

設計における数値計算の活用について(その9)

—— 極超音速平衡流の解析 ——

岸 本 琢 司* 花 光 明**

The Role of Computational Fluid Dynamics in Aeronautical Engineering (9)

—— Analysis of Hypersonic Equilibrium Air Flow ——

by

Takuji KISHIMOTO
*Gifu Technical Institute
Kawasaki Heavy Industries, Ltd.*
Akira HANAMITSU
*Aerospace Group
Kawasaki Heavy Industries, Ltd.*

ABSTRACT

Numerical simulation of hypersonic flow around a 2-D cylinder and a 3-D complete reentry vehicle have been carried out by solving Euler/Navier-Stokes equations which incorporate the equation of state for an equilibrium air. The governing equations are solved by an implicit finite volume TVD upwind scheme using a two-equation turbulence model for a viscous flow. Curve-fits for the thermodynamic and transport properties of an equilibrium air adopted in order to estimate real gas effects. Convective fluxes are calculated by the roe's approximate Riemann solver generalized for an equilibrium air. The results of hypersonic flow analysis using this code suggest us that the real gas effects, such as chemical reaction, are not negligible to predict the hypersonic flow characteristics accurately.

1. はじめに

近年日本や欧米各国において、宇宙往還機に関する研究がさかんに行われている。これらの極超音速機が大気圏に再突入する際には、非常に強い衝撃波(bow-shock等)の背後などで、流れが非常に高温となり、そこでは振動励起、解離、電離などを生じる。このような化学変化は、従来の理想気体の仮定の下では説明できない複雑な現象を引き起こす。そのため、極超音速機の空力特性お

よび熱力学的特性をより正確に知るためには、いわゆる実在気体効果を見捨てることはできない。しかし、風洞試験において実在気体効果を伴う流れを模擬することは非常に難しく、宇宙往還機等の設計では、CFDの担う役割はこれまで以上に重要なものとなってきている。

そこで我々は、極超音速での空力特性および熱力学的特性をより正確に知るために、化学平衡、すなわち解離・電離等の化学反応速度が無限大であるという仮定を取り入れたEuler/Navier-Stokes解析を行ったので、以下にその概略について報告する。

* 川崎重工業(株)・岐阜技術研究所

** 川崎重工業(株)・航空宇宙事業本部

2. 平衡気体に対する状態方程式¹⁾

まず、状態方程式の形を密度 χ 、および単位体積あたりの内部エネルギー $\bar{\epsilon}$ の関数

$$p = p(\rho, \bar{\epsilon}) \quad (1)$$

で表すと、圧力の変化は、

$$dp = \chi d\rho + \kappa d\bar{\epsilon} \quad (2)$$

となる。ただし、 χ および κ は、

$$\chi = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_{\bar{\epsilon}} \text{ and } \kappa = \left(\frac{\partial p}{\partial \bar{\epsilon}} \right)_{\rho} \quad (3)$$

である。ここで、エンタルピー h が、

$$h = \bar{\epsilon} + \frac{p}{\rho} \quad (4)$$

であるとすれば、このときの音速 c は、

$$c^2 = \chi + \kappa h \quad (5)$$

のように定義することができる。このとき、

$$\bar{\gamma} = \frac{\rho c^2}{p} \text{ and } \bar{\gamma} = 1 + \frac{p}{\bar{\epsilon}} \quad (6)$$

という無次元パラメータを導入すると、平衡気体に対する状態方程式は、

$$p = \chi(\bar{\epsilon}) \rho + \kappa(\bar{\epsilon}) \bar{\epsilon} \quad (7)$$

$$\bar{\gamma} = \kappa + 1 \text{ and } \bar{\gamma} = \bar{\gamma} + \frac{\chi}{\bar{\epsilon}} \quad (8)$$

のように定義できる。なお、式(6)から明らかなように、 $\bar{\gamma}$ の値は、理想気体における比熱比と等価なものである。

以上のような平衡気体に対する状態方程式を導入することにより、流束に関する Jacobian の形も、理想気体の場合とは異なったものとなる（平衡気体の場合の流束の Jacobian 詳細については、文献 1 を参照のこと）。

3. 解析手法

3.1 解析コードの概要

今回の化学平衡流の解析では、基本的には、理想気体の場合と同様の風上型 TVD 有限体積法を用いた^{2,3)}。支配方程式は、レイノルズ平均 Navier-Stokes 方程式を、乱流モデルは Coakly の $q-\omega$ モデル⁴⁾を採用している。これらの方程式の定式化にあたっては、数値安定性を確保するために、流れ場を表す量と乱流の特性を表す量との合計 7 つの変数を密に結合させている。セル表面での数

値流速は、平衡気体に拡張された Roe の近似リーマン解法¹⁾により求め、セル内の特性変数の分布に TVD 条件を課す前処理型 TVD スキームを用いている。また、Srinivasan らの Curve-Fit 法^{5,6)}により、平衡空気の熱力学的特性量および輸送係数を求めている。なお、粘性項の取扱いは、中心差分と等価なものである。時間積分には平面对称 Gauss-Seidel 緩和法を用いて、収束解を求めている。

3.2 Roe の近似リーマン解法の拡張¹⁾

Roe の近似リーマン解法⁷⁾は、空間内の各点でそれぞれ平均化された流束の Jacobian $\bar{A}(u_L, u_R)$ により特徴づけられる（ここで、 u は保存変数、添字 L, R はそれぞれセル表面の左側および右側の状態量を示す）。Jacobian \bar{A} が満たすべき条件は、

$$(a) \bar{A}(u, u) = A(u), \text{ where } A = \frac{\partial F}{\partial u}$$

$$(b) \bar{A}(u_L, u_R) \Delta u = \Delta F$$

$$(\Delta * = *_{R} - *_{L})$$

$$(c) \text{ Jacobian } \bar{A} \text{ の固有値は線形独立}$$

である。理想気体に対しては、Roe の平均値を用いて Jacobian \bar{A} は容易に定義することができるが、この Roe の近似リーマン解法を平衡気体へ拡張するためには、理想気体の場合と同様の Roe の平均値を平衡気体の状態方程式を取り入れた流束の Jacobian に代入すればよい。ただし、 \bar{A} に関する条件(b)より導かれる新たな条件

$$\Delta p = \bar{\chi} \Delta \rho + \bar{\kappa} \Delta \bar{\epsilon} \quad (9)$$

$$(\bar{*} : * \text{ の Roe 平均})$$

も満たさなければならない。しかし、式(9)から $\bar{\chi}$ および $\bar{\kappa}$ を一意に定義することはできないので、実際には一般に式(9)を満たさない適当な χ および κ 平均値を式(9)により定義される直線上へ射影することにより求めることになる。このようにして求めた Roe の平均値を用いると、音速 Roe 平均 c は、式(5)より、

$$c^2 = \bar{\chi} + \bar{\kappa} \bar{h}$$

のように定義することができる。

以上のように平衡気体に対する Roe の平均値を

求めることができれば、セル表面での数値流束は理想気体と同様の方法で求めることができる。

3.3 熱力学的特性および輸送係数に対する Curve-Fit^{5,6)}

我々は、実在気体効果の影響を評価するために、Curve-Fitにより熱力学的特性（比熱比および温度）と輸送係数（粘性係数および熱伝導係数）を密度と内部エネルギーの関数として定義した。このCurve-Fitの適用範囲は、比熱比および温度については、密度が $1.292 \times 10^{-7} \sim 1.292 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ 、温度が25000Kまでであり、粘性係数および熱伝導係数に対しては、密度が $1.292 \times 10^{-5} \sim 12.92 \text{ kg/m}^3$ 、温度が15000Kまでである。これらの関数の一般形は、

$$z(x, y) = f_1(x, y) + \frac{f_2(x, y) - f_1(x, y)}{1 + \exp(k_0 + k_1x + k_2y + k_3xy)} \quad (11)$$

$$f_1(x, y) = p_1 + p_2x + p_3y + p_4xy + p_5x^2 + p_6y^2 + p_7x^2y + p_8xy^2 + p_9x^3 + p_{10}y^3 \quad (12)$$

$$f_2(x, y) - f_1(x, y) = p_{11} + p_{12}x + p_{13}y + p_{14}xy + p_{15}x^2 + p_{16}y^2 + p_{17}x^2y + p_{18}xy^2 + p_{19}x^3 + p_{20}y^3 \quad (13)$$

ただし、独立変数 x, y は、比熱比を求める場合を例にとれば、

$$x = \log_{10}(\rho/\rho_0), \quad (14)$$

$$y = \log_{10}(\epsilon/RT_0) \quad (15)$$

(ϵ : 内部エネルギー, 添字0: 基準値)

を用いる。

4. 解析結果

我々は、以上に述べてきたような化学平衡流解析コードを用いて、円柱およびHOPE全機まわりの極超音速流の解析を行い、理想気体での解析結果との比較をした。以下に、その概要について述べる。

4.1 円柱まわりの極超音速流解析

我々は、まず簡単なモデルとして、円柱まわりの2次元流解析を行った。用いた計算格子は 91×81 点であり、解析条件は以下のとおりである。

- マッハ数 : 10.8および20
- レイノルズ数 : 2.63×10^4
- 一様流密度 : $2.69 \times 10^{-3} \text{ kg/m}^3$
- 一様流温度 : 47.2K
- 壁境界条件 : 293K 等温壁

$M=10.8$ のケースでは、理想気体の結果と化学平衡流の結果との間には、わずかの違いしかみられなかった。図1は $M=10.8$ における等圧線図を示しているが、これら之間にほとんど違いはみられない。また、図3(a)の衝撃波付近での温度分布をみても衝撃波の発生位置は、理想気体と化学平衡流とでほぼ同じであることがわかる。しかし化学平衡流では、最大温度が、理想気体の場合に比



(a) 理想気体

(b) 平衡空気

図1 円柱まわりの等圧線図 ($M=10.8$)

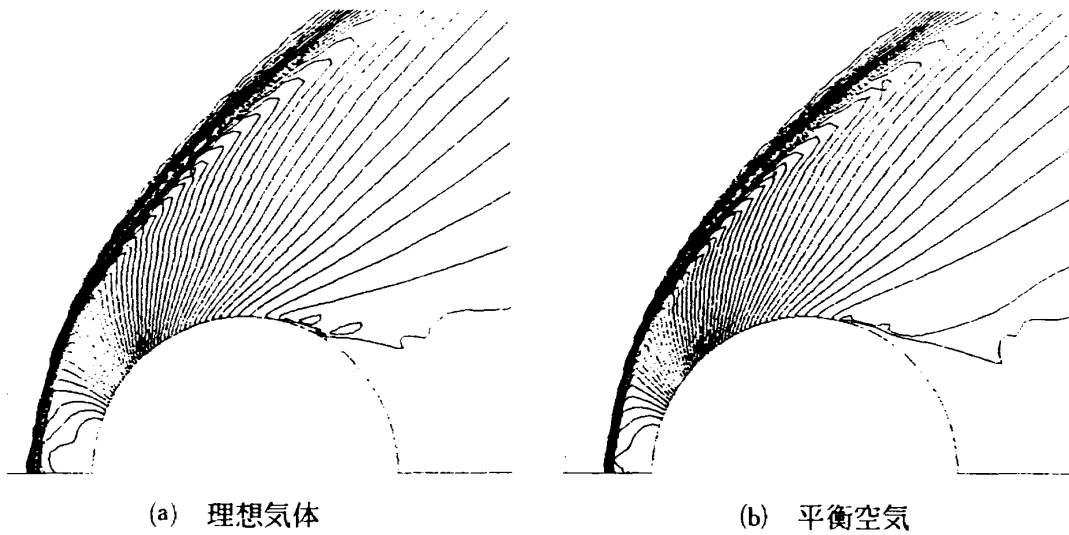
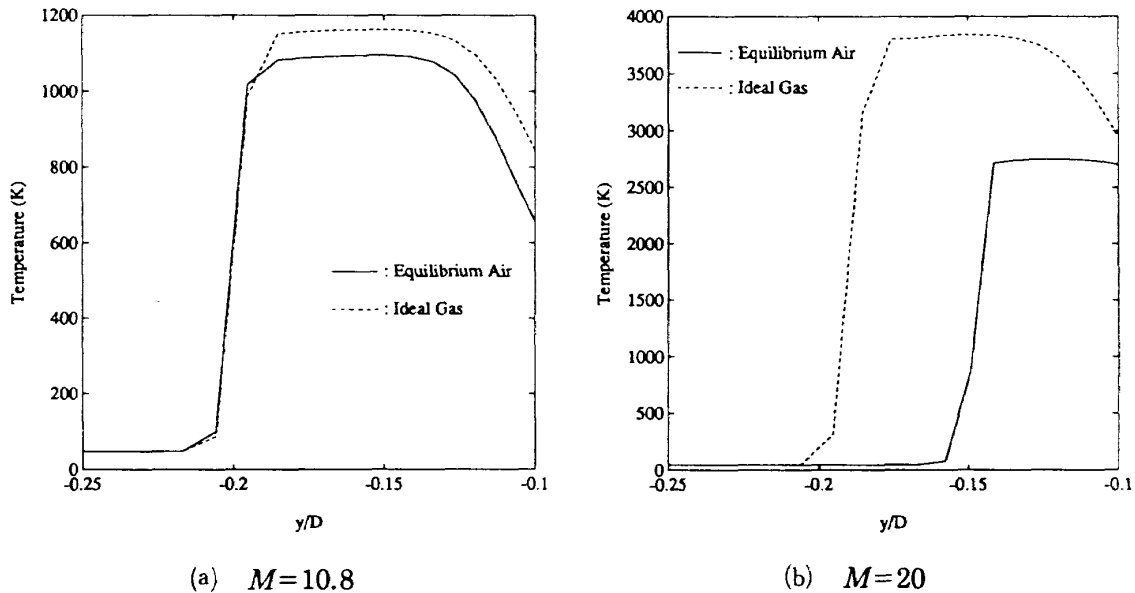
図2 円柱まわりの等圧線図 ($M=20$)

図3 円柱まわりの衝撃波近傍での温度分布

べて約100K程度低くなっており、また、比熱比も1.4から1.37の間でわずかながら変化している。これらの結果から、 $M=10.8$ のケースでは、一様流の温度が低いために、実在気体効果として現れるのは振動励起のみで、解離等の化学反応はほとんど生じていないものと推測される。

一方、 $M=20$ の場合には、理想気体と化学平衡流の間では、流れ場の様子に大きな違いがみられる。図2の $M=20$ での等圧線図をみると、化学平衡流では、衝撃波の位置が理想気体の場合と比べて円柱に近づいていることがわかる。また、図3(b)の温度分布においてもこの衝撃波位置の違いははっきり現れており、さらに、最大温度も理想気

体の場合が約3800Kであるのに対して、化学平衡流では約2750Kまで低くなっている。これらの理想気体と化学平衡流での流れ場の違いは、明らかに実在気体効果によるものと考えられる。すなわち、 $M=10.8$ の場合と比べて一様流の温度は変わらないが、マッハ数が大きくなったことにより、衝撃波の背後での温度が十分に高くなり、活発な化学反応を生じているものと考えられる。なお、化学平衡流での最大温度の値から考えると、 $M=20$ においては振動励起および酸素分子の解離を生じているものと予想される。

4.2 HOPE 全機まわりの極超音速流解析

ここでは、化学平衡流の3次元解析例として、HOPE全機まわりの非粘性流解析について述べる。この解析に用いた計算格子は、マルチブロック法^{2,3)}によるものであり、格子点数は、101×51×71点である。また、解析条件は以下のとおりである。

マッハ数：18

迎角：40°

一様流密度： $1.678 \times 10^{-3} \text{ kg/m}^3$

一様流温度：239.9K

壁境界条件：断熱壁

理想気体と化学平衡流の解析結果を比べると、化学平衡流において実在気体効果の影響が顕著に現れていることがわかる。等マッハ線図(図4～

6)をみると、特に強い衝撃波を発生する機体の下面側において、衝撃波の位置が変化していることがわかる。また、化学平衡流においては、理想気体の場合には発生していない衝撃波とチップフィンとの干渉が起きている。この衝撃波とチップフィンとの干渉は、空力特性(方向安定性の低下など)にも熱力学的特性(チップフィンでの加熱

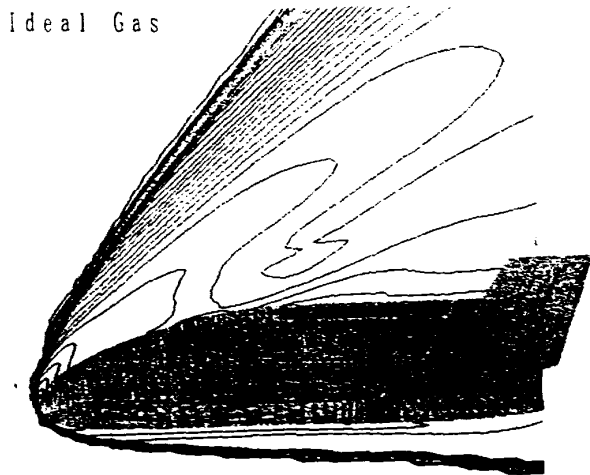


図4(a) HOPE全機まわりの等マッハ線図(理想気体)

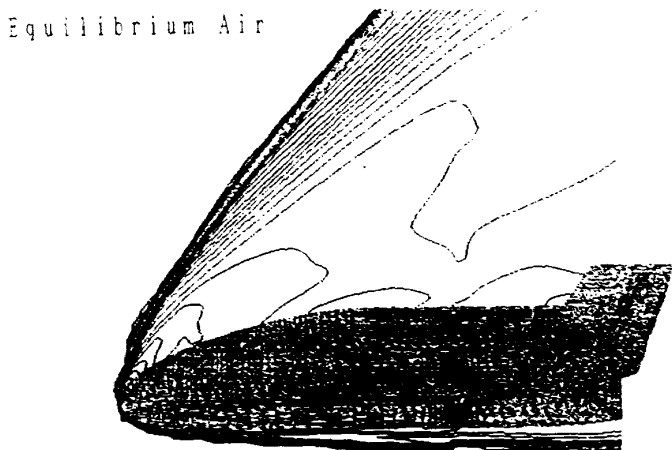


図4(b) HOPE全機まわりの等マッハ線図(平衡空気)

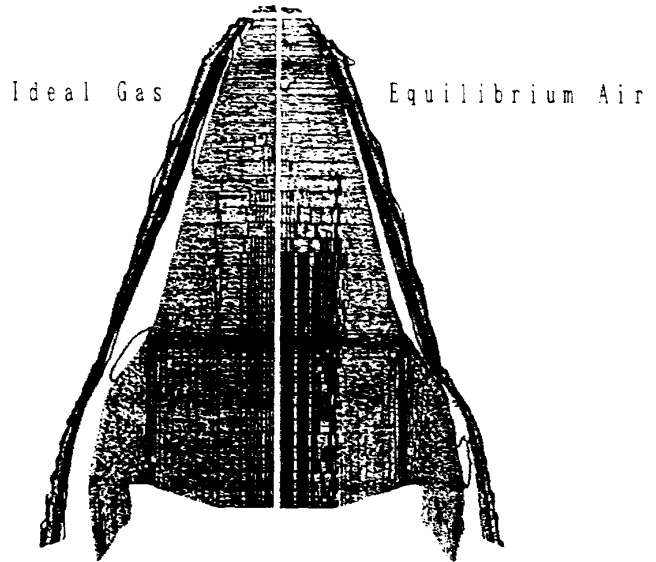


図5 HOPE全機まわりの等マッハ線図(2)

(X/L=1.0)
Ideal Gas Equilibrium Air

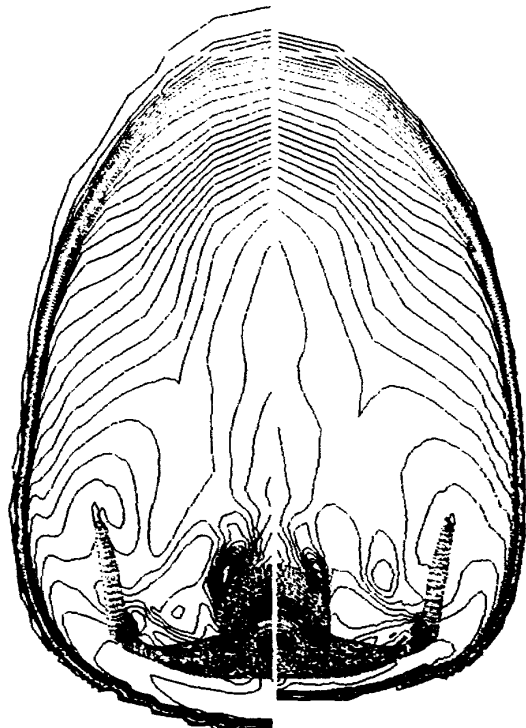


図6 HOPE全機まわりの等マッハ線図(3)

率の増加など)にも大きな影響を与えるもので、HOPEを設計する上で非常に重要な現象である。さらに胴体下面での温度分布(図7)をみると、化学平衡流では、理想気体の半分程度にまで温度が下がっていることがわかる。今回の解析は非粘性流を取り扱っているために、この温度分布がHOPEの空力加熱の様子を直接表しているわけではないが、定性的には理想気体と実在気体における熱力学的特性の違いをとらえているものと考えている。

以上のような極超音速流における空力的にも熱力学的にも重要な現象は、これまでの理想気体の仮定の下ではとらえることのできないものであり、この点からも今回我々の開発した化学平衡解析コードが、HOPEやその他宇宙往還機等の設計において、非常に有効なツールになり得るものと考えている。

5. ま と め

以上のように、化学的平衡の仮定の下で極超音速流の解析を行い、これまでの理想気体の解析では不可能であった実在気体効果の影響を含んだ流れ場をシミュレートすることができた。今後は、より詳細な検証を行って本コードの有効性を高め、HOPE等の宇宙往還機の設計のための強力なツールとしたい。

6. 謝 辞

今回の解析に用いたHOPEの形状は、宇宙開発事業団のご好意により提供されたものであり、ここに感謝の意を表します。

参 考 文 献

1) M. Vinokur and J.-L. Montagne, "Generalized Flux-Splitting and Roe Average for an Equilibrium Real Gas", J. Comp. Phys., Vol. 89, 276 (1990).

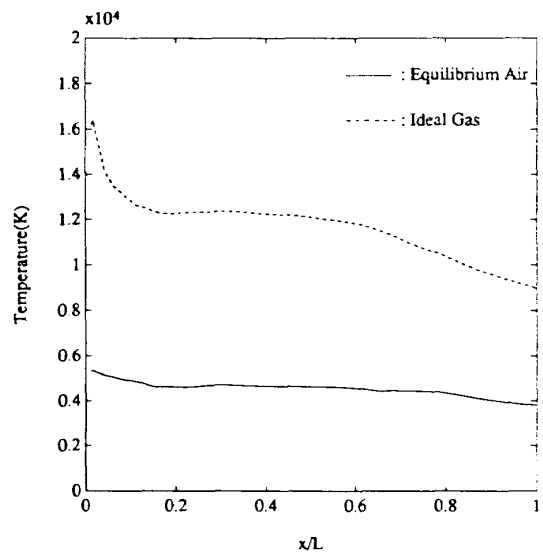


図7 HOPE胴体下面の温度分布

- 2) Sawada, K. and Takanashi, S., "A Numerical Investigation on Wing/Nacelle Interferences of USB Configuration", AIAA paper 87-0455, 1987.
- 3) Sawada, K., "Navier-Stokes Calculation over a Reentry Vehicle", Proc. of Aerospace Symposium Nagoya 1989.
- 4) T.J. Coakly, "Turbulence Modeling Methods for the Compressible Navier Stokes Equation", AIAA paper 83-1693, 1983.
- 5) S. Srinivasan, J.C. Tannehill, and K.J. Weilmuenster, "Simplified Curve Fits for the Thermodynamic Properties of Equilibrium Air", ISU-ERI-Ames-86401, ERI Project 1626, CFD 15, June 1986.
- 6) S. Srinivasan and J.C. Tannehill, "Simplified Curve Fits for the Transport Properties of Equilibrium Air", NASA Contractor Report 178411, 1987.
- 7) P.L. Roe, "Approximate Riemann Solvers, Parameter Vectors, and Difference Schemes", J. Comp. Phys., Vol. 43, 357 (1981).