

## 3次元ナビエ・ストークス方程式を用いた 翼まわりの非定常計算

桜木 卓也\* 石井 克哉\* 桑原 邦郎\*\*

### The Three Dimensional Navier-Stokes Simulations of Flow over a wing without any Turbulent Modelling

by

Takuya SAKURAGI and Katuya ISHII  
*The Institute of Computational Fluid Dynamics*  
Kunio KUWAHARA  
*Institute of Space and Astronautical Science*

#### ABSTRACT

The direct simulation without any turbulence models becomes effective method to study three dimensional unsteady flow fields at high Reynolds numbers. This progress has been made possible by the speed and memory capabilities of present-generation supercomputers and the development of improved computational algorithms and techniques. In this study, we investigated the unsteady shock-boundary interaction in the viscous transonic flow over the ONERA-M6 wing attached to a wall by using a finite difference approximation of the three dimensional Navier-Stokes equations. For this purpose, we used the LU-ADI factorization method with Chakravarthy & Osher type TVD scheme in the explicit term, and got the time-average of the unsteady flow field without using any turbulent eddy viscosity models. As the number of grid points gets large, the CP-curves of the time-average will become close to the results of the experiment.

#### 1. はじめに

側壁付き ONERA-M6 翼をすぎる非定常な遷音速流について数値シミュレーションを行い、側壁が流れ場（特に衝撃波や境界層剝離）に与える影響を調べた。高いレイノルズにおける流れ場は非常に乱れた状態になり比較的小さい迎え角をもつ翼の上面でも側壁の影響により強い三次元性を表し、衝撃波同士の干渉、衝撃波と乱流境界層との干渉などの現象が含まれる。このような高いレイノルズ数をもつ流れ場に対する直接シミュレ-

ーションの結果は格子点の数に大きく影響されるものとみられる。

本研究では格子点が比較的少ないグリッドから比較的多くしたグリッドを用いて、3ケースの直接シミュレーションを行い、物理量の時間平均をとりその CP 曲線と実験値の比較を試みた。出来るだけ長い時間平均をとる必要性和流れ場が遷音速であることから、LU-ADI+TVDの陰解法<sup>1,2,3,6)</sup>を用いた。翼が側壁付きであることから、側壁及び翼表面上に粘着条件を取り入れた2方向Thin-Layer近似と Full Navier-Stokes 方程式による計算を行った。又、初期条件として Impulsive-Start を採用する。

\* (株)計算流体力学研究所

\*\* 宇宙科学研究所

## 2. 支配方程式

次に示される2方向 Thin-layer を基礎方程式として解く。拡散項に対しては、Thin-Layer 近似、

Full Navier-Stokes 方程式共に、中心差分を用いる。

$$\hat{U}_\tau + \hat{E}_\zeta + \hat{F}_\tau + \hat{G}_\zeta = (\hat{S}_{1\tau} + \hat{S}_{2\zeta}) / Re, \quad (1)$$

$$\hat{U} = J^{-1} \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ e \end{bmatrix}, \quad \hat{E} = J^{-1} \begin{bmatrix} \rho U \\ \rho u U + \xi_x p \\ \rho v U + \xi_y p \\ \rho w U + \xi_z p \\ (e+p)U - \xi_t p \end{bmatrix}, \quad \hat{F} = J^{-1} \begin{bmatrix} \rho V \\ \rho u V + \eta_x p \\ \rho v V + \eta_y p \\ \rho w V + \eta_z p \\ (e+p)V - \eta_t p \end{bmatrix}, \quad \hat{G} = J^{-1} \begin{bmatrix} \rho W \\ \rho u W + \zeta_x p \\ \rho v W + \zeta_y p \\ \rho w W + \zeta_z p \\ (e+p)W - \zeta_t p \end{bmatrix}$$

$$\hat{S}_1 = J^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ \mu(\eta_x^2 + \eta_y^2 + \eta_z^2)u_\tau + \frac{\mu}{3}(\eta_x u_\tau + \eta_y v_\tau + \eta_z w_\tau)\eta_x \\ \mu(\eta_x^2 + \eta_y^2 + \eta_z^2)v_\tau + \frac{\mu}{3}(\eta_x u_\tau + \eta_y v_\tau + \eta_z w_\tau)\eta_y \\ \mu(\eta_x^2 + \eta_y^2 + \eta_z^2)w_\tau + \frac{\mu}{3}(\eta_x u_\tau + \eta_y v_\tau + \eta_z w_\tau)\eta_z \\ \left[ (\eta_x^2 + \eta_y^2 + \eta_z^2) \left\{ \frac{\mu}{2}(u^2 + v^2 + w^2)_\tau + \kappa P_\tau^{-1}(\gamma-1)^{-1}(a^2)_\tau \right\} \right. \\ \left. + \frac{\mu}{3}(\eta_x u + \eta_y v + \eta_z w)(\eta_x u_\tau + \eta_y v_\tau + \eta_z w_\tau) \right] \end{bmatrix}$$

$$\hat{S}_2 = J^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ \mu(\zeta_x^2 + \zeta_y^2 + \zeta_z^2)u_\zeta + \frac{\mu}{3}(\zeta_x u_\zeta + \zeta_y v_\zeta + \zeta_z w_\zeta)\zeta_x \\ \mu(\zeta_x^2 + \zeta_y^2 + \zeta_z^2)v_\zeta + \frac{\mu}{3}(\zeta_x u_\zeta + \zeta_y v_\zeta + \zeta_z w_\zeta)\zeta_y \\ \mu(\zeta_x^2 + \zeta_y^2 + \zeta_z^2)w_\zeta + \frac{\mu}{3}(\zeta_x u_\zeta + \zeta_y v_\zeta + \zeta_z w_\zeta)\zeta_z \\ \left[ (\zeta_x^2 + \zeta_y^2 + \zeta_z^2) \left\{ \frac{\mu}{2}(u^2 + v^2 + w^2)_\zeta + \kappa P_\zeta^{-1}(\gamma-1)^{-1}(a^2)_\zeta \right\} \right. \\ \left. + \frac{\mu}{3}(\zeta_x u + \zeta_y v + \zeta_z w)(\zeta_x u_\zeta + \zeta_y v_\zeta + \zeta_z w_\zeta) \right] \end{bmatrix}$$

ただし、

- $p$  : 圧力
- $\rho$  : 密度
- $e$  : 全エネルギー

## 3. 計算条件及びスキーム

遠方の流れ場はマッハ数 = 0.84 の一様流とし、迎角 = 3.06、レイノルズ数 =  $1.17 \times 10^7$  の3重衝撃波が生ずるケースを考える。出来るだけ非定常性

を捉えるため如何なる乱流モデルも使用せず、直接シミュレーションを行った。

本来、 $Re = 1.17 \times 10^7$  のような高いレイノルズ数の流れ場を直接シミュレーションする場合、局所的に1方向あたり  $10^4$  程度の格子点が必要と推定される。少なくとも3重衝撃波が崩れない程度の格子点が必要である。そのため、翼表面及び側壁付近に格子点を集中させている。

計算は格子点が $251 \times 61 \times 51$  (ケース1),  $251 \times 131 \times 51$  (ケース2),  $291 \times 221 \times 51$  (ケース3) の3ケースについて行った。基礎方程式において空間差分の陽部分にChakravarthy-OsherタイプのTVDスキーム, 時間積分にDDADI法採用の近似的LU-ADI法<sup>1,2,3)</sup>を用いた。

方程式(1)にLU-ADI法を採用することにより, 次のように分解される。

$$\begin{aligned} & T_{\xi}^{-1} (L_A + M_A) M_A^{-1} (M_A + N_A) (T_{\xi}^{-1} T_{\eta}) \\ & (L_B + M_B) M_B^{-1} (M_B + N_B) (T_{\eta}^{-1} T_{\zeta}) \\ & (L_C + M_C) M_C^{-1} (M_C + N_C) T_{\zeta}^{-1} \Delta \hat{U}^n \\ & = -\Delta t [\hat{E}_{\xi} + \hat{F}_{\eta} + \hat{G}_{\zeta} - Re^{-1} (\delta_{\eta} \hat{S}_1 + \delta_{\zeta} \hat{S}_2)], \end{aligned} \quad (2)$$

$$L_A = -\frac{8}{6} D_{A_{j-1}}^+ + \frac{1}{6} D_{A_{j-2}}^+$$

$$M_A = I + \frac{7}{6} (D_{A_j}^+ - D_{A_j}^-),$$

$$N_A = \frac{8}{6} D_{A_{j+1}}^- - \frac{1}{6} D_{A_{j+2}}^-,$$

$$\hat{D}_A^{\pm} = \frac{\Delta t}{2} (\hat{D}_A \pm |\hat{D}_A|) \pm J^{-1} \epsilon_1 J,$$

$$\hat{D}_A = \text{diag}(a_{\xi}), \quad \hat{D}_B = \text{diag}(b_{\eta}), \quad \hat{D}_C = \text{diag}(c_{\zeta}),$$

$$\hat{A} \equiv \partial \hat{E} / \partial \hat{U}$$

$$\hat{B} \equiv \partial \hat{F} / \partial \hat{U}$$

$$\hat{C} \equiv \partial \hat{G} / \partial \hat{U},$$

ここで,  $a_{\xi}, b_{\eta}, c_{\zeta}$  は各々行列  $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}$  の固有値であり,  $\delta$  は中心差分を表す。

$J$  は中心点のヤコビアンを表す。方程式(2)の右辺にChakravarthy-OsherタイプのTVDスキーム<sup>4,5,7)</sup>を採用し次のように分解される。同じ操作を $\hat{F}_{\eta}$ 及び $\hat{G}_{\zeta}$ についても行う。

$$\hat{E}_{\xi} = \frac{1}{J_{\xi}} (\tilde{E}_{i+1/2, j, k} - \tilde{E}_{i-1/2, j, k}),$$

$$\tilde{E}_{i+1/2, j, k} = h_{i+1/2, j, k} - \frac{(1-\phi)}{4} d\tilde{E}_{i+3/2, j, k} - \frac{(1+\phi)}{4} d\tilde{E}_{i+1/2, j, k} + \frac{(1+\phi)}{4} d\tilde{E}_{i+1/2, j, k}^+ + \frac{(1-\phi)}{4} d\tilde{E}_{i-1/2, j, k}^+,$$

$$d\tilde{E}_{\kappa}^{\pm} = (1/J)_{\kappa, j, k} R_{\kappa, j, k} \lambda_{\kappa, j, k}^{\pm} R_{\kappa, j, k}^{-1} \Delta_{\kappa, j, k} Q, \quad (\kappa = i+1/2)$$

$$d\tilde{E}_{\kappa+1, j, k}^- = (1/J)_{\kappa, j, k} R_{\kappa, j, k} \min\text{mod} [A_{\kappa, j, k}^- R_{\kappa, j, k}^{-1} \Delta_{\kappa+1, j, k} Q, \beta A_{\kappa, j, k}^- R_{\kappa, j, k}^{-1} \Delta_{\kappa, j, k} Q],$$

$$d\tilde{E}_{\kappa, j, k}^- = (1/J)_{\kappa, j, k} R_{\kappa, j, k} \min\text{mod} [A_{\kappa, j, k}^- R_{\kappa, j, k}^{-1} \Delta_{\kappa, j, k} Q, \beta A_{\kappa, j, k}^- R_{\kappa, j, k}^{-1} \Delta_{\kappa+1, j, k} Q],$$

$$d\tilde{E}_{\kappa, j, k}^+ = (1/J)_{\kappa, j, k} R_{\kappa, j, k} \min\text{mod} [A_{\kappa, j, k}^+ R_{\kappa, j, k}^{-1} \Delta_{\kappa, j, k} Q, \beta A_{\kappa, j, k}^+ R_{\kappa, j, k}^{-1} \Delta_{\kappa-1, j, k} Q],$$

$$d\tilde{E}_{\kappa-1, j, k}^+ = (1/J)_{\kappa, j, k} R_{\kappa, j, k} \min\text{mod} [A_{\kappa, j, k}^+ R_{\kappa, j, k}^{-1} \Delta_{\kappa-1, j, k} Q, \beta A_{\kappa, j, k}^+ R_{\kappa, j, k}^{-1} \Delta_{\kappa, j, k} Q],$$

空間的3次精度を得るため $\phi=1/3$ とし人工圧縮パラメータ $\beta=4$ を採用する。このようなスキームを用いて定常解を求める場合, その収束解はTVD条件を満たすものであるが非定常計算においては一般に無条件TVDにはならない。このため, 出来るだけクーラン数を下げて非定常計算を行った。

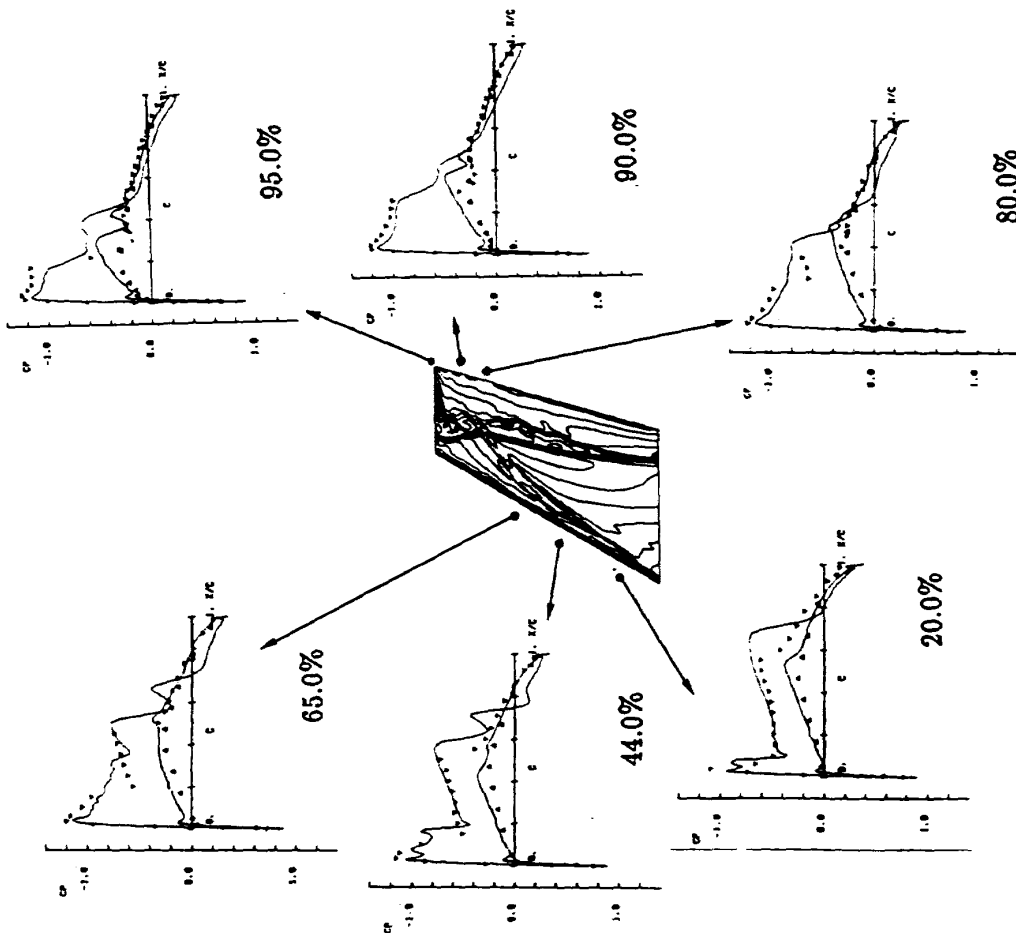
#### 4. 計算結果

初期の計算条件をImpulsive-startとすると, TIME=20あたりで3重衝撃波が形成される。以後この構造は格子点が少ないケース1では次第に3重衝撃波が崩れていく。ケース2においても, いずれ3重衝撃波の崩壊が見られる。このことは,

高レイノルズ数を伴う遷音速の直接シミュレーションを行うにあたり, 格子点が不足していることに起因していると思われる。3重衝撃波が捉えられているTIME=20から, TIME=27のThin-Layer近似によるCP曲線の時間平均と実験値<sup>8)</sup>との比較を図-1(ケース1), 図-2(ケース2)及び図-3(ケース3)に示す。図-4は, ケース3におけるFull Navier-Stokes方程式を用いた計算結果を示している。

図-1, 図-2よりケース1とケース2のCP曲線はスパン方向20%あたりでは殆ど一致しているが, スパン方向44%~95%では, ケース2の方が

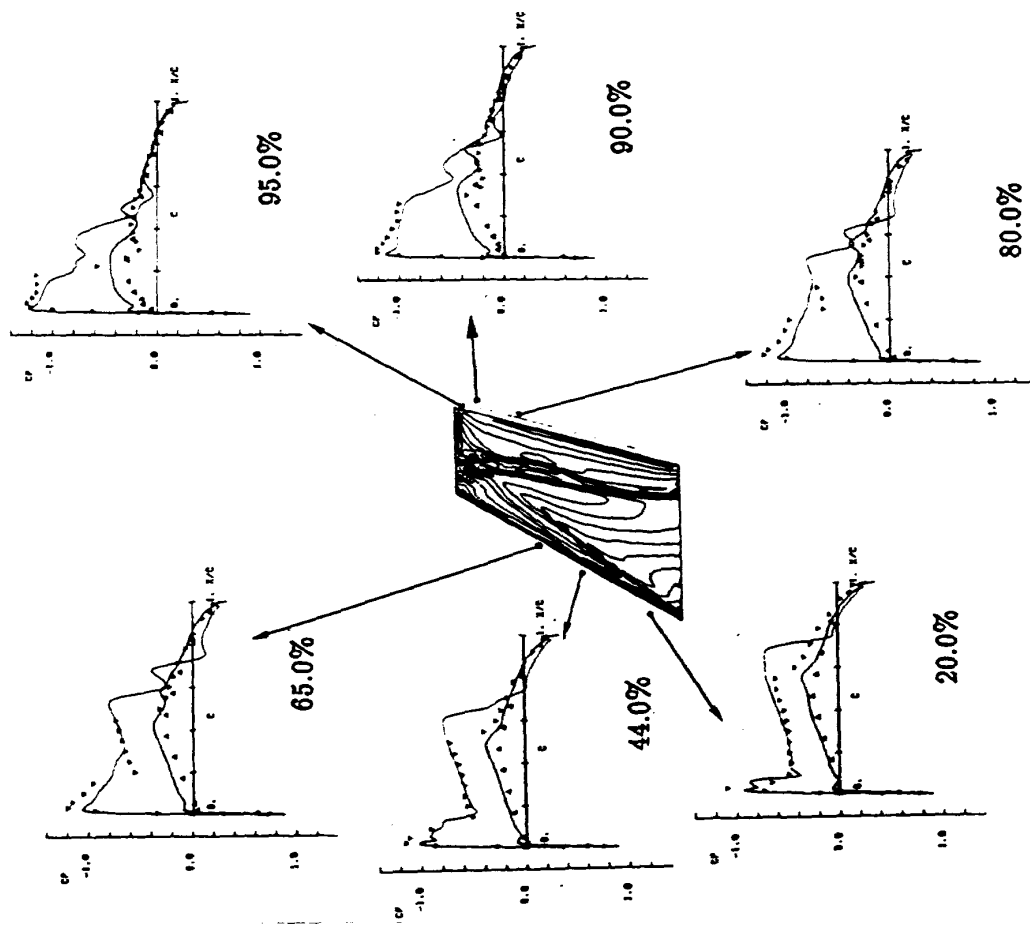
THIN LAYER EQUATIONS



$C_p$  distributions on the wing surface.  
( $M_\infty = 0.84, \alpha = 3.06, Re = 1.17 \times 10^7$ )

図-2 grid points  $251 \times 131 \times 51$

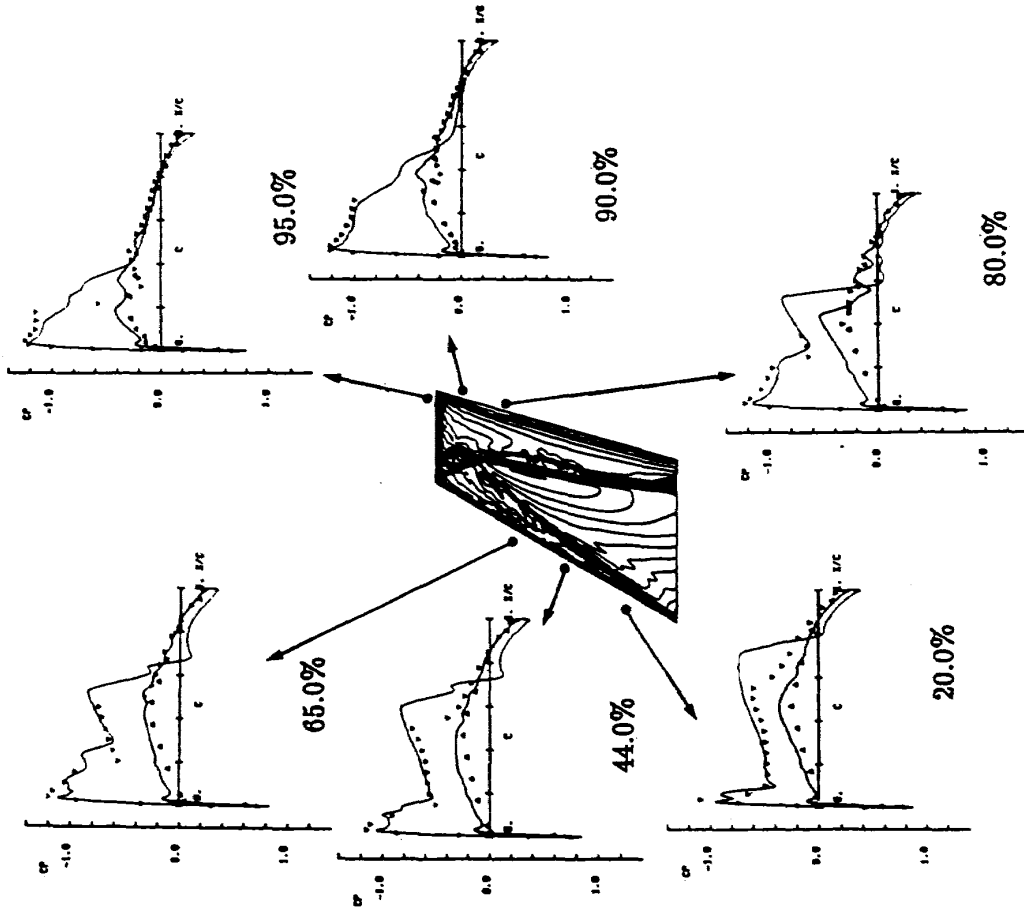
THIN LAYER EQUATIONS



$C_p$  distributions on the wing surface.  
( $M_\infty = 0.84, \alpha = 3.06, Re = 1.17 \times 10^7$ )

図-1 grid points  $251 \times 61 \times 51$

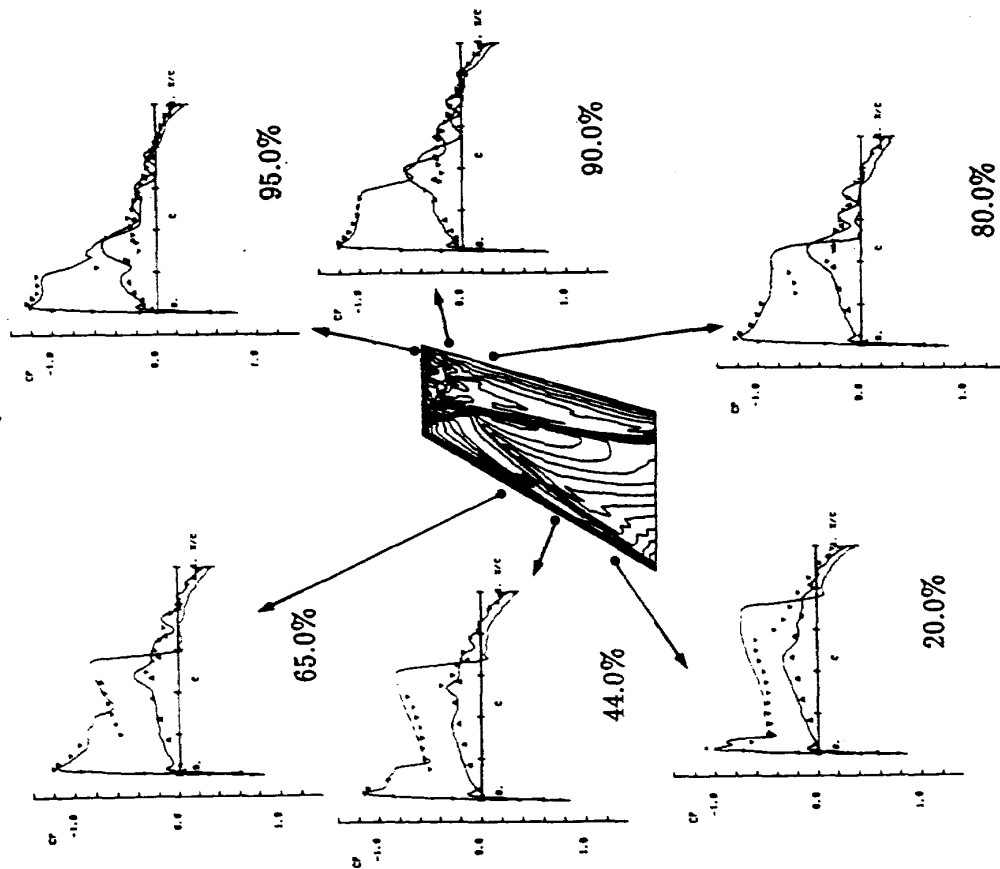
FULL NAVIER STOKES EQUATIONS



$C_p$  distributions on the wing surface.  
 ( $M_\infty = 0.84, \alpha = 3.06, Re = 1.17 \times 10^7$ )

図-4 grid points  $291 \times 221 \times 51$

THIN LAYER EQUATIONS



$C_p$  distributions on the wing surface.  
 ( $M_\infty = 0.84, \alpha = 3.06, Re = 1.17 \times 10^7$ )

図-3 grid points  $291 \times 221 \times 51$

より CP 曲線の振動が少なくしかも格子点が粗いケース 1 と比較して衝撃波の位置がより実験値に近くなっていることがわかる。しかしながら、図-1, 2 共に、後方衝撃波の後に非物理的な圧力の集中が見られる。又、前方衝撃波と後方衝撃波の合流点付近で前方衝撃波が捉えられていないことがわかる。図-2, 3 を比較すると、格子点が多いケース 3 の方が、前縁付近の CP 曲線が実験値とさらに一致していることがわかる。又、後方衝撃波の後に現れていた圧力の集中が消えていることがわかる。

同じ格子を用いた図-3, 4 を比較すると概して、Full Navier-Stokes 方程式を用いた結果の方が翼下面の CP 曲線が滑らかになり実験値に近くなることがわかる。又、スパン 80% あたりで前方衝撃波が捉えられつつあることがわかる。一方、翼前縁付近に限って言えば、本計算では、Thin-Layer 近似を用いた結果の方が良いことがわかる。これについては、人工粘性の入れかたに問題があると推察される。

## 5. ま と め

高いレイノルズ数の流れ場の計算は格子点の数においてかなりの制約を受けることになり、このような流れ場は一般にいろいろな乱流モデルを用いて計算される。今回、いかなる乱流モデルも用いず直接シミュレーションを行い格子点数が結果に及ぼす影響を調べた。格子点数及び時間平均の間隔は十分とはいえないが時間平均をとった場合、格子点の数が多いほど乱流モデルを用いた結果及び実験値に近くなるようである。特に、衝撃波同士の干渉、衝撃波と乱流境界層との干渉などが含まれる流れ場では、翼に対して垂直方向のみならず他の方向に対しても、さらに、境界層以外の領域内にも格子点を増やすことが結果に大きな影響を及ぼすことが認められた。

## 参 考 文 献

- 1) K. Fujii and S. Obayashi, "Practical Applications of New LU-ADI Scheme for the Three-Dimensional Navier-Stokes Computations of Transonic Flows," AIAA Paper 86-0513, (Reno, Nevada, 1986).
- 2) K. Fujii and S. Obayashi, "Navier-Stokes Simulation of Transonic Flow over Wing Fuselage Combinations", AIAA PAPER 86-1831, (SAN DIEGO, CALIFORNIA, 1986).
- 3) S. Obayashi and K. Kuwahara, "Navier-Stokes Simulation of Side Wall Effect of Two-Dimensional Transonic Wind Tunnel", AIAA Paper 87-0037, (Reno, Nevada, 1987).
- 4) Y. Takakura, T. Ishiguro and S. Ogawa, "On the Recent Difference Scheme for the Three-Dimensional Euler Equations", AIAA Paper 87-1151.
- 5) S.R. Chakravarthy and S. Osher, "A New Class of High Accuracy TVD Schemes for Hyperbolic Conservation Laws", AIAA Paper 85-0363.
- 6) T.H. Pulliam and J.L. Steger, "Recent Improvements in Efficiency, Accuracy, and Convergence for Implicit Approximate Factorization Algorithm", AIAA Paper 85-0360.
- 7) P.L. Roe, "Approximate Riemann Solvers, Parameter Vectors, and Difference Schemes", J. Comp. Phys. 43 (1981) 357-372.
- 8) V. Schmitt and F. Chapin, "Pressure Distributions on ONERA-M6-WING at Transonic Mach Numbers", AGARD AR-138-81, (1979).