32

新しい格子生成アルゴリズムとその応用

高梨　進*　佐藤　求**

A New Algorithm for Generating Block-Structured Grid and Its Application to Complex Aircraft Configurations

by

Susumu TAKANASHI
National Aerospace Laboratory
Motomu SATO
MEITEC Ltd.

ABSTRACT

A grid generation procedure using a simple algorithm is presented.

The present method is essentially based on the electrostatic theory. By distributing electric charges at the boundary points, an electro-static vector field is produced inside the region between the inner and outer boundaries. The resulting electric force lines, which are all emanated from the grid points on the body, can be utilized as one family of the grid lines. The other family of grid lines is easily constructed by regularly-plotting points along the electric force lines.

The electric charge distribution is uniquely determined by the appropriate boundary condition, so far as the total amount of charges on each closed-boundary is constant.

The practical application of the present method was successfully made to complex aircraft configurations.

1. まえがき

流れの数値シミュレーションにとって良質の格子を生成することは非常に重要である。特に物体が複雑な形状をしている場合には格子の良し悪しは数値解の精度や安定性に大きく影響するからである。

このような計算格子，特に構造型の格子を流れ場の中に発生させる方法はこれまでにも数多く発表されている[1,2]。しかし，いずれも一長一短があり，とりわけ自動的に生成できる方法は数少ない。それらのうち，ラプラス方程式に基づくパネル法は解の存在と一意性が保証されているが故に，自動化が比較的容易であり，しかも出来上がった格子は全空間で直交している。著者は既にパネル法による格子生成法[3]を開発し，種々の航空機形態にこれを適用してきた。しかし，これまでの著者自身の経験によればこの方法には二つの欠点があるように思われる。一つは格子点数が多くなると時間がかかりすぎることであり，もう一つは完全な直交性を要求しすぎる結果として，物体の凹曲部で格子線が極度に集中することである。本報告の目的はこれらの欠点を取り除き，しかもプラ

＊航空宇宙技術研究所
＊＊株式会社メイテック

ス方程式のもつ優れた特性を活かした新しい格子生成法を示すことである。ここで用いたアルゴリズムは極めて簡単な考え方に基づいている。即ち，境界上に点電荷を分布させて，流れ場の中に静電場を発生させ，その電気力線を格子線として利用しようとするものである。電荷の量は，境界から電気力線が出ていく方向を指定することによって決定される。このようにして得た電場は静電ポテンシャルに対するラプラス方程式の厳密解であり，したがって電気力線は空間の内部で絡まったり消滅したりすることはない。本報告では最も生成が困難と言われるO型格子のみを扱うが，H型やC型の他のトポロジーに対しても同一のアルゴリズムが適用できるであろう。

2. 基本アルゴリズム

物体のまわりに静電場を発生させてO型格子を生成する問題を考える。今，内部境界(物体表面)およびそれをとり囲む外部境界（半径無限大の球も含む）にそれぞれ点電荷が分布しているとしよう。これらの電荷によって作られる静電場は，クーロンの法則により，

$$\boldsymbol{F}_i=\sum_j \frac{\sigma_j}{\boldsymbol{r}_{ij}^2}\frac{\boldsymbol{r}_{ij}}{r_{ij}} \tag{1}$$

と表される。ここで，$\boldsymbol{r}_{ij}$ は境界格子点 P_j から空間の任意の点 P_i に引いたベクトル，σ_j は点 P_j における電荷量，$\boldsymbol{F}_i$ は点 P_i における静電力である。但し，静電力の評価式(1)において，特異点 $P_j=P_i$ は取り除くものとする。

電荷 σ_j は境界条件によって決定される。例えば，後で示すように，各境界の総電荷量を一定として，電気力線が境界面に直交するという条件を課せば，σ_j は一意に決定される。電場はベクトル場であるから，物体表面の各格子点から出発して遠方境界に電気力線を引くことができる。この線に沿って適当に，例えば指数関数的に格子点を配置すれば空間にO型の格子網が得られる。

境界点 P_i における単位法線ベクトルを $\boldsymbol{n}_i$ とすれば，直交条件は $\boldsymbol{n}_i\times\boldsymbol{F}_i=0$ によって表される。この条件が満たされるように電荷量を決めればよい。但し解がユニックになるためには，各境界の総電荷量は一定でなければならない。何故なら，直交条件を満足するある一つの解が存在したとするとき，境界上のすべての電荷量を実数倍したものもまた同一の境界条件を満足する解になるからである。

より一般的な格子生成が可能となるようにここでは，汎関数 G を次のように導入定義する。

$$G=\sum_i(\|\boldsymbol{n}_i\times\boldsymbol{F}_i\|)^2 \tag{2}$$

この G が拘束条件

$$\sum\sigma_j=\text{const.} \tag{3}$$

の下に最小になるように σ_j を決定するのである。但し点 P_i, P_j は共に境界上にあるものとする。G は σ_1, σ_2, ..., σ_N（N: 境界点の総数）の二次式で表される。

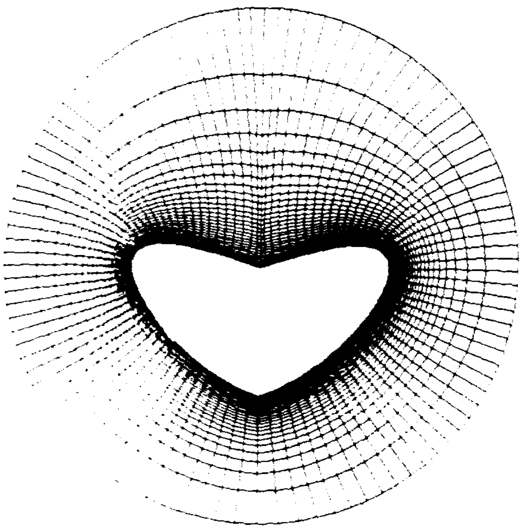
$$\begin{aligned}G=&C_{11}\sigma_1^2+C_{12}\sigma_1\sigma_2+\cdots\cdots+C_{1N}\sigma_1\sigma_N\\&+C_{21}\sigma_2\sigma_1+C_{22}\sigma_2^2+\cdots\cdots+C_{2N}\sigma_2\sigma_N\\&\quad\vdots\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\vdots\\&+C_{N1}\sigma_N\sigma_1+C_{N2}\sigma_N\sigma_2+\cdots\cdots+C_{NN}\sigma_N^2\end{aligned} \tag{4}$$

ここで，C_{Lm} は境界の形状および境界条件にのみ依存する係数である。

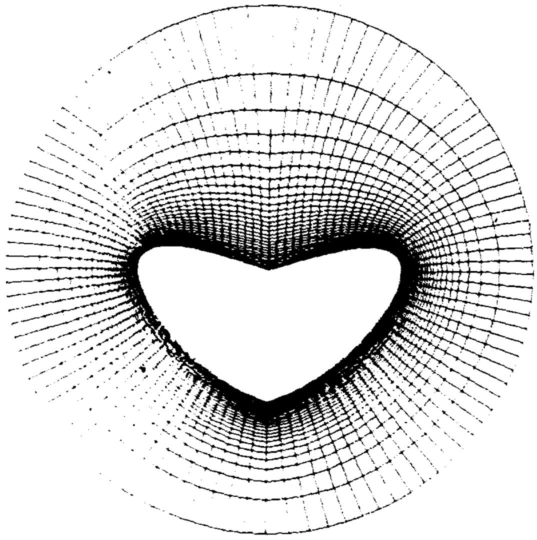
G を最小にする σ を求める問題は，よく知られた“線形の拘束条件をもつ非線形最適値問題”に帰着し，これはごく標準的な手法[4)]によって解くことができる。

格子点密度を十分大きくとれば，G が最小になる解は唯一であり，且つ G の値は実質上ゼロになることが期待できる。何故なら境界格子点密度が無限大となる極限において，境界点の集合は完全導体の連続曲面を形成し，この導体に一定量の電荷を与えたとき，それによって作られる電場は一通りであり，且つ電気力線は境界面に直交することが静電理論によって証明されているからである。

次に簡単な具体例を示そう。今，図1(a)のように，凹凸混在形状の二次元物体を内部境界とし，半径1の円を外部境界とする場合を考える。両境界面上にそれぞれ100個の点をとり，内部境界上の総電荷量を1，外部境界上のそれを−1とする。これらの条件の下に最適の電荷分布を求めた後，式(1)により静電ベクトルを計算すれば図1(a)に示

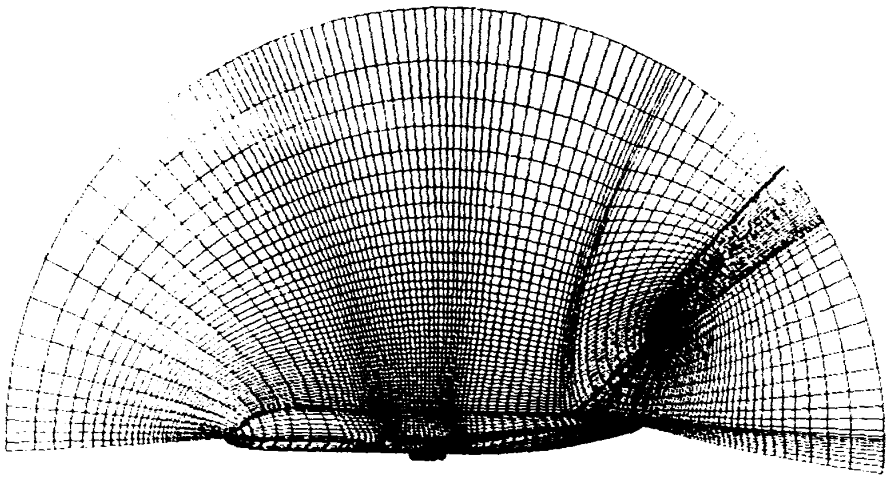


(a) 完全直交条件を用いた場合

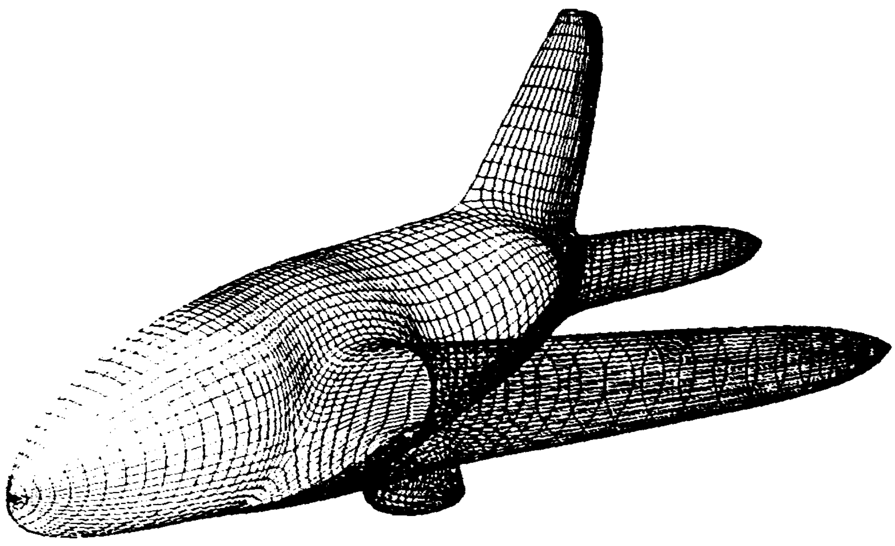


(b) 凹曲部で直交条件を緩めた場合

図 1 凹凸混在形状まわりの格子



(a) 対称面内の格子網



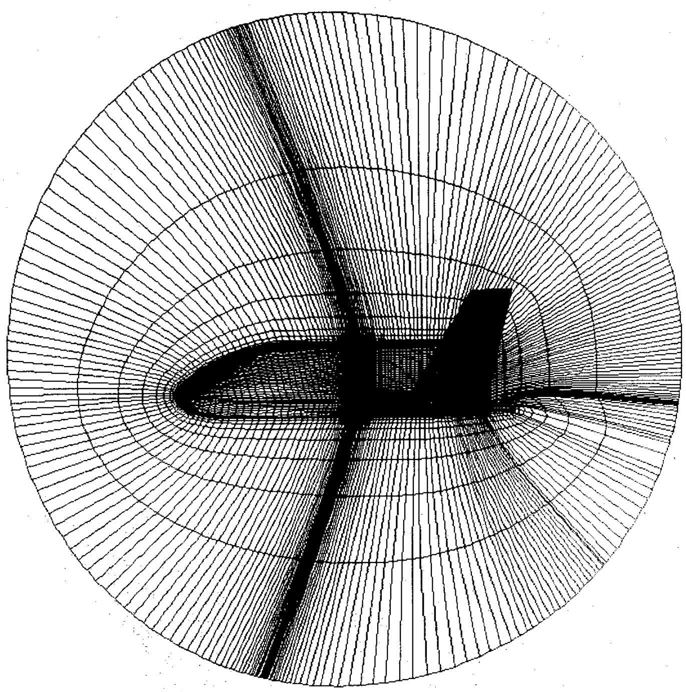
(b) 流れ場の中間領域における格子網

図 2 完全航空機形状まわりの格子

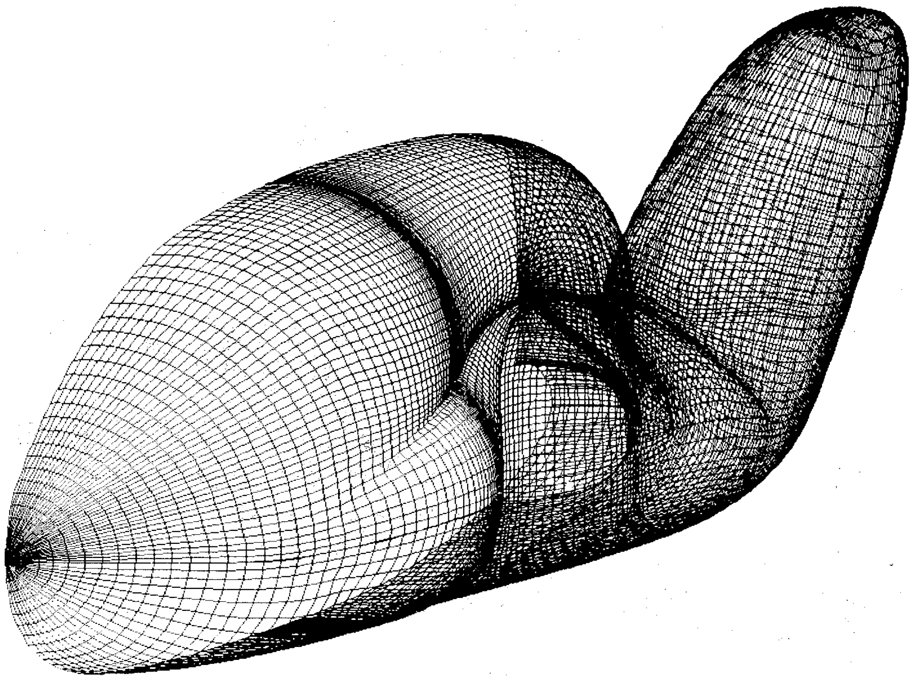
すような格子が得られる。この場合には $G=O(10^{-5})$ となり，直交条件は完全に満足されている。

これまでの議論では境界指定ベクトル $\boldsymbol{n}$ は単位法線としてきた。しかし，図1(a)の例に見られるように，この種の格子は凹曲部で格子線が集中し易く，実際の計算には必ずしも適しているとはいえない。これを改善するためには，$\boldsymbol{n}$ として法線ではなく法線を少し傾けたベクトルを用いるのがよい。このようにして得た格子を図1(b)に示す。凹曲部において格子線の集中が緩和されているのが分かるであろう。このように，境界条件として，任意の $\boldsymbol{n}$ を与えることができるのも本方法の大きな特徴である。

静電力(1)を計算する FORTRAN プログラムに



(a)　対称面内の格子網



(b)　流れ場の中間領域における格子網

図3　NASDA HOPE 全機風試モデルまわりの格子

おいて，境界格子点に通し番号をつければ，境界に関わる変数はすべて一次元ベクトル化され，しかも静電力の計算式自体は極めて簡単であるため，本方法は正にスーパーコンピュータ向きのアルゴリズムといえるであろう。実際，30万点の空間格子を生成するのに要する時間は FACOM VP-400 を用いて数分にすぎない。

3. 応用例

図2に本方法により生成された遷音速輸送機の全機風試モデルのまわりのO－O格子を示す。直交性および滑らかさはほぼ理想的である。この格子は既にナビエ・ストークス計算に適用され，その数値解は風試データと良い一致を示している[5]。図4は，現在 NASDAで開発中の有翼飛翔体HOPEに対する格子である（この例では外部境界として半径無限大の球面をとっている）。このように高いティップフィンやボディフラップのあるような特異な形状に対しても何等問題はない。

4. まとめ

クーロンの法則を直接応用することによって，極めて簡単な格子生成アルゴリズムを開発した。この方法の特徴を列挙すれば以下の通りである。

(1) 物体から放射状に出て行く格子線の方向を境界面上で指定するだけで，空間に自動的に格子を張ることができる。
(2) 境界格子点上の電荷量は非線形最小値問題を解くことによって決定される。
(3) 外部境界はあってもなくてもよい。
(4) 物体表面の格子は非構造的でもよい。
(5) 格子生成時間が著者の開発したパネル法にくらべて格段に短くてすむ。
(6) 複雑な航空機形状に対しても，非常に質の良い格子が得られる。

5. 謝辞

遷音速輸送機の形状を提供された日本航空機開発協会，並びに三菱重工業株式会社に対し感謝の意を表します。また HOPE の形状は航技研と NASDA の CFD に関する共同研究において用いられたものである。

参考文献

1) J.F. Thompson, Z.U.A. Warsi, and C.W. Mastin, 'Numerical Grid Generation', North-Holland, 1985.
2) S. Sengupta, J. Hanser, P.R. Eiseman, and J.F. Thompson, 'Numerical Grid Generation in Computational Fluid Mechanics '88, Pineridge Press, 1988.
3) 高梨　進：「積分方程式法による格子生成(I)」，NAL TR-1009 (1988).
4) G.N. Vanderplaats, 'Numerical Optimization Techniques for Engineering Design', McGraw-Hill Book Co., 1983.
5) 橘　正和，高梨　進：「複雑な形状の航空機に対する数値シミュレーション」，第7回航空機計算空気力学シンポジウム概要集 (1989)，および航技研特別資料 NAL SP（刊行予定）.