

# 曲がり二重円管内の流れと熱伝達

望月 宗和\* 石垣 博\*

## Flow and Heat Transfer in a Curved Annular Pipe

by

Munekazu MOCHIZUKI and Hiroshi ISHIGAKI

National Aerospace Laboratory

Kakuda Research Center

### ABSTRACT

Navier-Stokes computations are reported for the laminar flow in a curved annular pipe. Predictions are presented of flow and heat transfer in the fully developed regions. Changes of Friction factor, flow pattern, Nusselt number and temperature field due to Dean number are discussed.

### 1. ま え が き

二重円管は熱交換器などで広く使われており、直管に対しては流れや熱伝達の特徴はよく調べられている<sup>1)</sup>。しかし曲がり部をもつ二重円管内流れの研究論文はきわめて少なく、著者らの調査では後述の3編があるのみである。装置に対する小型化の要求が強くなると曲がり部を多用することになるので、曲がり二重円管内の流れや熱伝達の特徴を明らかにすることは重要である。

Kapurら<sup>2)</sup>およびTopakoglu<sup>3)</sup>は特性パラメーターであるDean数が小さい場合の曲がり二重円管内流れを理論的に調べ、二次流線の概略図を与えている。その結果はこれら2文献で異なり、Kapurらの与えた二次流線は単一曲がり管と同様の1対2個の渦運動であるのに対し、Topakogluは2対4個の渦運動を図示している。また最近Garimellaら<sup>4)</sup>は二重コイル管の熱伝達率を測定し、層流域および遷移域のヌセルト数を求めているが、流れの様相や温度分布などは全く分からない。

本研究の目的は、このような事情をふまえて、曲がり二重円管内の流れと熱伝達率の特性を数値解析により明らかにしようとしたものである。著者らは断面が円形<sup>5)</sup>と矩形<sup>6)</sup>の曲がり管について数値解析を行い、管摩擦係数や熱伝達、二次流れと遠心不安定による渦の発生などについて議論した。また同じ計算プログラムを用いて行った曲がり二重円管内の、速度場を主とする解析結果についてもすでに報告した<sup>7)</sup>。ここでは熱伝達も含めた議論を行う。

### 2. 基礎方程式と数値解法

図1に示すように同軸二重円管は内半径が $r_1$ 、外半径が $r_0$ であるとし、曲がりの曲率半径を $R$ として、 $R \gg r_0$ 、すなわち曲がりがゆるやかであると仮定する。座標は図1に示すようなトロイダル座標形 $(r, \theta, z)$ をとり、速度成分を $(u, v, w)$ とする。管内の流れが定常、非圧縮層流であり、かつ流れ場と温度場が完全に発達しているとすれば、連続式、Navier-Stokes式およびエネルギー式は次のようになる。

$$u \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} - \frac{v^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{w^2}{R} \cos \theta$$

\* 航空宇宙技術研究所・角田支所

$$+\nu\left(\nabla^2 u - \frac{u}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v}{\partial \theta}\right) \quad (1)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v \partial v}{r \partial \theta} + \frac{uv}{r} = -\frac{1}{\rho r} \frac{\partial p}{\partial \theta} - \frac{w^2}{R} \sin \theta$$

$$+\nu\left(\nabla^2 v + \frac{2}{r^2} \frac{\partial u}{\partial \theta} - \frac{v}{r^2}\right) \quad (2)$$

$$u \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{v \partial w}{r \partial \theta} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial z} + \nu \nabla^2 w \quad (3)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{v \partial T}{r \partial \theta} = \alpha \nabla^2 T - w \frac{\partial T}{\partial z} \quad (4)$$

ここに

$$\nabla^2 \equiv \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}$$

連続式は

$$\frac{\partial}{\partial r}(ru) + \frac{\partial}{\partial \theta}(v) = 0 \quad (5)$$

計算プログラムは、著者らの曲がり管、回転管内

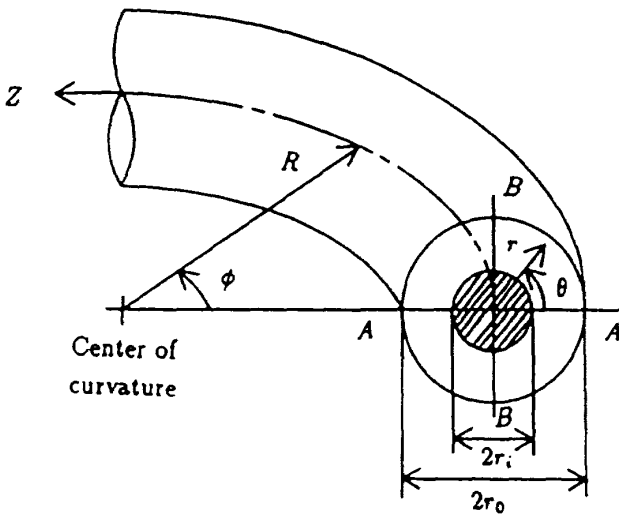


図1 トロイダル座標系

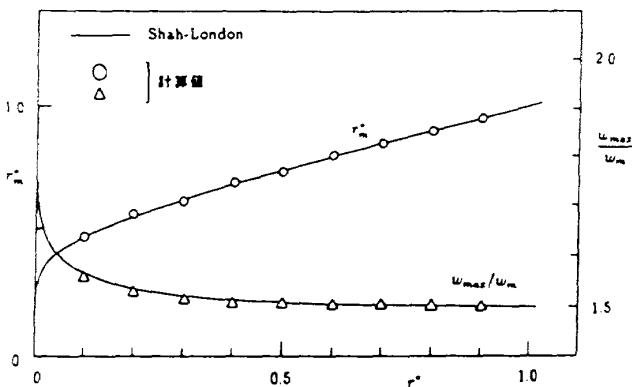


図2 直二重円管層流の最大速度とその半径位置

流れの研究に共通して用いるものである。すなわち、式(1)~(5)をコントロールボリューム法により離散化し、スタガード格子、対流・拡散項にはべき乗スキーム、圧力補正にはSIMPLE法を用いている<sup>8)</sup>。はじめに周期境界条件を与えて全断面を計算し、対称性を確認した後、 $\theta=0, \pi$ に対称条件を与えて半断面を $30 \times 30$ の格子点数で計算した。

### 3. 直二重円管の計算結果

計算精度を確認するために、半径比  $r^* = r_i/r_o$  を0.1~0.9の範囲でまっすぐな二重円管内層流を計算し、Shah-London<sup>1)</sup>の与えている値と比較した。その結果として図2~図4に示されているとおり、図2最大速度とその半径位置、図3管摩擦係数 $f$ 、

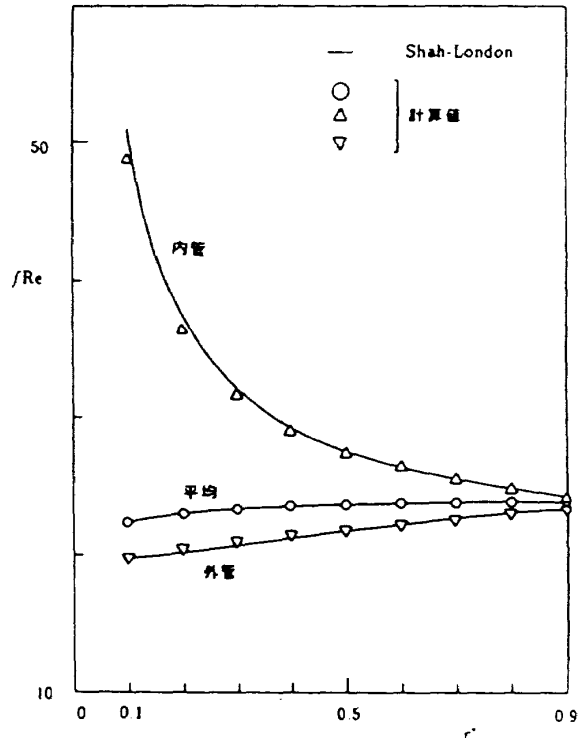


図3 直二重円管内層流管摩擦係数

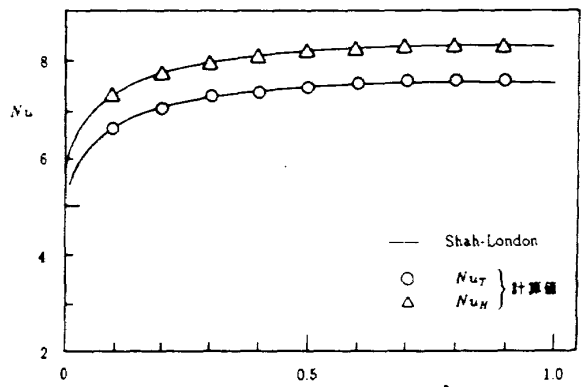


図4 直二重円管のヌセルト数

図4 平均ヌセルト数  $N_{uT}$  (壁温一定条件) と  $N_{uH}$  (壁熱流速一定条件) などがShah-Londonの与えている値と一致していることを確認した。

#### 4. 曲がり二重円管の計算結果

曲がり単一円管と曲がり二重円管の管摩擦係数  $f$  の結果を図5に示す。ここで  $K_L$  はディーン数  $K_L = Re/\sqrt{R\delta}$ ,  $Re$  はレイノルズ数で水力直径を  $D_h = 2(r_0 - r_i)$ , 平均流速  $w_m$  として  $Re = w_m D_h / \nu$ ,  $R\delta$  は曲率半径比で  $R\delta = R/\sqrt{r_0 - r_i}$ , また  $f_0$  はそれぞれの直管の管摩擦係数である。図5から単一円管は伊藤の実験式<sup>9)</sup>と一致すること, 二重円管の  $f$  におよぼす曲がりの影響は単一円管より小さいことが分かる。また二重円管の半径比  $r^*$  が大きいときの  $f$  におよぼす曲がりの影響は, 半径比  $r^*$  が小さいときより小さいことが分かる。このことは図6, 図7で示されている半径比  $r^* = 0.5$  と  $0.2$

のときの内管壁と外管壁の管摩擦係数からも分かる。

図8にプラントル数  $Pr = 0.71$  に対する壁熱流速一定条件での平均ヌセルト数  $N_{uH}$  の計算結果を示した。  $N_{uH0}$  はそれぞれの直管の平均ヌセルト数であり, 単一円管については比較のため, 森・中山<sup>10)</sup> および Kalb-Seader<sup>11)</sup> の式を併記した。単一円管については, ディーン数  $K_L$  が小さいときには Kalb-Seader の式に一致し,  $K_L$  が大きくなるにしたがい森・中山の式に一致すること, 二重円管の  $N_u$  におよぼす曲がりの影響は単一円管より小さいことが分かる。また二重円管の半径比  $r^*$  が大きいと  $N_u$  におよぼす曲がりの影響は半径比  $r^*$  が小さいときより小さいことが分かる。このことは図9, 図10に示されている半径比  $r^* = 0.5$  と  $0.2$  のときの内管壁と外管壁の平均ヌセルト数からも分かる。

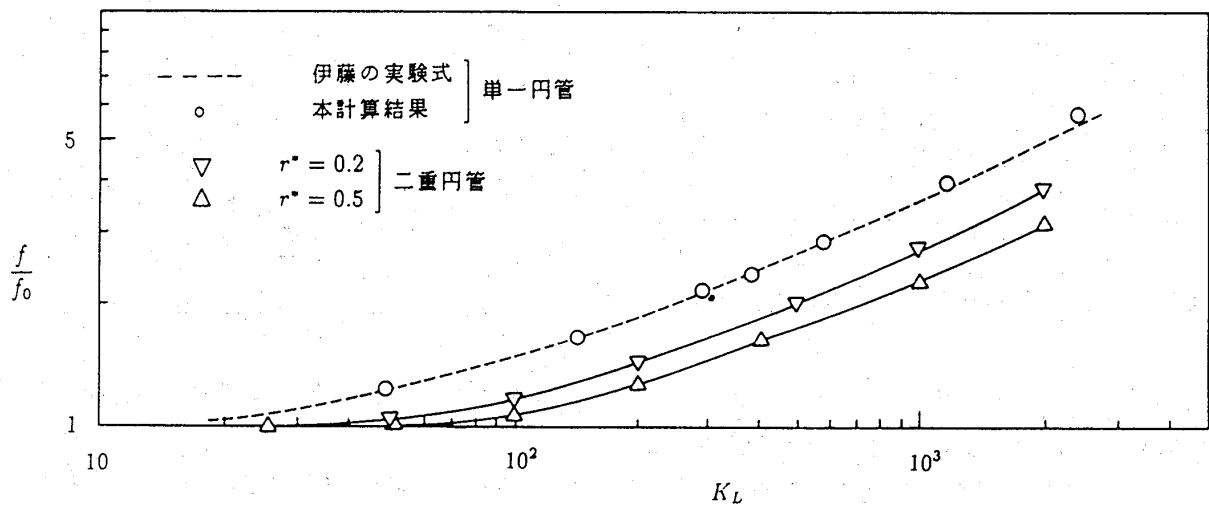


図5 完全発達域における曲がり単一円管および二重円管の平均摩擦係数比 ( $f_0$  は直管の値)

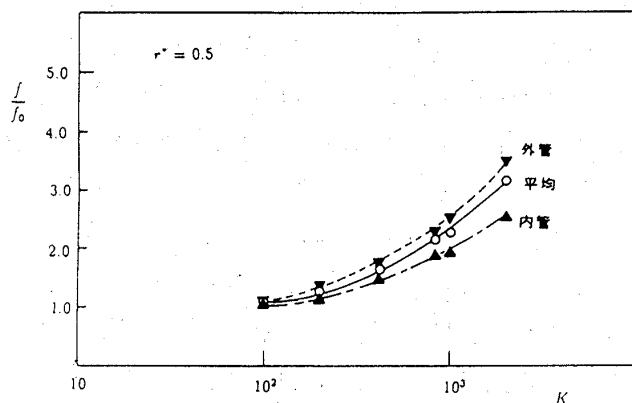


図6 内管壁と外管壁の  $f/f_0$  ( $r^* = 0.5$ )

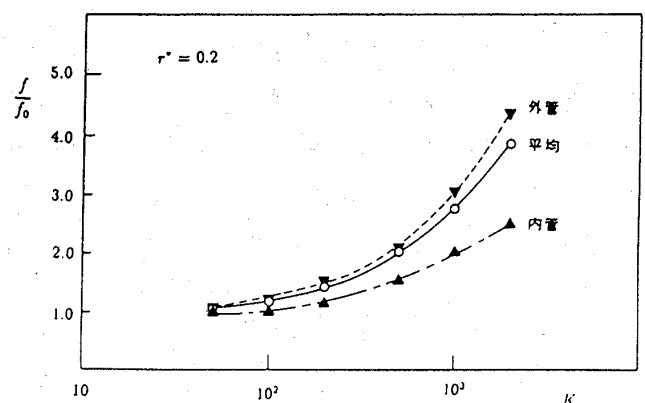


図7 内管壁と外管壁の  $f/f_0$  ( $r^* = 0.2$ )

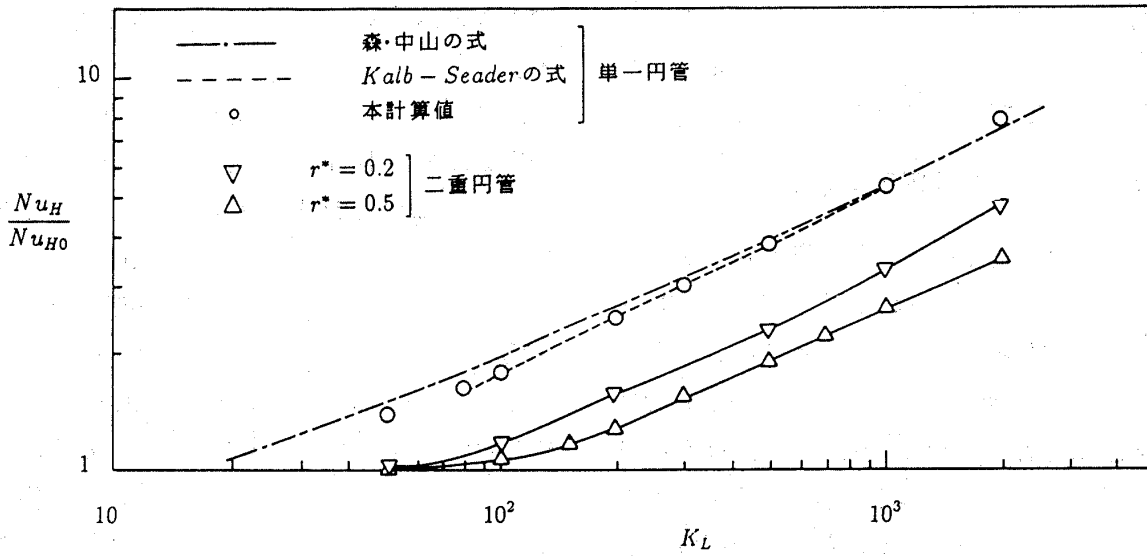


図8 完全発達域における曲がり単一円管および二重円管の平均ヌセルト数比 ( $P_r=0.71$ )

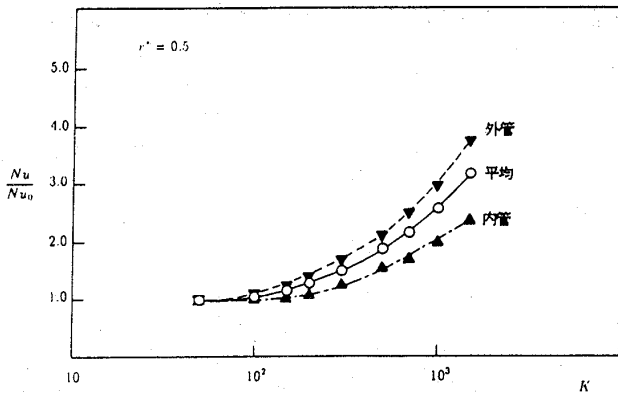


図9 内管壁と外管壁の  $Nu/Nu_0$  ( $r^*=0.5$ )

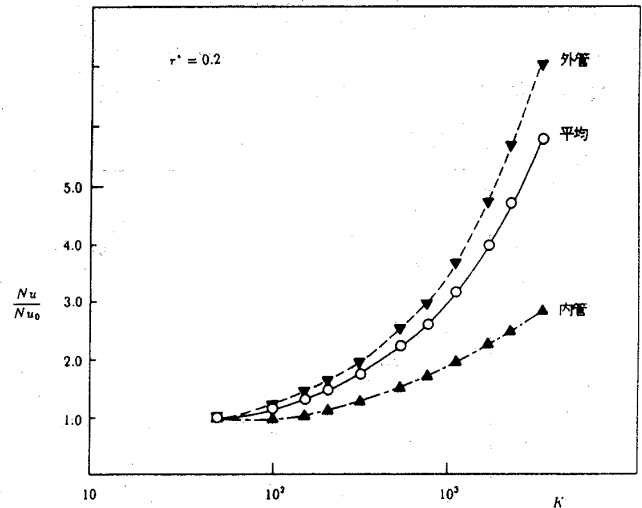


図10 内管壁と外管壁の  $Nu/Nu_0$  ( $r^*=0.2$ )

つぎに二重円管断面内の流れパターンがディーン数によりどのように変わるかを見る。図11は3種のディーン数について、 $r^*=0.5$ の場合の二次流れ線、等圧線 ( $\theta=\pi$ の外管壁を基準圧力にとる)、 $w$ の等速度線および等温線を無次元化して示したものである。

ディーン数が小さい  $K_L=100$  の場合には、外壁と内壁に沿って曲がりの外側 ( $\theta=0$ ) から内側に向かう二次流れが発生し、 $\theta=\pi$  で合流して内外管の中間部を曲がりの外側に向かって還流する。したがって二重円管の場合には断面内に2対4個の渦運動が存在している。このことは二次流れの原因を考えれば明白である。等圧線から分かるように、壁近くの境界層をのぞけば、流れにはたらく遠心力と圧力はつりあっていて、曲がりの外側ほど高

圧である。この圧力値は境界層内でも変化しないが、 $w$ の等速度線からも分かるとおり、 $w$ は壁の粘着条件のために小さくなるのでつりあい破れ、高圧部(曲がりの外側)から低圧部に向かう壁に沿った二次流れが内管と外管の両方に発生する。

$K_L=500$  では曲がりの内側  $\theta=\pi$  で内管壁から外管壁に向かう流れが発生し、新しい渦運動を形成する。これは遠心力による流れの不安定が原因となって発生する Taylor-Gortler-Dean 型の渦であると考えられる。曲がり管内に発生するこのような渦については、円管<sup>12)</sup>、矩形管<sup>6)</sup>の研究において既に議論している。なお図11の二次流れ線には現れていないが、遠心不安定による渦と内管に沿

う二次流れ渦との間には遠心渦とは逆向きの弱い渦が存在すると推定される。

$K_L=2000$ になると二次流れ渦中心はさらに曲がりの内側近くに移動し、内管壁に沿う二次流れの渦は遠心不安定による渦と合体して一つの渦運動

を形成する。 $\theta=\pi$ 付近を内管から外管に向かう流れはさらに強くなって、 $\theta=\pi$ 付近の外管壁上の圧力 $p_0$ を高める。図11の等圧線図は $p_0$ を基準にしているので $\theta=\pi$ の両側に $p_0$ よりも低圧の領域が出現することが分かる。

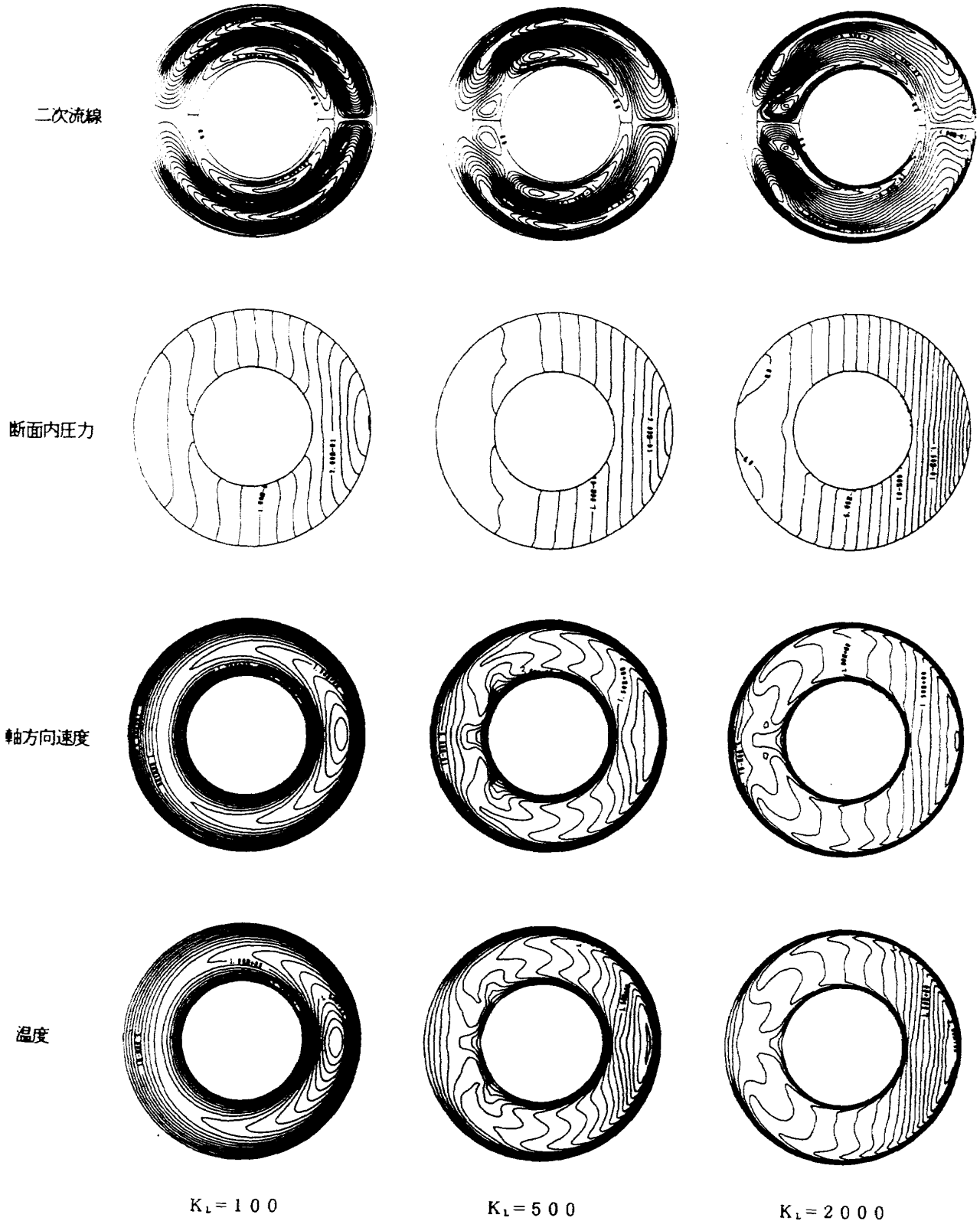


図11 曲がり二重円管断面内の等高線 ( $r^*=0.5$ )

図12は3種のディーン数について、 $r^*=0.2$ の場合の二次流線、等圧線 ( $\theta=\pi$ の外管壁を基準圧力にとる)、 $w$ の等速度線および等温線を無次元化して示したものである。この場合には、遠心不安定による渦は生じない。

5. あとがき

特性パラメーターである Dean 数  $K_L$  を変えて、曲がり二重円管内の流れの様子や熱伝達の特性を数値解析により調べた。管摩擦係数とヌセルト数、

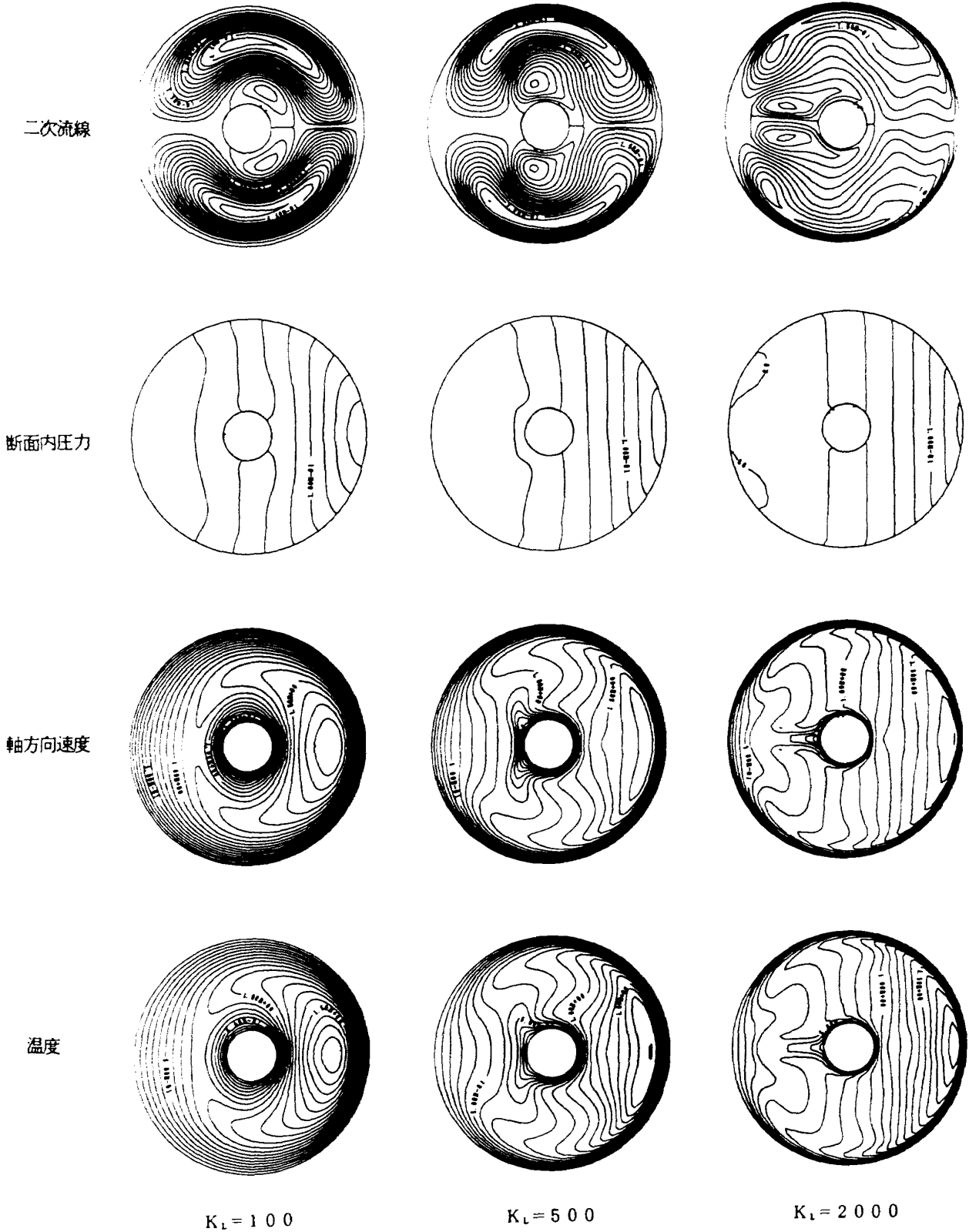


図12 曲がり二重円管断面内の等高線 ( $r^*=0.2$ )

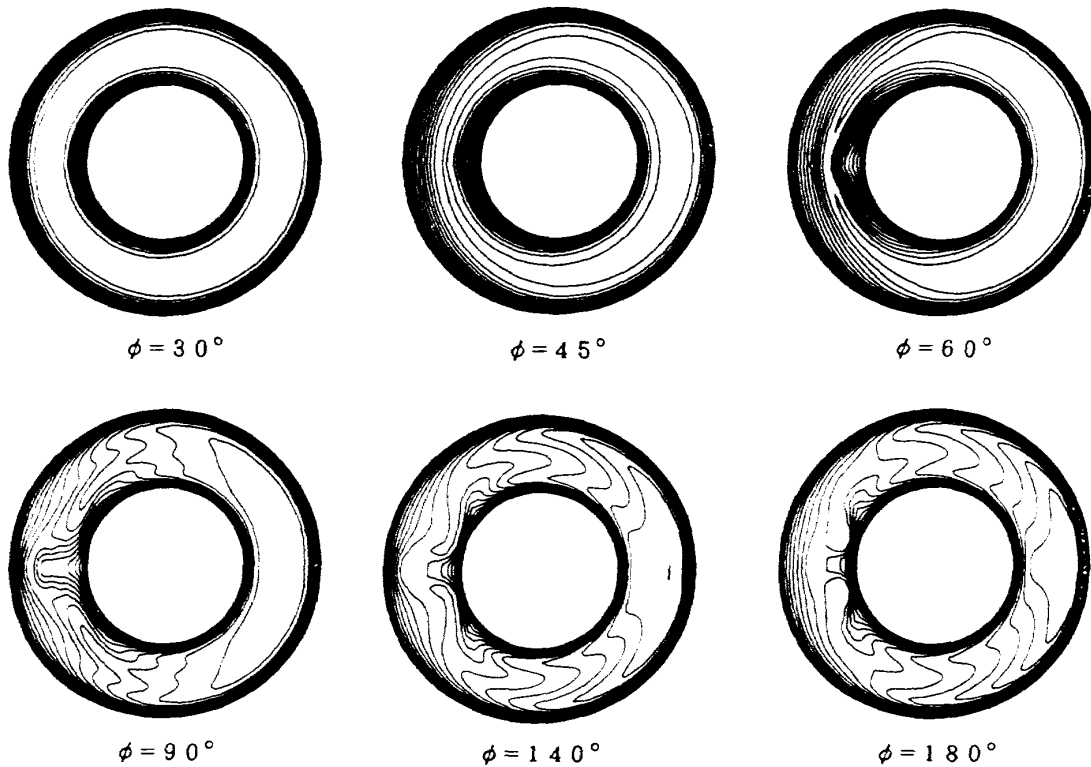


図13 一様な入口速度の場合の速度場の発達の様子  
(主流速度の等高線,  $K_L=500$ ,  $r^*=0.5$ )

速度場と温度場のパターンなどがディーン数 $K_L$ によりどのように変化するかを示した。単一曲がり管の1対2個の渦を持つ二次流れとはことなって曲がり二重管の二次流れは2対4個の渦運動となること、 $K_L$ が大きくなると曲がり内側の内管壁近くに遠心力により不安定が発生することなどが明らかになった。

### 参 考 文 献

- 1) Shah, R.K. and London, A.L. (1978) : Laminar Flow Forced Convection in Ducts, Academic Press, 284.
- 2) Kapur, J. N., Tyagi, V. P. and Srivastava, R. C. (1964) : Appl. Sci. Res, ser A, 14, 253.
- 3) Topakoglu, H. C. (1967) : J. Math. Mech., 16, 1321.
- 4) Garimella, S., Richards, D. E. and Christensen, R. N. (1988) : Trans. ASME, J. Heat Transfer, 110, 329.
- 5) Ishigaki, H. and Ueda, S. (1989) : Int. Symp. Computational Fluid Dynamics-Nagoya, 867.
- 6) 石垣, 山田, 望月 (1989) : 第26回日本伝熱シンポジウム論文集, 346.
- 7) 石垣, 望月 (1989) : 第3回数値流体力学シンポジウム論文集, 403.
- 8) Patankar, S. V. (1980) : Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, Hemisphere.
- 9) 伊藤 (1959) : 日本機械学会誌, 62-490, 1634.
- 10) Mori, Y. and Nakayama, W. (1967) : Int. J. Heat Mass Transfer, 10, 681.
- 11) Kalb, C. E. and Seader, J. D. (1972) : Int. J. Heat Mass Transfer, 15, 801.
- 12) 石垣, 望月 (1989) : 第26回日本伝熱シンポジウム論文集, 331.

