

回転する二重円管内の流れ

望月 宗和* 石垣 博*

Numerical Simulation of Flow between Concentric Rotating Cylinders

by

Munekazu MOCHIZUKI and Hiroshi ISHIGAKI
National Aerospace Laboratory, Kakuda Research Center

ABSTRACT

Flows between concentric rotating cylinders with non-rotating end walls are computed numerically. When inner-cylinder rotates, Taylor vortices develop in addition to secondary flow vortices. When the end walls are absent, the predicted moment coefficient compares well with experimental data. The critical Taylor number has also been predicted with good accuracy.

1. ま え が き

著者らが行っている曲り管内流れでは周知の二次流れに加えて、ある臨界ティーン数をこえると遠心力不安定による渦が発生し、流れはさらに複雑になる^{1,2)}。この流体力学的不安定はDean³⁾によりはじめて解析されたものであり、この渦をDean渦と呼んでもよいであろう。

遠心力不安定の代表的なものとしては内管回転の二重円管内に生ずるTaylor渦と凹面上に発生するGoertler渦がよく知られているが、これらとDean渦は流体塊に作用する遠心力と圧力勾配のつり合いによって発生するという共通の発生機構をもっている。すなわち内管回転の二重円管の場合には安定な流れ(この場合はCouette流れになる)では遠心力と圧力勾配が平衡状態にあるが、内側(高速)の流体塊が何らかの原因で半径方向外側に動いた場合、周囲流体に作用する遠心力(=圧力勾配)よりもその流体塊にはたらく遠

心力が大きいため、流体塊はさらに外側に移動することになる。逆に外側の低速流体塊が内側に動けば、ちょうど逆の作用によってさらに内側に移動することになり、ロール状のTaylor渦が形成される(図1)。遠心力が粘性力にうちかかって流れが不安定となるTaylor数 $Ta = R_i \Omega d / \nu \sqrt{d/R_i}$ の臨界値は約41であり、この値をこえるとTaylor渦が発生して、流れの特性は急変する。

本研究は遠心力不安定の流れ場としてTaylor渦を考え、二重円管の上下に静止壁を設けて二次流れを発生させて、二次流れと遠心力不安定による渦流れが組合わされた場の数値シミュレーションを行い、曲管内流れとの関連性、類似性をしらべようとしたものである。

2. 基礎方程式と数値解法

図2に示すような円柱極座標をとり、内円筒半径を R_{in} 、外円筒半径を R_{out} 、平均半径を R_c とする。流れを非圧縮、定常と仮定し、完全発達流とすれば θ 方向微分が無視できて、流れの基礎方程式は次のようになる。

* 航空宇宙技術研究所角田支所

(連続式)

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rv_r) + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

(運動量式)

$$\rho \left[v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} - \frac{v^2}{r} \right] = - \frac{\partial p}{\partial r} + \mu \left[\nabla^2 v_r - \frac{v_r}{r^2} \right] \quad (2)$$

$$\rho \left[v_r \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_\theta}{\partial z} + \frac{v_r v_\theta}{r} \right] = \mu \left[\nabla^2 v_\theta - \frac{v_\theta}{r^2} \right] \quad (3)$$

$$\rho \left[v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \right] = - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \nabla^2 v_z \quad (4)$$

ここに

$$\nabla^2 = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (5)$$

Ω を回転数とすれば、境界条件は

内管回転の場合

$$r = R_{in} : v_\theta = R_{in} \Omega, \quad r = R_{out} : v_\theta = 0$$

外管回転の場合

$$r = R_{in} : v_\theta = 0, \quad r = R_{out} : v_\theta = R_{out} \Omega$$

とした。その他の条件は両方の場合とも次の粘着条件を与えた。

$$r = R_{in} : v_r = v_z = 0$$

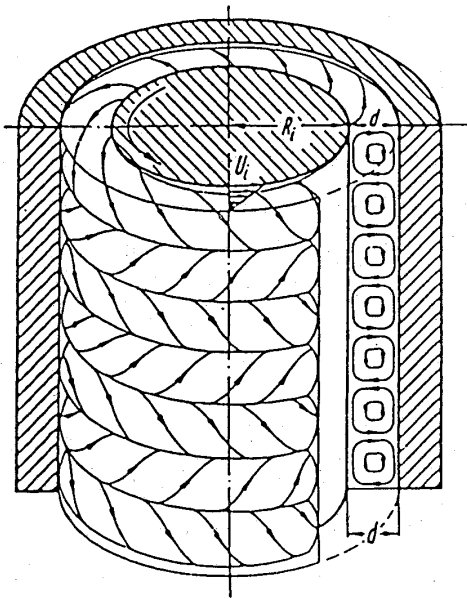


図1 回転二重円管内のテイラー渦

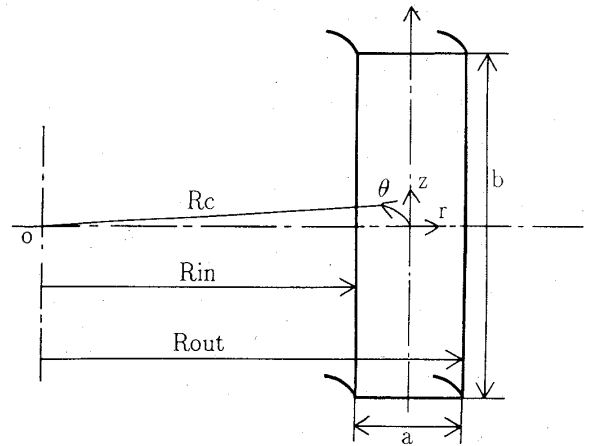


図2 座標系

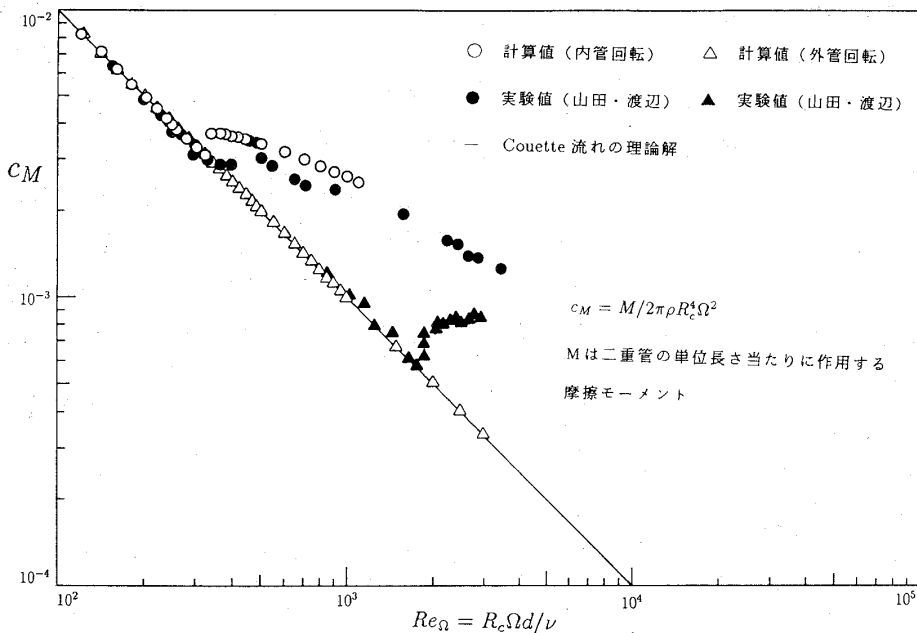


図3 側壁がない場合の摩擦モーメント係数

$$r=R_{out} : v_r = v_z = 0$$

$$z = \pm b/2 : v_\theta = v_r = v_z = 0$$

数値計算は曲り管，回転管流れに用いているプログラムに必要な修正を施して行った。

3. 計算結果と考察

はじめに既存の実験データおよびNavier-Stokes式の厳密解(Couette流れ)と比較するために，上下静止壁のない場合の数値計算を行った。上下の境界条件は周期境界条件を与え，計算法はMajumdar and Spalding⁴⁾を参考にした。図3は回転レイノルズ数 $Re_\Omega = R_c \Omega d / \nu$ によるモーメント係数 C_M の変化を示したものである。

内管回転の場合に Re_Ω を増加させると，流れははじめCouette流れの結果にしたがう単純せん断流であるが， $Re_\Omega = 300$ の臨界Taylor数付近でTaylor不安定が発生して C_M は急にCouette流れの特性から外れ， Re_Ω による変化はずっとゆるやかになる。山田，渡辺⁵⁾による実験データはこの計算結果の挙動とよく一致している。現実には $Re_\Omega = 900$ で波状のTaylor渦となりやがて乱流になる。外管回転の場合には流れは安定で計算結果はCouette流れの理論解と一致するが，実際には実験データが示すように $Re_\Omega = 1600$ 付近で乱流に移る。

上下に静止壁がある場合の計算は $a/R_c = 0.02$ ，アスペクト比 As が 1, 2, 5, 10の4種について行った。内管回転の場合のモーメント係数を図4に示す。 $As = 10$ の場合が図3に最も近く，Couette流の理論解からのずれは上下壁の影響の大きさを示している。

$As = 10$ の場合の流れパターンの変化を図5に示す。 $Re_\Omega = 200 (Ta = 28.3)$ では，まだ臨界Taylor数に達していないのでTaylor渦は現われていないが，側壁近くに曲り管と同じ理由により一對の二次流れが生じている。 $Re_\Omega = 300$ では中央部に4対のTaylor渦が発生し， $Re_\Omega = 400$ ではより強力になっているが， $Re_\Omega = 600$ では現実には波状のTaylor渦となっているであろう。 $As = 5$ の場合も同様なパターンとなる。

$As = 1$ と2の場合には Re_Ω (したがって Ta) をかなり大きくしてもTaylor渦は現われず，ただ二次流れが強くなるだけである。このために図4の C_M の特性も $As = 5, 10$ の様子とは異なった変化をする。

外管回転の場合には流れは安定である。図6に Re_Ω による C_M の変化を示すが，Couette流れの理論解とほぼ平行に変化することがわかる。 $As = 10$ の場合の流れパターンを見ると，曲り管と同じ二次流れが側壁近傍にあり， Re_Ω が大きくなるにつ

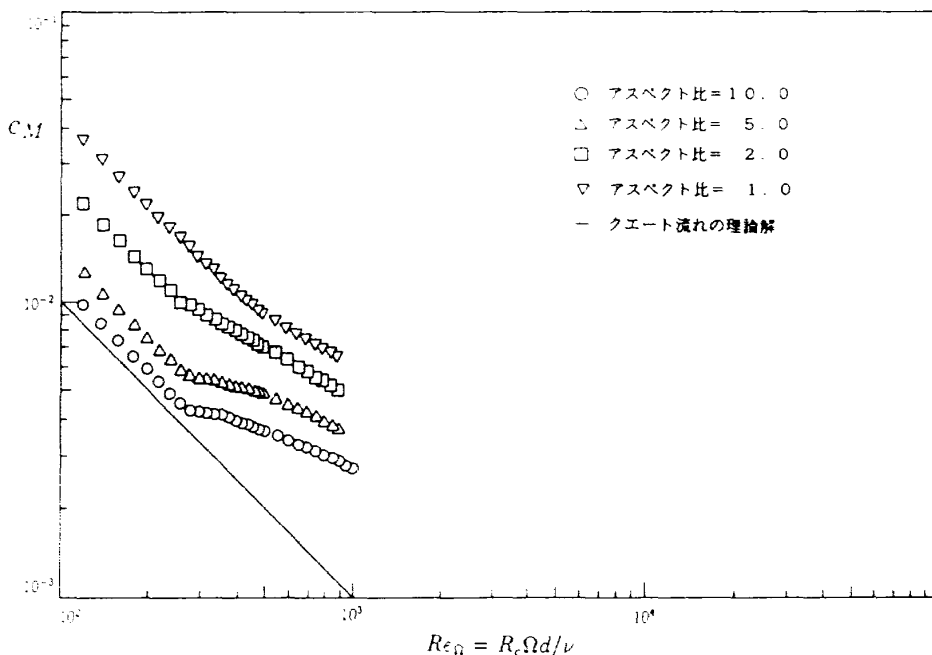


図4 内管回転の場合の摩擦モーメント係数

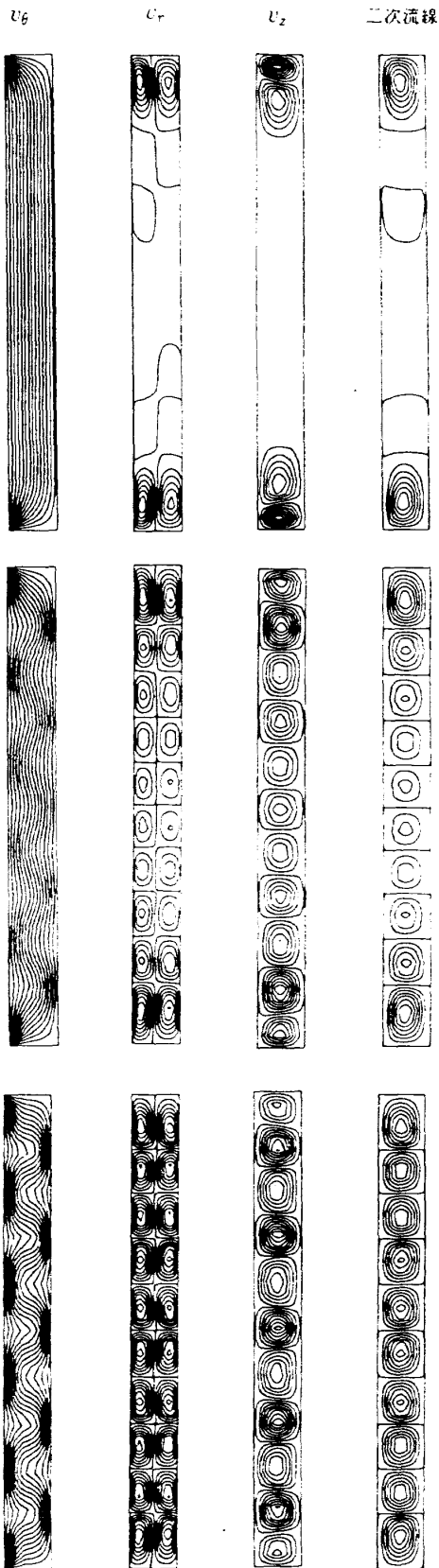


図5 $As=10$ の場合の等高線の変化(内管回転)

れて中央部にまでその影響がおよんでくることが示されている。

4. あとがき

この計算は並行して行っている矩形曲り管内流れの研究との関連で試みたものである。矩形曲り管では Dean 数(回転二重管の Taylor 数に相当する)がある臨界値をこすと、通常の一対の二次流れのほかに曲り外側壁近くに遠心不安定による渦がやはり現われる。内管回転二重管ではアスペクト比が4では一対の Taylor 渦が現われるが、2以下では Taylor 数を非常に大きくしても二次流れのみで Taylor 渦は現われなかった。他方矩形曲り管ではアスペクト比が0.5でも Dean 数のある値以上で遠心力不安定の渦が現われる²⁾。

5. 引用文献

- 1) 植田, 石垣, 望月(1989). 本論文集.
- 2) 山田, 石垣, 望月(1989). 本論文集.
- 3) Dean, W. R. (1928). Proc. Roy. soc., Ser. A, 121-787, pp.402.
- 4) Majumdar, A. K. and Spalding, D. B.(1977). J. Fluid Mech., 81, pp.295.
- 5) 山田, 渡辺(1972), 日本機械学会論文集, 38-311, pp.1773.

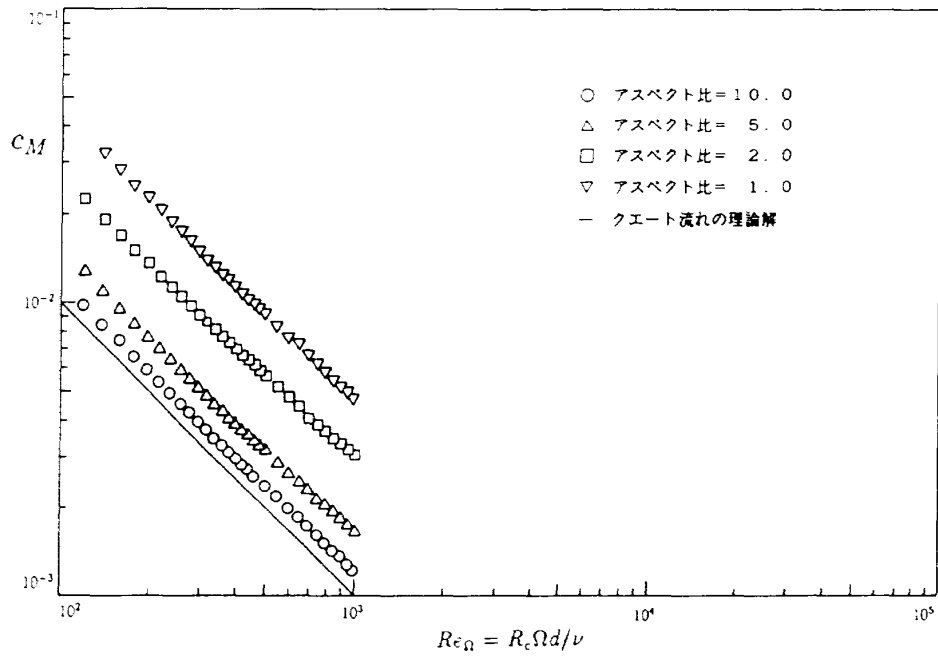


図6 外管回転の場合の摩擦モーメント係数

