

## 加速ノズル内気泡流の数値解析

石井隆次\* 梅田吉邦\*  
森岡茂樹\* 八田夏夫\*\*

### Numerical Analysis of Bubbly Liquid in Convergent-Divergent Nozzle

by

Ryuji ISHII, Yoshikuni UMEDA and Shigeki MORIOKA

*Department of Aeronautics*

*Kyoto University*

Natsuo HATTA

*Department of Mineral Science and Technology*

*Kyoto University*

#### ABSTRACT

Flow of bubbly liquid in divergent-convergent nozzle is investigated numerically. First a steady flow is obtained and then small pressure fluctuations are imposed on the flow at the nozzle inlet. It is found that the voidage waves are induced by the applied pressure fluctuations. They propagate downstream through the nozzle with the same velocity as that of the bubbles. Theoretically, voidage waves are expected to be amplified and the flow becomes unstable in the throat region where the velocity slip between the liquid and the gas bubbles is present. Numerically, however, the unstable behavior of the voidage wave was not found at least in the present numerical simulations. This might come from the fact that the artificial viscosity involved in the numerical scheme tends to suppress the amplification of unstable waves.

#### 1. はじめに

液体中に多数の微小気泡を含む液体の流れは「気泡流」と呼ばれ、さまざまな工学の分野で利用されている。しかしこの気泡流の流体力学的取扱いは必ずしも容易ではない。これまでに気泡流に対して多くのモデル方程式が提案されてきたが、気泡流中で起こる複雑な現象を十分に解明するには至っていない。本研究では、従来のモデル方程式を数値的に解き、実験結果との詳細な比較により、モデル方程式の評価を行い、さらに、より一般的で有効なモデル方程式の開発を目指す。

#### 2. 基礎方程式

モデル方程式を評価する最も有効な方法の一つは、気泡流中で起こる不安定現象に着目することであろう。そのため、ここではまず気泡と液体の速度の間にスリップが存在するときに現れるボイド波の不安定現象を数値的に調べることにする。まず簡単のために準一次元流を考える。モデル方程式としては、現在広く使用されているウィンハルテン<sup>1)</sup>の式を用いる。

$$\frac{\partial}{\partial t}(1-\alpha)A + \frac{\partial}{\partial x}(1-\alpha)uA = 0, \quad (1)$$

$$(1-\alpha)\left(\frac{\partial}{\partial t} + u\frac{\partial}{\partial x}\right)u = -\frac{\partial p}{\partial x} + (1-\alpha)\Gamma \quad (2)$$

\* 京都大学工学部航空工学科

\*\* 京都大学工学部資源工学科

$$\frac{\partial}{\partial t} (\alpha \rho_g A) + \frac{\partial}{\partial x} (\alpha \rho_g u_g A) = 0 \quad (3)$$

$$p_g - p = k^2 \left[ R \frac{d^2 R}{dt^2} + \frac{3}{2} \left( \frac{dR}{dt} \right)^2 \right] + \frac{4}{R_e R} \frac{dR}{dt} \quad (4)$$

$$\frac{d}{dt} [R^3 (u_g - u)] = -2R^3 \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{18}{R_e k^2} R (u_g - u) \quad (5)$$

$$\rho_g R^3 = 1, \quad (6)$$

$$\frac{p_g}{\rho_g} = \gamma \text{ (const)} \quad (7)$$

$$(d/dt = \partial/\partial t + u_g \partial/\partial x)$$

ここでは気体相は圧縮性であるが、液体(水)相は非圧縮性と仮定されている。 $\alpha$ は気体の体積比率(ボイド率)、 $R$ は気泡の半径、添字 $g$ は気体を表している。簡単のため気泡は球形とし、その半径 $R$ は局所的に一様とする。式(1)、(2)は液体相に対する連続の式及び運動方程式であり、(3)、(4)、(5)は気泡に対する連続の式、膨張・収縮及び並進運動の式である。なお上の式中のパラメータは次の様に定義されている。

$$k = \bar{R}_0 / \bar{L}_t, \quad R_e = \bar{\rho} \bar{U}_0 \bar{L}_t / \bar{\mu}, \quad \gamma = \bar{p}_{g0} / \bar{\rho} \bar{U}_0^2, \\ \Gamma = \bar{g} \bar{L}_t / \bar{U}_0 \quad (\Gamma^{-1} = \text{Froude number}) \quad (8)$$

ここに $L_t, g$ はノズルのスロート径及び重力の加速度、 $R_0, U_0$ は貯気槽における気泡の半径及び流れの代表速度である。また(-)は有次元量を表す。

### 3. 計算方法

具体的な計算は以下の手順で行った。

- (1) 速度スベリがない ( $u = u_g$ ) という仮定のもとに、定常解をニュートン・ラプソン法により求める。
- (2) (1)で得られた解を初期条件として、非平衡流れ ( $u \neq u_g$ ) の定常解を求める。
- (3) さらに、(2)の解を初期条件にして周期的変動解を求める。この場合、ノズル入口で混合体の

圧力 $p$ にのみ、周期的変動

$$\Delta p = 0.04 \times \sin(2\pi t/T) \quad (9)$$

を与える。 $T$ は周期である。(2)、(3)では方程式(1)~(7)をマコーマック法で解く。

なお、方程式(1)~(7)は全体(混相流)としては圧縮性を有しており、通常の気体のノズル流れの場合と同じように、流れの閉塞現象が起こる。従ってここでは閉塞が起こった流れを超音速流れ、そうでない流れを亜音速流れと呼ぶ。

境界条件としては、ノズル入口では物理量 $u, u_g, \alpha, \rho_g, p$ を与える。ノズル出口では、超音速流れでは単純外挿、亜音速流れでは圧力 $p$ を固定し、それ以外は単純外挿で与える。

### 4. 計算結果

図-1は計算に用いたノズル形状を、表-1は物理定数を示している。

図-2は非平衡の定常解を示している。非平衡解ではスロート近傍に気泡と液体の速度の間にスベリが生じていることがわかる。

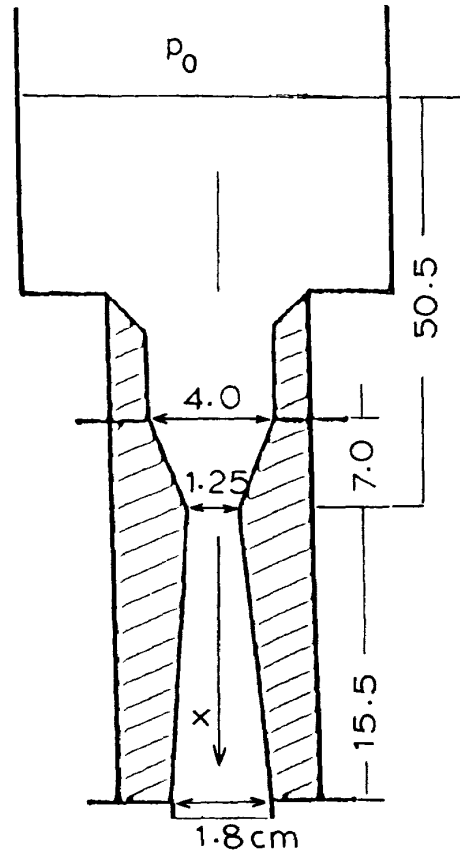


図-1 2次元ノズル。  
スロート断面積:  $1.25 \times 1.5 \text{ cm}^2$

図-3から図-6はノズル入口で圧力に周期変動を与えた場合の、圧力とボイド率のノズル軸に沿う分布の時間履歴を示す。図-5, 6の結果は局所的時間平均値で規格化されている。

### 5. 結 論

得られた結果の中で最も特徴的なことは、ノズル入口で与えた圧力変動により、ボイド率の変動(ボイド波)が誘起され、圧力波と異なる速度(気泡の速度)で伝搬することである。理論的には、このボイド波は速度スリップが存在するノズ

ル・スロート近傍で不安定に成り得ることが予測されているが<sup>2)</sup>、本計算では人為的に与えた圧力変動の周波数によらず、はっきりとした不安定現象は確認されなかった。しかし、誘起されるボイド波の強さは圧力変動の周波数に強く依存することが明らかになった。

表-1

貯気槽条件	
$\bar{p}_0 = 1.013 \times 10^5 \text{ Pa},$	$\bar{\rho}_{g0} = 1.25 \text{ kg/m}^3,$
$\bar{R}_0 = 1.0 \times 10^{-3} \text{ m},$	$\alpha_0 = 0.3$
基準速度および長さ	
$\bar{U}_0 = 10 \text{ m/s},$	
$\bar{L}_l = 1.25 \times 10^{-2} \text{ m}$	
物理定数	
$\bar{\rho} = 1.0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3,$	$\bar{g} = 9.8 \text{ m/s}^2,$
$\bar{\mu} = 1.002 \times 10^{-3} \text{ kg/(m.s)},$	

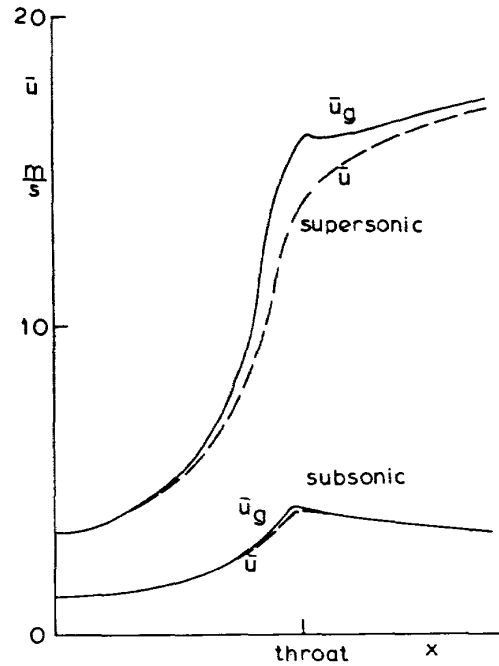


図-2 非平衡流れのノズル軸に沿う流速分布  $u_g$ は気泡の速度,  $u$ は液体相の速度

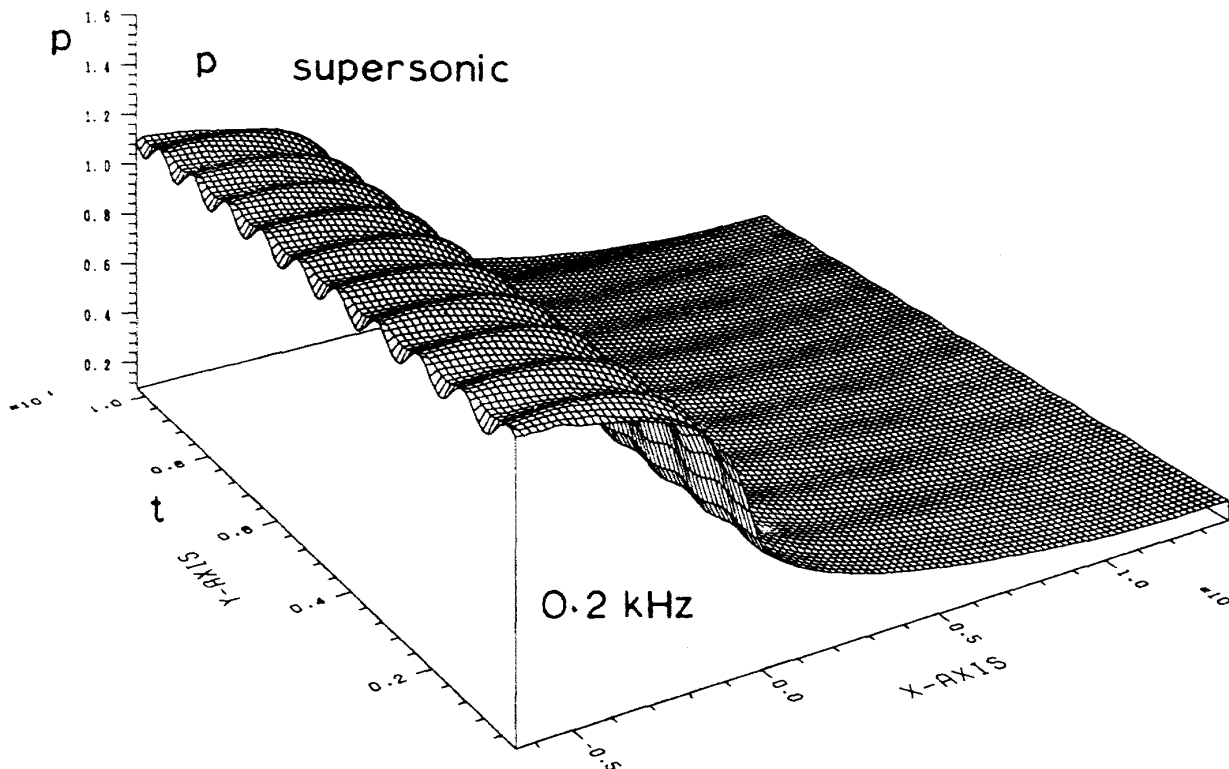


図-3 ノズル軸に沿う圧力分布の時間変動

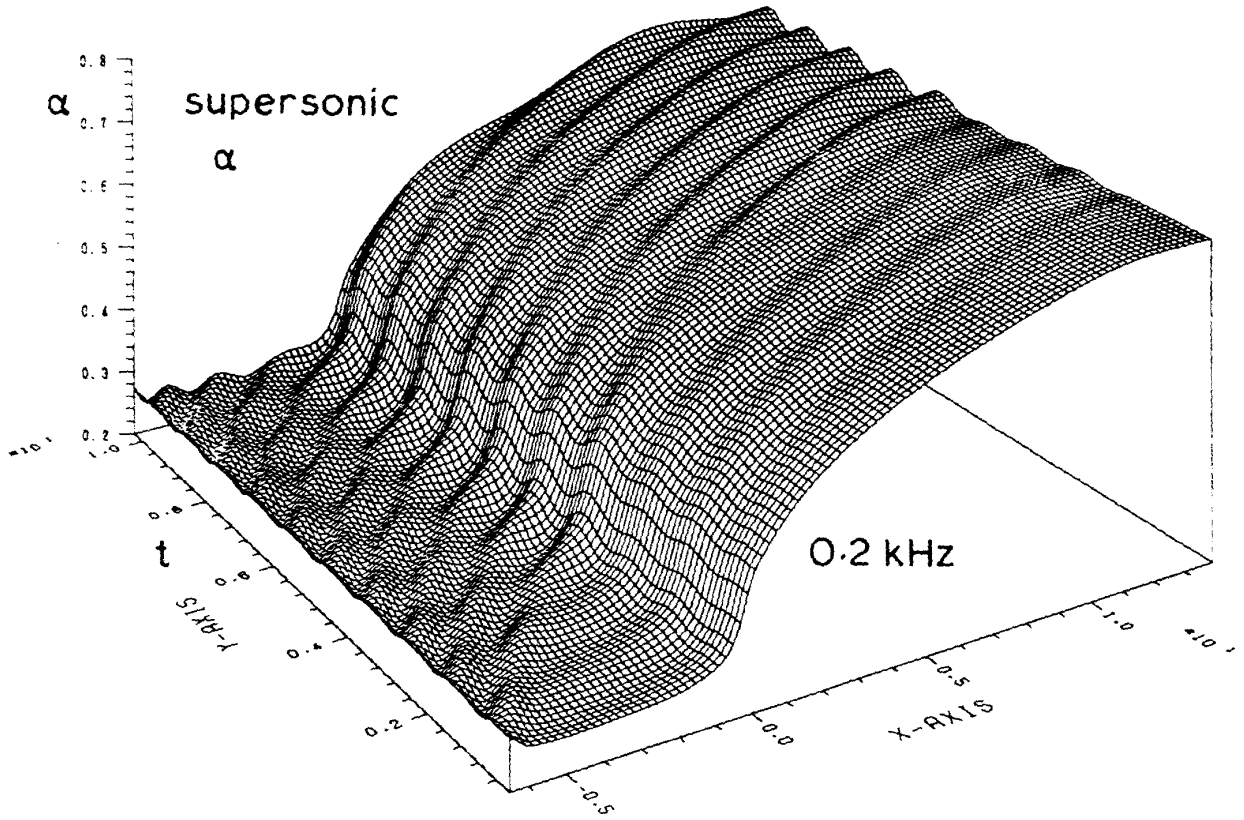


図-4 ノズル軸に沿うボイド率分布の時間変動

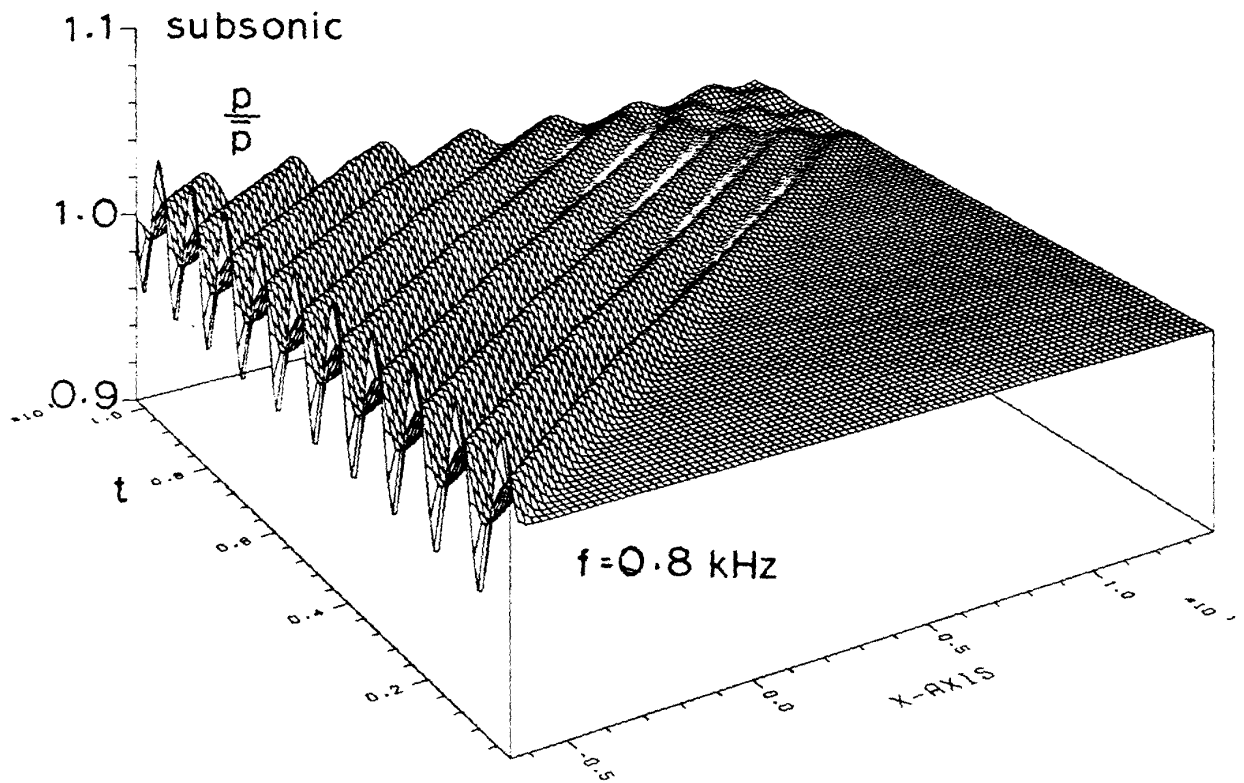


図-5 ノズル軸に沿う圧力分布の時間変動

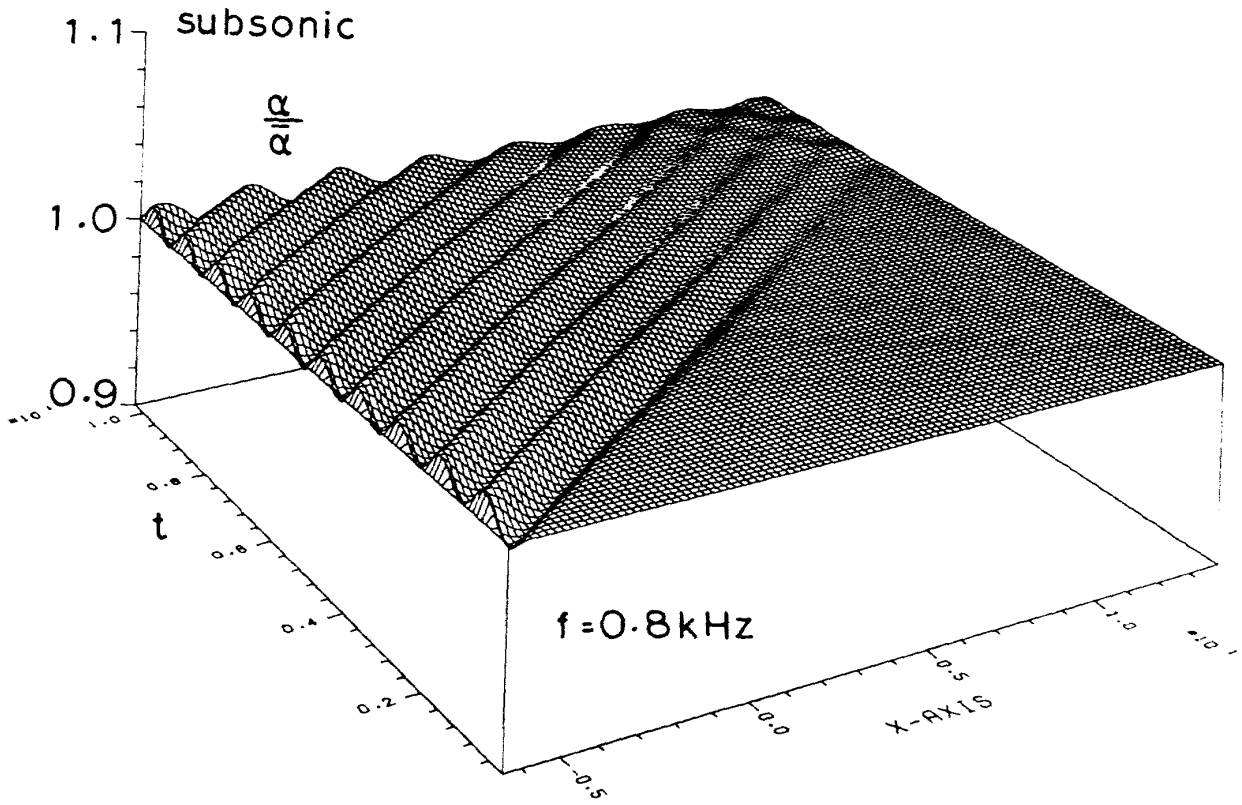


図-6 ノズル軸に沿うボイド率分布の時間変動

参 考 文 献

1) van Wijngaarden, L.: "On the Equations of Motion for Mixtures of Liquid and Gas Bubbles", J. Fluid Mech. 33, 465, 1968.

2) Toma, T., Yoshino, K. and Morioka, S.: "Fluctuation Characteristics of Bubbly Liquid Flow in Converging-Diverging Nozzle", Fluid Dynamic Research, Vol. 2, No. 4, 217, 1988.

