

助走区間を含めた矩形曲り管内の流れの数値解析

山田 仁* 石垣 博* 望月 宗和*

Numerical Treatment of Laminar Flow in Curved Rectangular Channels with Entrance Region

by

Hitoshi YAMADA, Hiroshi ISHIGAKI and Munekazu MOCHIZUKI
National Aerospace Laboratory
Kanada Research Center

ABSTRACT

Developing laminar fluid flow in a curved square duct is studied numerically by using finite difference method. A power law scheme, the control volume method is used inside the computational domain.

In this study, Dean number, which is based upon the inlet bulk velocity, curvature ratio is from 100 to 500, and an aspect ratio of the duct is 1.0 and the curvature ratio is 10.0.

Developing flow has a one-pair vortex secondary flow with Dean number 100, but in the case of Dean number 500, it has a two-pair vortex flow pattern at higher degree regions than 65 degrees from the duct inlet, which is caused by centrifugal force instability.

Experimental data of Hille et al., is compared with the computer calculations and it has a good agreement with experimental results, except the inlet and the outlet region of the curved duct. This reason is considered that our inlet velocity is different from the experiment and we assume that the duct flow has a symmetric characteristics. However, Hill's flow has an asymmetric vortex pattern near the duct outlet regions.

1. 緒 言

曲りをもち助走区間を含む矩形管の層流流れの数値解析については従来行われてきている(例えば(1), (2), (3))。しかし遠心不安定による渦の生成についてはそれぞれの研究結果についての定性的な比較⁴⁾がなされているのが現状と考えられる。特にディーン数が渦対の発生に及ぼす影響については、ディーン数のある範囲のみで遠心不安定による渦対が存在するとし、それに反する研究結果⁵⁾については単に曲率半径の影響との理由付

け⁴⁾がなされている。またその計算精度に疑問がもたれる場合もある。

著者らはディーン数が550までの範囲では十分な精度を有していると考えられる矩形曲り管の完全発達非圧縮層流流れの解析について報告しているが⁶⁾、本報告ではそれに引き続き助走区間を含む矩形曲り管の解析結果について報告する。

また従来の実験結果⁴⁾と比較検討するものである。

2. 記 号

a ; 矩形曲り管の幅

AR ; アスペクト比 (b/a)

* 航空宇宙技術研究所・角田支所

- b ; 矩形曲り管の高さ
 D_h ; 水力直径 ($2ab/(a+b)$)
 K ; デーン数 ($Re\sqrt{(a/R_c)}$)
 P ; 圧力
 R_c ; 曲り矩形管の曲率半径
 Re ; レイノルズ数 ($V D_h/\nu$)
 r ; 座標の方向
 V ; 速度
 Z ; 座標の方向
 θ ; 座標の方向
 λ ; 曲り矩形管の曲率半径比 (R_c/a)

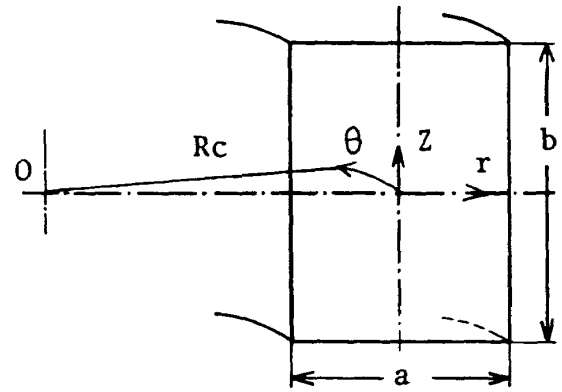


図1 曲り矩形管に用いた座標系 (θ, r, Z)

3. 基礎方程式と数値解析

図1に本報告で対象とした矩形曲り管を示す。流れの主流方向は図中の θ 方向、幅方向を r 、高さ方向を Z とする。それぞれの速度成分を V_θ , V_r , V_z とすると矩形曲り管内の基礎方程式は、円柱座標を用いて次のようになる。

連続式

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r v_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0, \quad (1)$$

運動量式

$$\rho \left[v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} - \frac{v_\theta^2}{r} \right] = -\frac{\partial p}{\partial r} + \mu \left[\nabla^2 v_r - \frac{v_r}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} \right], \quad (2)$$

$$\rho \left[v_r \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + v_z \frac{\partial v_\theta}{\partial z} + \frac{v_r v_\theta}{r} \right] = -\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \mu \left[\nabla^2 v_\theta - \frac{v_\theta}{r^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} \right], \quad (3)$$

$$\rho \left[v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_z}{\partial \theta} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \right] = -\frac{\partial p}{\partial z} + \mu \nabla^2 v_z, \quad (4)$$

ここで

$$\nabla^2 = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}, \quad (5)$$

解析は図1に示すように $r \rightarrow R_c + r$ におきかえた座標系で行う。但しここでは曲率半径比が大きいという仮定は入らない。

境界条件は次式で示される。

壁面上

$$v_r = v_\theta = v_z = 0$$

対称面 ($Z=0$) で

$$\frac{\partial v_r}{\partial z} = \frac{\partial v_\theta}{\partial z} = v_z = 0$$

数値計算プログラムは Patanker⁷⁾ の著書を参考にしたものである。格子数は主流方向に30個、縦方向に14個、幅方向に18個とした。対流・拡散項にはベキ乗スキームを用い、離散化はコントロールボリューム法、圧力補正にはSIMPLE法を用いた。

なお以下の計算は矩形断面で流れは上下対称として、上半面についてのみ行ったものである。

4. 計算結果と考察

4.1 直管での予備計算

曲り管の計算の予備計算として、プログラムの検証の意味で層流の直管について計算を行った。正方形ダクト内の流れの速度分布と圧力降下分布を実験値^{8) 9)}と共に図2および図3に示す。計算値と実験値はほぼ一致しており、この範囲ではプログラムは妥当と考えられる。

4.2 流れのパターン

本報告ではデーン数が小さい場合と大きい場合の例として100および500の場合について計算を行った。アスペクト比が1.0、曲率半径比が10.0の場合の矩形曲り管の上半面について、主流の等速度線と二次流れのベクトル線図をそれぞれ図4、図5に示す。ただし入口速度は一様流として計算

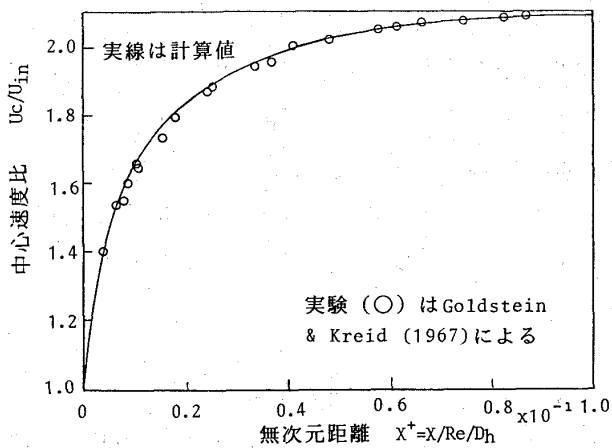


図2 正方形ダクト内の中心速度の変化

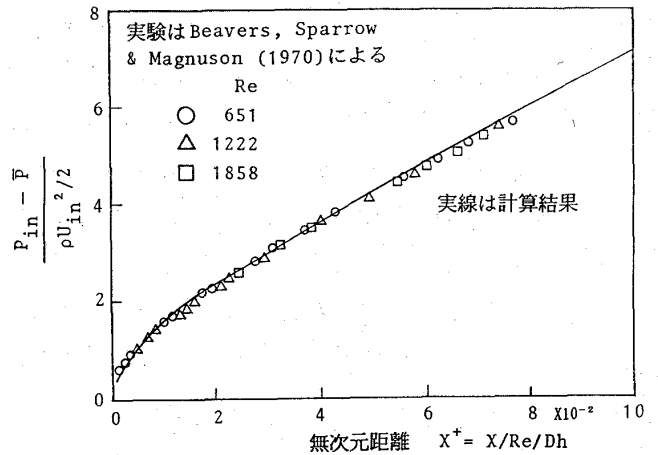


図3 正方形ダクト内層流の圧力降下

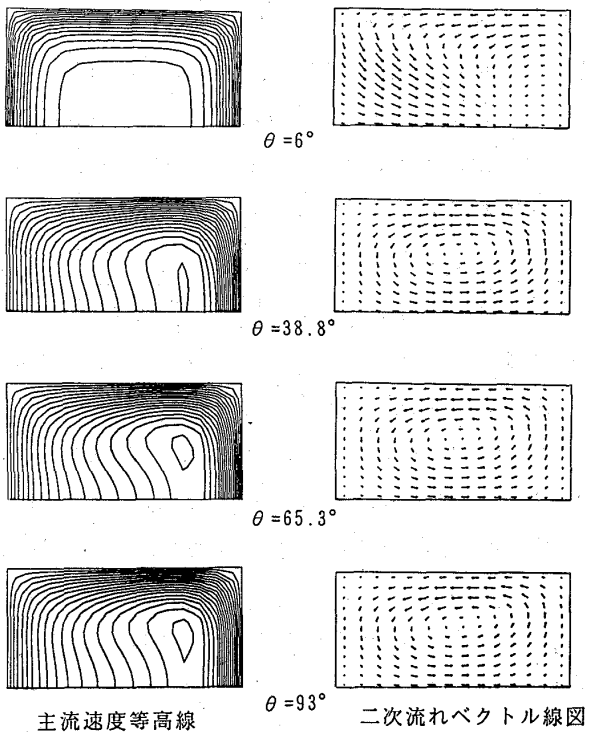


図4 曲り矩形管のフローパターンの変化 (上半面)

但し ディーン数 100
 曲率半径比 10.0
 アスペクト比 1.0

した。

ディーン数が小さい場合、図4の等速度分布にみられるように、曲りの影響により流れの最大速度は外側壁方向におしつけられる。また二次流れのベクトル線図より上下壁の影響による二次流れ渦が、ただちにあらわれることがわかる。ディーン数が小さい場合、後述の水平面速度分布で示すように曲り角度が約90度以降で完全発達流になっ

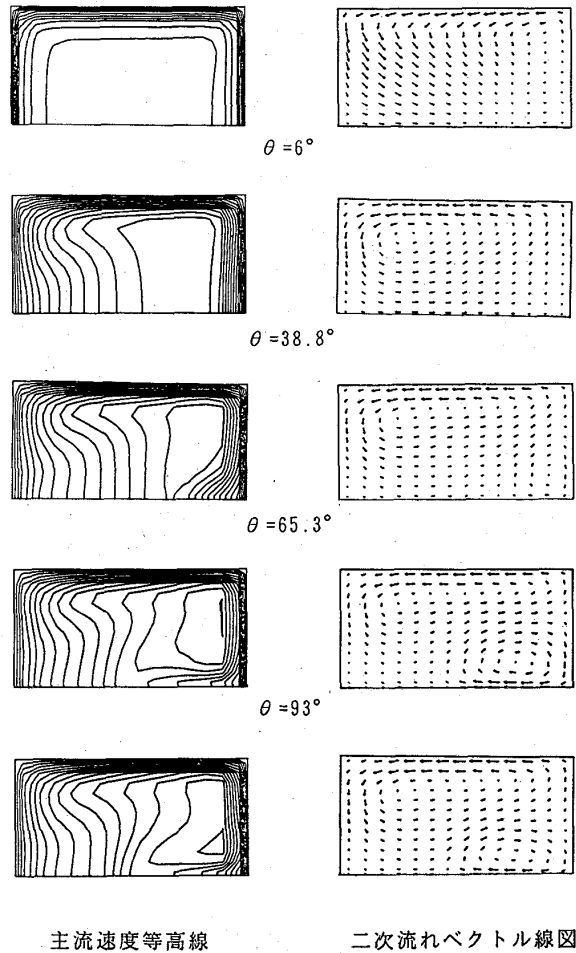


図5 曲り矩形管のフローパターンの変化 (上半面)

但し ディーン数 500
 曲率半径比 10.0
 アスペクト比 1.0

ていくものと考えられる。図5のディーン数が大きい場合は、ベクトル線図で示されるように曲り角度が63度以前で1対2個の渦が存在しているが

それ以降では遠心不安定により外側壁面の対称面近くにさらに渦が発生し、矩形管全面では2対4個の渦を持つ流れとなる。この場合、対称面近くで外側壁から内側に向う流れが、主流等速度分布にみられる。本報告で計算した範囲では2対4個の渦は一度生成したら消滅することがなかった。

図6および図7に水平対称面における主流速度分布を示す。ディーン数100では、曲り角度が30度で最大速度は流路幅方向の80%付近に位置する。曲り角度が大きくなって、その最大速度の大きさおよび場所はあまり変化しない。ディーン数が500の場合は、最初最大速度は外側壁近くにある。

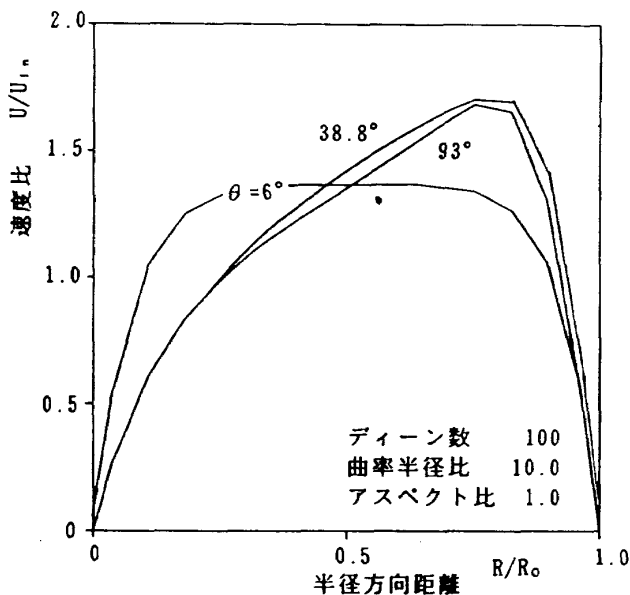


図6 水平面 ($Z=0$) における主流速度分布

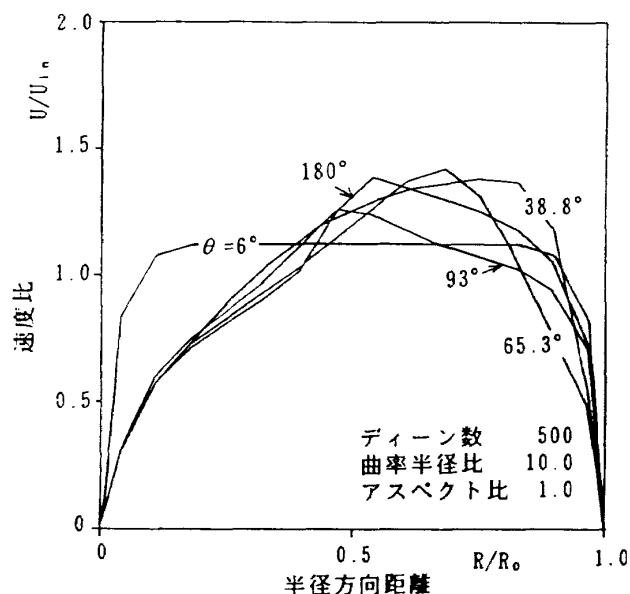


図7 水平面 ($Z=0$) における主流速度分布

曲り角度が大きくなるにつれて遠心不安定により最大速度は外側壁から離れはじめ、矩形管流路幅の中央方向に移動する。本報告ではこれ以降の曲り角度での計算は行わなかったが、最大速度の変化よりディーン数500ではさらに流れは変化し、より下流で完全発達流になっていくものと考えられる。

4.3 実験値と計算値の比較

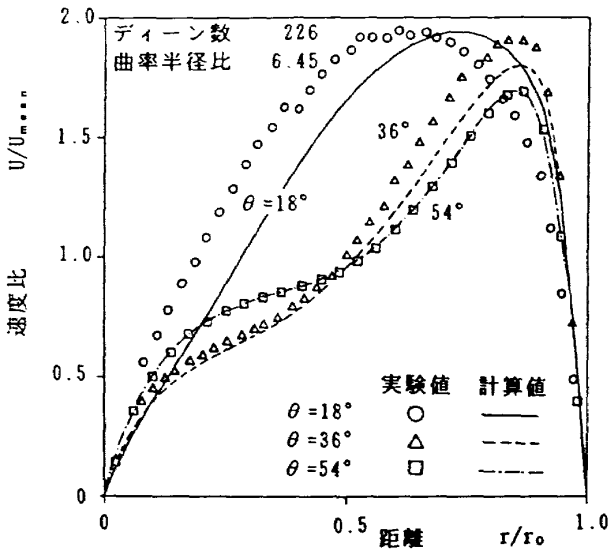
図8(A), (B), (C)にディーン数が226、曲率半径が6.45、アスペクト比1.0の条件におけるHille等⁴⁾の実験と本報告の計算との比較を示す。但し実験での入口速度が明瞭ではないため、計算では放物型の入口速度分布¹⁰⁾を仮定した。図8(A)に示されるように曲り角度18度の入口付近では実験での最大速度は流路幅中央部に位置しているが、計算では流路幅の約75%の外側壁寄りに位置している。これは入口速度が実験値と異なっていることによるものと考えられる。曲り角度が36度から54度では内側壁から速度がいったん上昇し、流路中央部で速度の変曲点を通してまた速度が増加していくが、計算でもこれは良く示される。図8(B)に示されるように曲り角度が増加するにつれて最大速度は流路幅中央方向にわずかに移動するが、最大速度の大きさそのものはあまり変化しない。曲り角度54度から126度までは計算値と実験値は良好な一致を示す。次に図8(C)に示すように、さらに下流方向に進むにつれて、実験値は外側壁近くにとどまっているが、計算では流路中央方向に移動していく。

このように出口近くでは、実験値と計算値がずれてくる。この差は実験では矩形管全面で2対4個の渦は非対称となっているが、計算では矩形管断面で流れは上下対称としているので、その影響があらわれているものと考えられる。

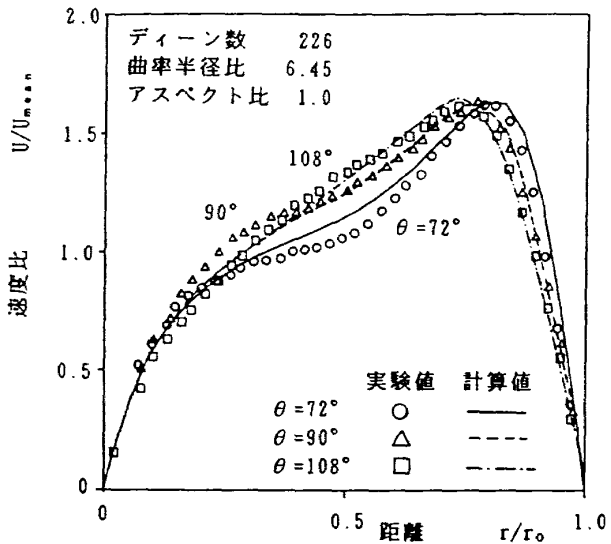
5. 結 論

助走区間を含む矩形管の層流の現在まで得られた計算結果について述べた。得られた結果を要約すると以下ようになる。

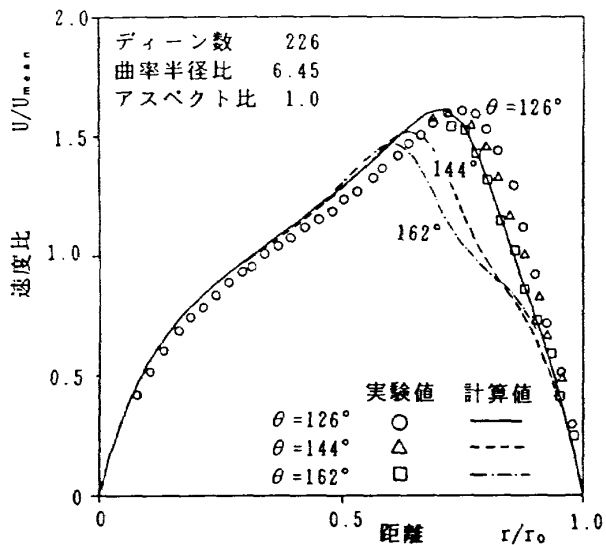
- (1) ディーン数500で曲り角度の増加とともに、



(A) $\theta = 18^\circ \sim 54^\circ$



(B) $\theta = 72^\circ \sim 108^\circ$



(C) $\theta = 126^\circ \sim 162^\circ$

図8 水平面 ($Z=0$) における主流速度分布の実験値と計算値の比較

遠心不安定による2対4個の渦を得た。これは文献4)に示された、ディーン数が300以上では2対4個の渦は発生しないという結果と異なる。このため大型計算機を用いてより詳細な検討を行う予定である。

(2) 実験値と計算結果とを比較して、入口、出口部を除いて良い一致を得た。

6. 参考文献

- 1) Humphrey, J.A.C., Taylor, M.K. & Whitelaw, J. H. ; 1977, J. Fluid Mech., 83, 509-527
- 2) 秋山他5名 ; 機論47巻442号(昭和56), 1960
- 3) Soh, W. Y. ; 1988, J. Fluid Mech., 337-341
- 4) Hille, P., Vehrenkamp, R. & Shulz-DuBois, E. O. ; 1985, J. Fluid Mech., 151, 219-241
- 5) Humphrey, J.A.C., Chang, S.M. & Modavi, A. ; 1982, LBL Rep. 14844
- 6) 山田, 石垣, 望月 ; 1989, 航技研特別資料 SP-10
- 7) Patanker, S. V. ; "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", McGraw-Hill 1980
- 8) Goldstein, R. H. & Kreid, D. K. ; 1967 Journal of Applied Mechanics, Trans. ASME, 813-818
- 9) Beaves, G. S., Sparrow, E. M. & Magnuson, R. A. ; 1970, Int. J. Heat Mass Transfer, 13, 689-702
- 10) Sha, R. K. & London, A. L. ; "Laminar Flow Forced Convection in Ducts", Academic Press, 1978

