかがえない。計算機が発達して乱流の直接計算が可能になるまでは、当面、乱流モデルの研究は重要であり続けるであろう。

参 考 文 献

- 1) B.S. Baldwin & H. Lomax, "Thin layer Approximation and Algebraic Model for Separated Turbulent Flows," AIAA paper 78-257.
- 2) J.W. Deardorff, "A Numerical Study of Three-Dimensional Turbulent Channel Flow at Large Reynolds Numbers," J. Fluid Mech., Vol. 41, 1970, pp. 452-480.
- 3) W.P. Jones and B.E. Launder, "The Prediction of Laminarization with a Two-Equation Model of Turbulence," Int. J. Heat and Mass Transfer, Vol. 15, 1972, pp. 301-304.
- 4) V. Schmitt & F. Charpin, "Pressure Distributions on the ONERA-M6-WING at Transonic Mach Numbers," AGARD AR-138-B1, 1979.
- 5) Y. Takakura, T. Ishiguro & S. Ogawa, "On the Recent Difference Schemes for the Three-Dimensional Euler Equations," AIAA paper 87-1151-CP.
- 6) Y. Takakura, T. Ishiguro & S. Ogawa, "On the TVD Difference Schemes for the Three-Dimensional Euler Equations in General Coordinates," ISCFD-Sydney, 1987, to be Published in International Journal for Numerical Methods in Fluid.
- 7) Y. Takakura, S. Ogawa & T. Ishiguro, "Inviscid and Viscous Flow Simulations around the ONERA-M6 wing by TVD Schemes," Lecture Notes in Physics, Proc. 11th-ICNMFD, Springer-Verlag, 1989.
- 8) 高倉葉子, 小川哲, 石黒登美子: 3次元翼まわりの粘性流れに関して, 第6回航空機計算空気力学シンポジウム論文集, NAL SP-9, 1988.
- 9) Y. Takakura, S. Ogawa & T. Ishiguro, "Turbulence Models for 3D Transonic Viscous Flows," AIAA Paper 89-1952-CP.
- 10) H.C. Yee & A. Harten, "Implicit TVD Schemes for Hyperbolic Conservation Laws in Curvilinear Coordinates," AIAA Paper 85-1513.
- 11) T.J. Coakley, "Turbulence Modeling Methods for the Compressible Navier-Stokes Equations," AIAA Paper 83-1693.
- 12) D.A. Johnson & L.S. King, "A Mathematically Simple Turbulence Closure Model for Attached and Separated Turbulent Boundary Layers," AIAA Journal Vol. 23, No. 11, pp. 1684-1692.
- 13) R. Abid, V.N. Vatsa, D.A. Johnson & B.W. Wedan, "Prediction of Separated Transonic Wing Flows with a Non-Equilibrium Algebraic Model," AIAA Paper 89-0558.