

直交回転円管内の流れと熱伝達の数値解析

田村 洋* 石垣 博* 望月 宗和*

Numerical Analysis of Heat Transfer in a Pipe Rotating Around a Perpendicular Axis

by

Hiroshi TAMURA, Hiroshi ISHIGAKI, and Munekazu MOCHIZUKI
National Aerospace Laboratory, Kakuda Research Center

ABSTRACT

The parabolized Navier-Stokes equations are numerically solved on the laminar flow in a pipe rotating about an axis perpendicular to its axis. Simultaneously developing velocity and temperature fields are obtained for various $ReR\Omega$ numbers. Numerical results of the friction factor and Nusselt numbers are compared with existing experimental data. A transition from a two-vortex secondary flow to a four-vortex secondary flow appears at high $ReR\Omega$ numbers.

1. ま え が き

管に垂直な軸のまわりに一定の角速度で回転する直円管内の層流の流れ場と温度場について、放物化ナビエ・ストークス式を用いて数値解析を行った。直交回転円管内を流れる流体には遠心力とコリオリ力が作用する。このときコリオリ力は主流と垂直な軸の方向に作用するため、管断面には曲管内の流れと類似な二次流れが発生し、管摩擦係数や熱伝達率は静止直管の場合にくらべて著しく増加する¹⁾。このような流れはガスタービン動翼の冷却や遠心圧縮器の羽根車内の流動など、実用的にも重要であり、伊藤、南部²⁾や森、中山³⁾の実験解析をはじめとしていくつかの研究がある。回転流路の流れは実験測定が難しいため、流れ場の詳細な情報を得る手段としては数値解析が特に有効である。

著者らは以前に直交回転円管内の層流の流れ場について数値解析し、完全発達領域における伊藤、南部²⁾の実験データと比較して、管摩擦係数、主流速度分布、壁圧分布等よい一致を示すことを報告した⁴⁾。本報告ではこれに温度場の解析を追加し、完全発達領域での平均熱伝達率の結果を森、中山、深田⁵⁾の実験結果と比較するとともに、助走区間における速度場、温度場の発達の様子を詳しく示す。また著者らによって曲円管完全発達領域で見出された⁶⁾ものと類似な(2渦から4渦への)二次流れの遷移が直交回転円管内の流れにおいても起こることを示し、その特性をさぐる。

2. 基礎方程式と数値解析

図1に示すように座標軸は回転直管に固定してとり、管軸を z 軸とする。直管は y 軸のまわりに一定角速度 Ω で回転し、回転の向きは x 軸から z 軸に向かうものとする。管内の流れが定常、非圧縮とすれば (r, θ, z) 方向の速度成分を (u, v, w)

* 航空宇宙技術研究所角田支所

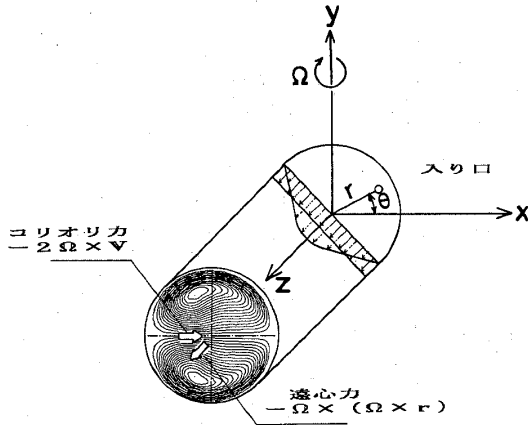


図1 座標系

として、放物化ナビエ・ストークス式とエネルギー式は次のように書かれる。

$$u \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial z} + \Omega^2 z - 2\Omega(u \cos \theta - v \sin \theta) + \nu \nabla^2 w \quad (1)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} + w \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{v^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \Omega^2 r \cos^2 \theta + 2\Omega w \cos \theta + \nu \left(\nabla^2 u - \frac{u}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v}{\partial \theta} \right) \quad (2)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} + w \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{uv}{r} = -\frac{1}{\rho r} \frac{\partial p}{\partial \theta} - \Omega^2 r \cos \theta \sin \theta - 2\Omega w \sin \theta + \nu \left(\nabla^2 v + \frac{2}{r^2} \frac{\partial u}{\partial \theta} - \frac{v}{r^2} \right) \quad (3)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta} + w \frac{\partial T}{\partial z} = \alpha \nabla^2 T \quad (4)$$

ここに

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}$$

連続式は

$$\frac{\partial}{\partial r}(ru) + \frac{\partial}{\partial \theta}(v) + \frac{\partial}{\partial z}(rw) = 0 \quad (5)$$

数値計算プログラムは Patankar の著書⁷⁾を参考にして作成したもので、著者らの曲管、回転管の計算はすべてこれを使用している。すなわち式(1)~(5)をコントロールボリューム法により離散化し、スタガード格子、対流・拡散項にはハイブリッドスキームまたはべき乗スキーム、圧力補正には SIMPLE 法、放物型解法は Patankar-Spalding

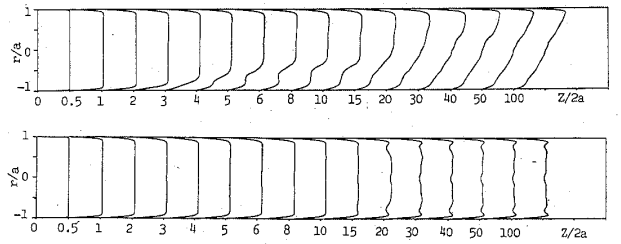


図2 一様流入条件での速度分布の発達
(上) 水平断面 (下) 垂直断面

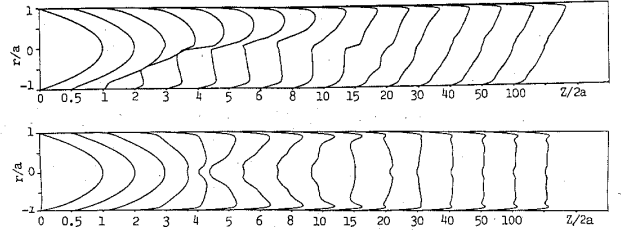


図3 ポアズイユ流入条件での速度分布の発達

法⁸⁾を用いている。

3. 計算結果

3.1 助走区間の流れ

図2, 3は、入口速度が一様分布とポアズイユ分布の2種類の流入条件について、管軸に対して水平および垂直な断面の軸方向速度分布の発達の様子を示す。計算は円管の半断面を21×17の不等間隔格子で計算したものである。流れはコリオリ力の作用により、主流速度の最大値は壁側に押し付けられる。2種類の流れは入口より約40d (d: 円管の直径) 下流ではほぼ同一の速度分布となり、そこでほぼ完全発達した速度分布となっていることが分かる。先に述べたように、回転管の実験が難しいことから本計算の結果と比較すべき実験結果は存在しない。しかし、これらの発達の様子を曲円管における発達の様子と比較すると、両者はよく類似していることがわかる。すなわち、一様速度流入の場合には Agrawal らの実験データと、ポアズイユ流入の場合には Austin らの実験データとよく類似している。なお著者らはここで用いたものとはほぼ同一のプログラムにより、曲円管の助走区間についても2種の流入条件について計算し⁶⁾、計算結果がこれら実験結果ときわめてよく一致することを示し、本プログラムの信頼性を確認して

いる。

回転円管内の流れには、コリオリ力と遠心力が同時に作用するために、特にポアズユ流入の場合には、曲円管よりも一そう複雑な様相を呈する。図4は層流の特性数 ($K_l = Re R_\Omega$) 8.42×10^6 、回転率 (R_Ω / Re) 0.12のポアズユ流入の場合の発達の様子を示す。上一対の二次流れ渦の間に、低圧

側の左壁中央付近から多数の付随渦対が発生しては消えて行く様子を示している。

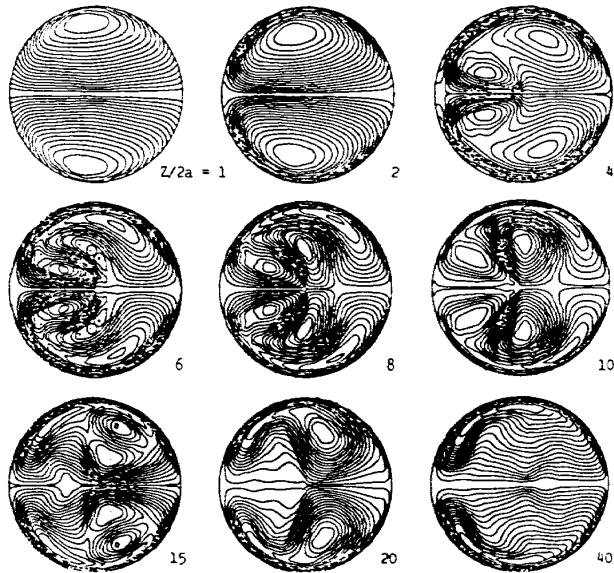


図4 ポアズユ流入条件での二次流線の発達

3.2 完全発達領域における二次流れの遷移

パラメータを種々変えた計算を行ったところ、層流特性数 K_l が 2.5×10^5 以上で二次流れが周知の2渦流れから4渦の流れに遷移する現象が現れた。図5に一樣流入の場合の軸方向速度分布の発達の様子を示す。入口より約30dで2渦をもつ周知の完全発達分布となり、しばらく同じ形を維持してから、高圧側の右壁面上より中心に向かう流れが発生し、最大速度の領域を上下に分断し4渦の形に変わり、以後この形は変わらない。図6はこれら2種の軸速度の等速度線と二次流線を示す。

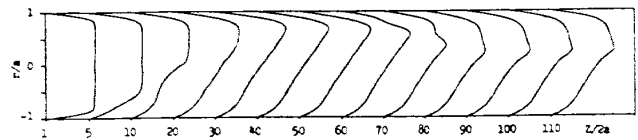


図5 2渦から4渦への遷移を伴う場合のAA断面速度分布の変化 ($K_l = 2.6 \times 10^5$)

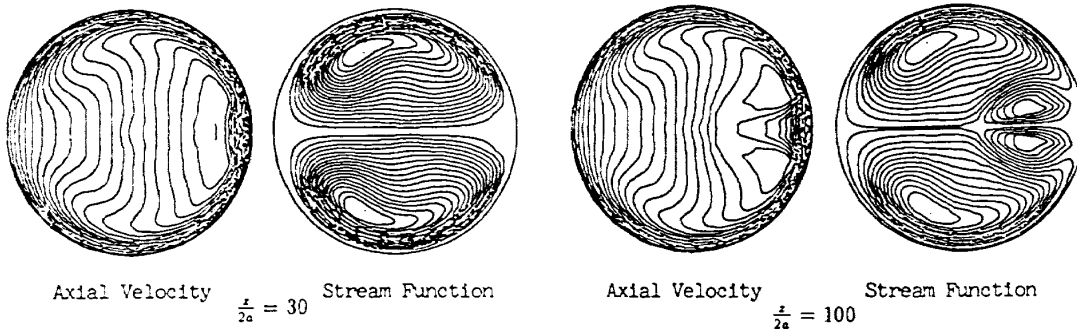


図6 2渦および4渦の流れの等速度線と二次流線

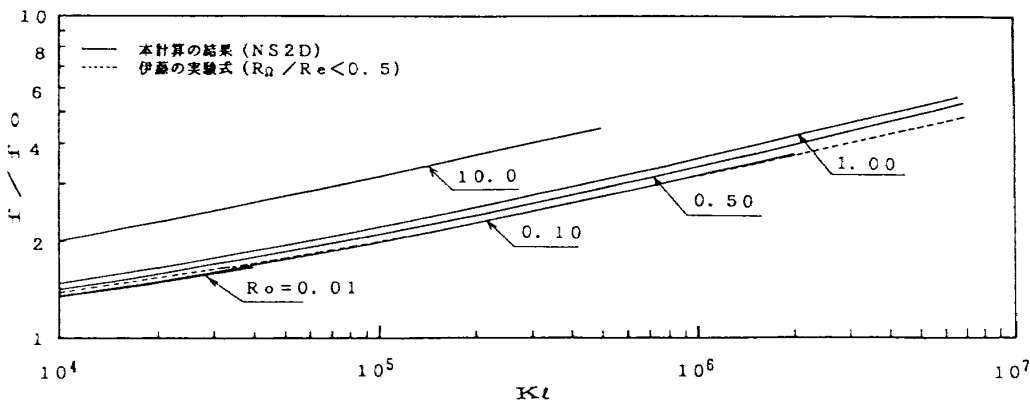


図7 完全発達域の管周平均の管摩擦係数

3.3 完全発達領域の管摩擦係数

完全発達領域の管周平均の管摩擦係数の計算結果と伊藤，南部の実験結果との比較を図7に示す。ここで横軸は層流の特性数 K_l ，縦軸は回転管と静止直管の管摩擦係数の比，パラメータとして回転率をとった。図中の点線は回転率0.5以下の条件に対して伊藤らが導出した実験式であり，計算値は回転率が0.1以下のときこれと一致し，それ以上では，回転率が大きくなるほど管摩擦係数が大きくなることを示している。

3.4 完全発達領域の熱伝達率

完全発達領域における熱伝達の計算結果の一例

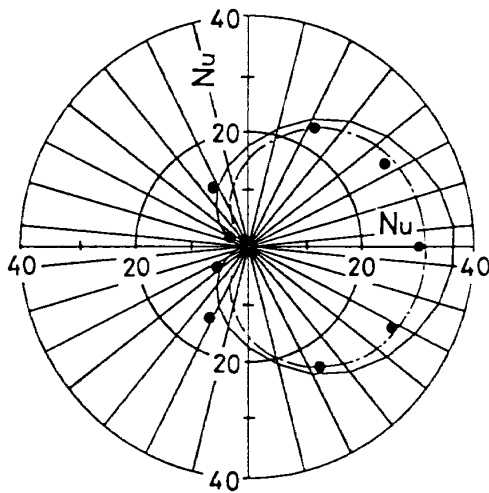


図8 完全発達領域の円周方向局所ヌセルト数
 $Re=2200, R_g=207, R_g/Re=0.0941,$
 $K_l=4.56 \times 10^5$
 --- 森，中山の境界層理論値 — 本計算値
 ● 森，中山，深田の実験値

として，壁温一定条件における周方向の局所ヌセルト数について森，中山，深田の実験データとの比較を図8に，また，壁温一定および熱負荷一定条件の管周平均ヌセルト数について森，中山，深田の実験データとの比較を森らの導入した回転特性値 N/χ を横軸にとり図9に示す。ここで N_{u0} は静止直円管のヌセルト数である。図から，壁温一定条件の計算値は実験値より約14%大きく，熱負荷一定条件の計算値は実験値より約8%小さい。

4. 結 言

図5, 6に示したように，直交回転円管の流れでも曲円管と同じような，2渦から4渦への二次流れの遷移がとらえられた。これは曲管の場合の遠心力にコリオリ力が入り替わったものであり，コリオリ不安定と呼ばれるものであろう。回転管内流れにおけるコリオリ不安定の文献はあまり見ないが発達領域における速度と圧力の分布が曲管内の流れと同じ形をとるので，かねてより予期していたものである。曲管内流れと同時進行で特性の解明を進めたいと考えている。

参 考 文 献

- 1) W.D. Morris (1981). Heat Transfer and Fluid Flow in Rotating Coolant Channels, Research Studies Press.
- 2) H. Ito and K. Nanbu (1971). J. Basic Engng Trans ASME, ser, D, Vol. 93, pp. 383-394. 伊藤，南部(1973). 東北大速

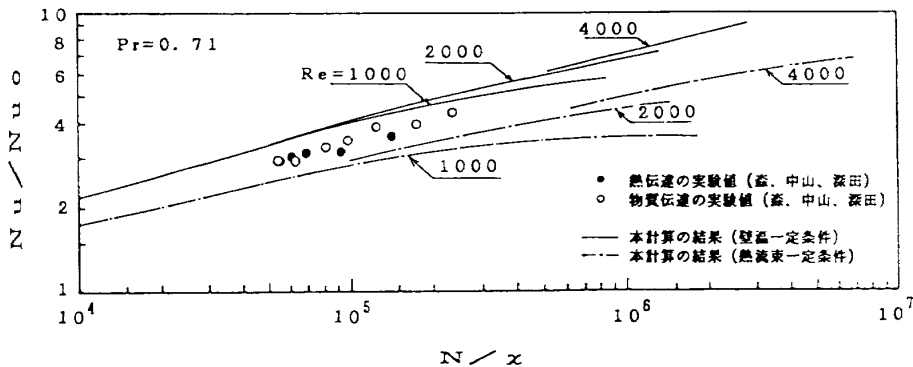


図9 完全発達領域の管周平均のヌセルト数

$$N = \frac{R_g Re}{2} \quad \chi = \sqrt{1 + \frac{1.25}{4} \left(\frac{R_g}{Re}\right)^2} - \frac{1.118}{2} \left(\frac{R_g}{Re}\right)$$

- 研報告, 第32巻, 55-105頁.
- 3) 森, 中山(1967), 機械学会論文集, 33巻, pp.1669.
 - 4) 石垣, 望月, 田村(1988). 第2回数值流体力学シンポジウム講演論文集, pp.559.
 - 5) 森, 中山, 深田(1970). 機械学会論文集, 36巻, pp.983.
 - 6) 石垣, 植田, 望月(1988). 第2回数值流体力学シンポジウム講演論文集, pp.567.
 - 7) S.V. Patankar (1980). Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, Hemisphere.
 - 8) S.V. Patankar and D.B. Spalding (1972). Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 15, pp. 1787.
 - 9) 石垣, 望月(1989). 本論文集

