

UDC 536.21
621-758

航空宇宙技術研究所資料

TM-76

コーティングの断熱効果のアナログシミュレーション

小川 鉦一

1966年 2 月

航空宇宙技術研究所

既 刊 資 料

TM- 1	高マッハ数風洞について (I)	1961年11月	平橋 木一, 清水 福寿
TM- 2	航空技術研究所計数型電子計算機設備 プログラムライブラリー (I)	1962年 2月	桶口 好美, 戸川 隼人 三能 海洲, 高橋 利之 鳥良 秀三, 板垣 芳雄 長洲 川三, 巖田 幸雄 細川 本登, 井上 政一 橋本 和之, 山根 皓三郎 竹内 田為, 坂元 思無 池田 為治
TM- 4	18cm×20cm 超音速風洞について	1962年 5月	
TM- 5	遷音速流の線型理論	1962年 8月	
TM- 6	18cm×18cm 遷音速風洞整備試験	1962年 8月	
TM- 7	慣性力形疲労試験機	1962年 8月	
TM- 8	アルミ合金の前歴が疲れ寿命におよぼす 実験的研究	1962年 9月	
TM- 9	方向性次元解析と相似解に関する覚書	1963年 2月	甲藤 好郎, 小出 勉
TM-10	DATATRON 205 用 ALGOL 58 使用法について	1963年 2月	高橋 利之
TM-11	光弾性による高速車盤の縞模様	1963年 2月	永井 文雄, 小川 鉦一
TM-12	コーティングの断熱効果に関する実験	1963年 3月	竹中 幸彦, 中井 洋一
TM-13	遷音速における45°後退角翼の予備的 フラッタ実験	1963年 3月	中井 映一, 小原 英
TM-14	変断面片持梁固有振動数の一計算方法 について	1963年 3月	中井 映一, 小原 英 鳥海 良三, 安藤 泰勝 中井 映一, 橋爪 宏 高島 俊一, 橋爪 正昭 山崎 竜夫, 藤井 昭一
TM-16	フラッタ試験設備測定部変換ノズルの 予備試験	1963年 4月	
TM-17	VTOL 機用 Jet Lift Engine に関する 一考察	1963年 6月	
TM-18	ヘリコプター振動のパワースペクトル 解析	1963年 6月	小野 幸一
TM-19	吹出式超音速風洞による実験データの 処理方式について (I)	1963年 6月	新井 忠, 原 亘利
TM-20	1m×1m 吹出式超音速風洞における AGARD 標準模型Bの三分力試験	1963年 7月	高木 廣治, 谷 喬 斎藤 秀夫, 新井 宗四郎 竹内 谷勇, 飯田 治夫 北永 文雄, 中井 治夫
TM-21	国産中型輸送機 YS-11 主翼疲労試験 (第I報)	1963年 9月	
TM-24	円輪と薄肉円筒の回転強度の関係	1963年11月	
TM-25	DATATRON 205 用 ALGOL 58 の Procedures ライブラリー	1964年 1月	高橋 利之
TM-26	吹出式風洞の圧力制御 (フラッタ試験 設備の場合)	1964年 1月	橋爪 宏, 中井 映一
TM-28	一段式観測ロケットの超音速風洞試験	1964年 1月	谷 喬, 原 亘利 柳 盛三, 外 隆 中井 映一, 立 政 安藤 泰勝, 高木 俊 小橋 安次郎, 宮 沢 政文
TM-29	遷音速フラッタ試験設備の改造および 整備試験	1964年 2月	
TM-30	二段式ロケット飛しょう体の揚力およ び圧力中心推定法	1964年 3月	
TM-31	垂音速ジェット輸送機の遷音速風洞に おける試験	1964年 3月	河崎 俊夫, 竹内 理
TM-32	遷音速風洞の防音	1964年 4月	牛田 健二, 高橋 宏 榎 並敬之, 山本 稀義
TM-33	非定常境界層の遷移の研究に使用され た定温度型熱線風速計について	1964年 4月	
TM-34	極超音速風洞ノズルの境界層補正につ いて	1964年 5月	長洲 秀夫
TM-37	気体の不完全性を考慮した極超音速風 洞ノズルの設計計算法	1964年 5月	毛利 浩
TM-38	AGARD-A 標準模型の超音速三分力 試験	1964年 6月	高木 廣治, 斎藤 秀夫 石井 孝雄, 原 久蔵
TM-39	相似極超音速流におかれた半球面上の 境界層の遷移に及ぼす粗さと冷却の 結合影響	1964年 7月	
TM-40	国産中型輸送機 YS-11 胴体疲労試験 (I)	1964年 9月	竹内 和之, 川島 矩郎
TM-41	抵抗線歪ゲージのゲージ率測定	1964年10月	田畑 浄治, 大坪 孔治 滝沢 実次, 田寺 木一 古関 昌夫, 日出 夫 泉 貞吉, 鈴木 邦男 大松 本宏, 石井 浅五郎 広木 和強, 山中 国雅 竹内 和之, 藤枝 俊一 幸尾 治朗, 岡 遠一
TM-44	高負荷燃焼器 (アニューラ模型) の実験 結果	1964年12月	
TM-46	翼洞結合金具の疲労特性	1964年12月	
TM-47	ローター後流中のヘリコプター胴体の 抵抗について	1965年 1月	
TM-48	極超音速風洞用ペブル加熱器の予備実 験	1965年 2月	平木 一, 橋本 登 林 二識, 吉永 崇 山口 富夫

コーティングの断熱効果のアナログシミュレーション*

小川 敏一**

1. ま え が き

ロケットおよび超音速機に用いられる防熱または、断熱材料の熱的諸特性を知るためには熱伝導方程式を解くことが必要である。

しかし熱の流れを一次元としても理論的に二層、三層のコーティングを行なった平板の解を求めることは容易ではない。ここでは金属の単板に断熱材料をコーティングした合成板の熱伝導をアナログ計算機でシミュレートさせ近似的にその解を求める方法について述べる。

熱の伝導を板厚方向 x だけの一次元流れとし、熱伝導の方程式に近似差分法を用い N 個の時間に関する常微分方程式を求める。これら N 個の常微分方程式を時間に関して積分の行なえるアナログ計算機で同時に演算を行なうならば要求された近似解を求めることができる。

まず簡単な均一材料からなる単板についてアナログシミュレーションを行ない、求められたアナログ解と変数分離法により求められた理論値を比較検討し、次に解析が困難と思われる異なった材料からなる平板、すなわち基板に断熱材料がコーティングされた多層板についてシミュレーションを行ない、その断熱特性を求めることにする。

2. 基礎熱伝導方程式

熱伝導方程式には距離に関する2階微分と時間に関する1階微分が含まれている。簡単なため板厚方向 x のみに熱が流れるとすれば方程式は次式で与えられる。

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[k \frac{\partial T}{\partial x} \right] + f \quad (2.1)$$

ここで

c : 比熱	(cal/g・°C)
ρ : 密度	(g/cm ³)
k : 熱伝導率	(cal/cm・s・°C)

* 昭和41年1月21日受付

** 機体第一部

f : 内部発熱量 (cal/cm³・s)

T : 位置 x , 時間 t における温度 (°C)

t : 時間 (sec)

x 方向に対する単位面積, 単位時間あたり流れる熱量 F は

$$F = -k \frac{\partial T}{\partial x} \quad (2.2)$$

で与えられる。またこの問題では熱源 f はないとする

$$f = 0 \quad (2.3)$$

である。

アナログ計算機は時間に関して演算を行なうので偏微分方程式 (2.1) を差分法を用いて一連の時間に対する常微分方程式に直してシミュレートさせなければならない。

2.1 差分法による近似解法

方程式 (2.1) は次のように改められる。

$$C \frac{\partial T(x, t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[k \frac{\partial T(x, t)}{\partial x} \right] \quad (2.4)$$

ここで

$C = c\rho$: 熱容量

x 軸に沿うすべての温度 T を測定する代わりに x 軸に沿って等間隔に分割された N 個の点を測定することにする。

これらの任意の一点の温度を T_n とすると T_1 は最初の x 点 ($x=x_1$) における温度 T の値で、

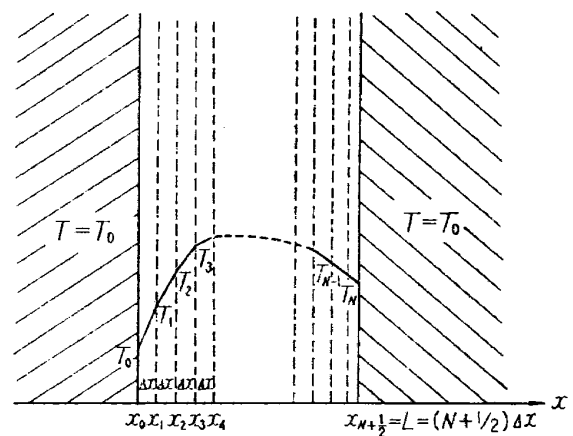
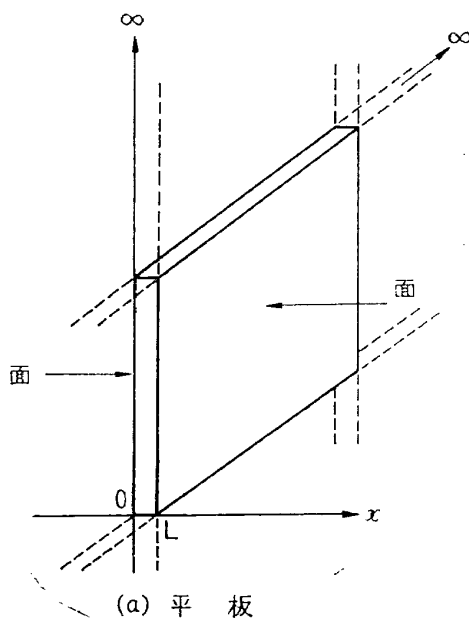


図 1 熱伝導を受ける平板

T_2 は次の点 ($x=x_2$) における温度 T の値であり, T_n は $x=x_n$ における温度 T の値である。さらに $x_n - x_{n-1} = \Delta x$ (一定) とすると $T(x, t)$ は $T_1(t), T_2(t) \dots$ で置き換えることができ, $x=x_{n-\frac{1}{2}}$ における熱量 $F_{n-\frac{1}{2}}$ は次のように近似できる。

$$F_{n-\frac{1}{2}} = -k \left. \frac{\partial T(x, t)}{\partial x} \right|_{n-\frac{1}{2}} \approx -k_{n-\frac{1}{2}} \frac{T_n - T_{n-1}}{\Delta x} \tag{2.5}$$

同様な方法で $x=x_n$ における熱量のこう配は

$$\left. \frac{\partial}{\partial x} \left[k \frac{\partial T}{\partial x} \right] \right|_n = - \left. \frac{\partial F}{\partial x} \right|_n = - \frac{F_{n+\frac{1}{2}} - F_{n-\frac{1}{2}}}{\Delta x} \tag{2.6}$$

で与えられる。(2.6) 式に (2.5) 式を代入すると, 熱平衡の方程式

$$C_n \frac{dT_n}{dt} = k_{n+\frac{1}{2}} \frac{T_{n+1} - T_n}{(\Delta x)^2} - k_{n-\frac{1}{2}} \frac{T_n - T_{n-1}}{(\Delta x)^2} \tag{2.7}$$

が得られる。ここで C_n は $x=x_n$ 点における熱容量である。(2.7) 式は温度の時間微分で x は固定されているから時間に関する常微分方程式である。

2.2 平板に関する熱伝導のシミュレーション

いま $x=0$ と $x=L$ の間を $(N+\frac{1}{2})$ 等分された平板の初期条件すなわち初期平板温度分布を $T(x_1, 0) = \theta_1, T(x_2, 0) = \theta_2, \dots, T(x_n, 0) = \theta_n, \dots, T(x_N, 0) = \theta_N$ とし, 境界条件を $x=0$ で温度 $T_0 = T_0'$ に保ち $x=L = (N+\frac{1}{2})\Delta x$ では $T_N = T_N'$ (一定) にする。

これらをまとめると

- (i) $x=0$ で $T_0 = T_0' \text{ } ^\circ\text{C}$
- (ii) $x=L = \Delta x(N+\frac{1}{2})$ で $T_N = T_N'$
- (iii) $t=0$ で $T_0 = \theta_0, T_1 = \theta_1, T_2 = \theta_2, \dots, T_n = \theta_n, \dots, T_N = \theta_N$

したがって (2.5) 式に関する一連の式は

$$\left\{ \begin{array}{l} F_{\frac{1}{2}} = -k_{\frac{1}{2}} \frac{T_1 - T_0}{\Delta x} \\ F_{\frac{3}{2}} = -k_{\frac{3}{2}} \frac{T_2 - T_1}{\Delta x} \\ \vdots \\ F_{n-\frac{1}{2}} = -k_{n-\frac{1}{2}} \frac{T_n - T_{n-1}}{\Delta x} \\ \vdots \\ F_{N-\frac{1}{2}} = -k_{N-\frac{1}{2}} \frac{T_N - T_{N-1}}{\Delta x} \end{array} \right. \tag{2.8}$$

となり, (2.7) 式に関する一連の常微分方程式は,

$$\left\{ \begin{aligned} C_1 \frac{dT_1}{dt} &= k_{\frac{3}{2}} \frac{T_2 - T_1}{(\Delta x)^2} - k_{\frac{1}{2}} \frac{T_1 - T_0}{(\Delta x)^2} \\ C_2 \frac{dT_2}{dt} &= k_{\frac{5}{2}} \frac{T_3 - T_2}{(\Delta x)^2} - k_{\frac{3}{2}} \frac{T_2 - T_1}{(\Delta x)^2} \\ &\vdots \\ C_n \frac{dT_n}{dt} &= k_{n+\frac{1}{2}} \frac{T_{n+1} - T_n}{(\Delta x)^2} - k_{n-\frac{1}{2}} \frac{T_n - T_{n-1}}{(\Delta x)^2} \\ &\vdots \\ C_N \frac{dT_N}{dt} &= k_{N+\frac{1}{2}} \frac{T_{N+1} - T_N}{(\Delta x)^2} - k_{N-\frac{1}{2}} \frac{T_N - T_{N-1}}{(\Delta x)^2} \end{aligned} \right. \quad (2.9)$$

となる。

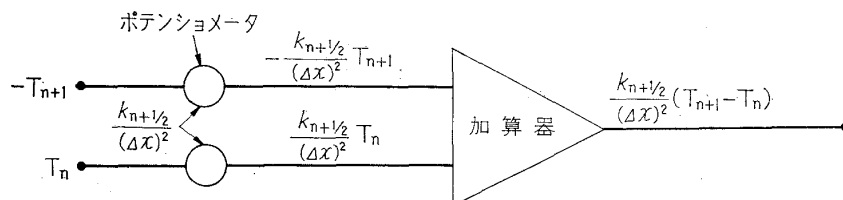


図 2(a)

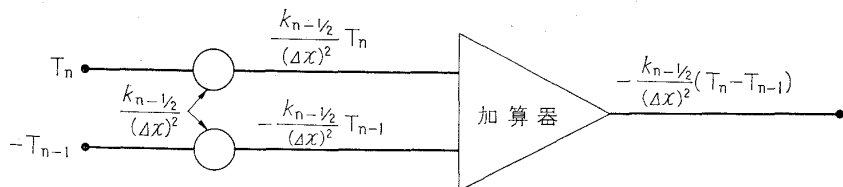


図 2(b)

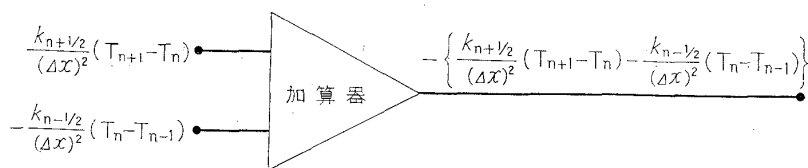


図 2(c)

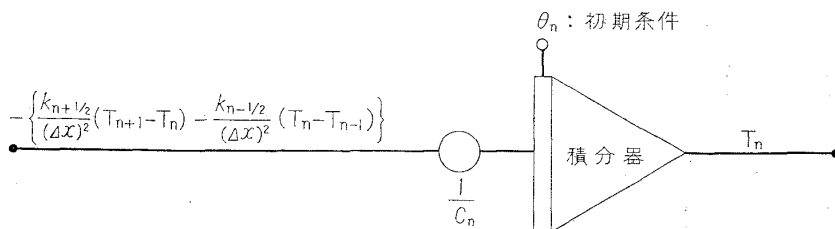


図 2(d)

図 2

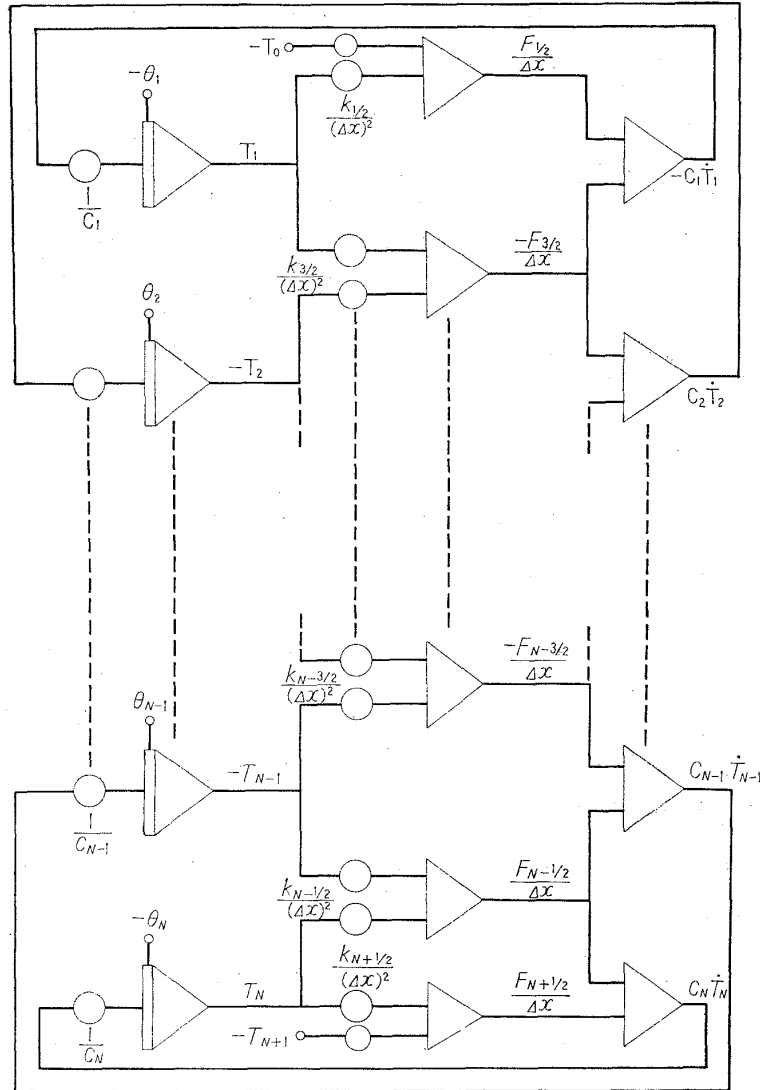


図 2(e) 一次元熱伝導方程式のアナログシミュレーション

いま (2.9) 式の n 番目の方程式

$$C_n \frac{dT_n}{dt} = k_{n+1/2} \frac{T_{n+1} - T_n}{(\Delta x)^2} - k_{n-1/2} \frac{T_n - T_{n-1}}{(\Delta x)^2} = -\frac{F_{n+1/2}}{\Delta x} + \frac{F_{n-1/2}}{\Delta x} \quad (2.10)$$

につき結線図を考えてみる。(2.10) の C_n , $\frac{k_{n+1/2}}{(\Delta x)^2}$ および, $\frac{k_{n-1/2}}{(\Delta x)^2}$ は定数で, 温度 T_n は, たとえば, 100°C を 1V とするように電圧に対応させる。いま T_{n-1} および T_{n+1} は隣り合った演算器により得られているものとする, (2.10) 式右辺第1項は図2(a)のようになり, また第2項は図2(b)のようになる。(2.10)の右辺第1項と第2項の差は同様に加算器を用い図2(c)が得られる。

以上で (2.10) の右辺がアナログ計算機で求められる結線図ができ, この右辺をさらに次のように積分すると,

$$T_n = \frac{1}{C_n} \int_0^t \left\{ \frac{k_{n+1/2}}{(\Delta x)^2} (T_{n+1} - T_n) - \frac{k_{n-1/2}}{(\Delta x)^2} (T_n - T_{n-1}) \right\} dt + T_n(0)$$

となり、 T_n を求めることができる。ここで $T_n(0)$ は初期条件で θ_n に等しい。積分器を用いてこの積分を求める場合の結線図を示すと図 2(d)となる。

以上主要な部分の結線方法を示したが、これで明らかなように、1回演算器に信号(温度 T_n に相当する電圧)が通るごとに入力と出力の符号が変わっている。この特性を利用し演算機を組み合わせれば(2.9)式を同時に解くアナログ計算機の結線図は図 2(e)に示すようになる。ここで注意することは、積分器の出力電圧は交互に極性が異なっていることである。このようにして平板の厚さ方向 x 軸に沿う $x=x_n$ 点における温度 T_n は時間関数としてただちに積分器の出力端に得られ、X-Y記録計あるいはペンオシログラフで記録されることができる。

3. アナログ解と理論解との比較

近似差分法の精度は熱の流れる x 軸方向の一次元流れとした場合、その方向の分割数に左右される。熱伝導のアナログシミュレーションも差分法を用いているので、アナログ計算機を用いて近似的に熱伝導問題を解く上にその精度を知ることは重要なことである。ここでは材質の同じ単板につきアナログ解を求め、これと理論解との比較を行なうことにする。

3.1 アルミニウム単板のアナログシミュレーション

板厚1.15cmのアルミニウム単板を板厚方向に $(N+\frac{1}{2})$ 個に等分割した場合につきシミュレーションを行なうことにする。一般に熱伝導率 k 、比熱 C 、密度 ρ は x の関数であるが、平板が均質な同一材料で構成されている場合には(2.9)式および図 2(e)における $k_{n-\frac{1}{2}}$ と C_n は

$$\begin{cases} k_{\frac{1}{2}}=k_{\frac{3}{2}}=\dots=k_{n-\frac{1}{2}}=\dots=k_{N-\frac{1}{2}}=k \\ C_1=C_2=\dots=C_n=\dots=C_N=C \end{cases} \quad (3.1)$$

とおける。ここで $C=\rho c$ である。いま

$$a=\frac{k}{\rho c}=\frac{k}{C} \quad ; \quad \text{熱拡散率} \quad (3.2)$$

とすると(2.9)式は

$$\begin{cases} \frac{dT_1}{dt} = \frac{a}{(\Delta x)^2} \{(T_2 - T_1) - (T_1 - T_0)\} \\ \frac{dT_2}{dt} = \frac{a}{(\Delta x)^2} \{(T_3 - T_2) - (T_2 - T_1)\} \\ \vdots \\ \frac{dT_n}{dt} = \frac{a}{(\Delta x)^2} \{(T_{n+1} - T_n) - (T_n - T_{n-1})\} \\ \vdots \\ \frac{dT_N}{dt} = \frac{a}{(\Delta x)^2} \{(T_{N+1} - T_N) - (T_N - T_{N-1})\} \end{cases} \quad (3.3)$$

となる。この式に基づくアナログ計算機の結線図は図3となる。いま板厚を1.15cmとして、 $\Delta x = 0.1\text{cm}$ とすれば板厚方向に $(11+\frac{1}{2})$ 等分され11個の常微分方程式が得られる。式(3.3), 図3に基づきシミュレーションを行なうために定数 $\frac{a}{(\Delta x)^2}$ を定めなければならない。表1によりアルミ

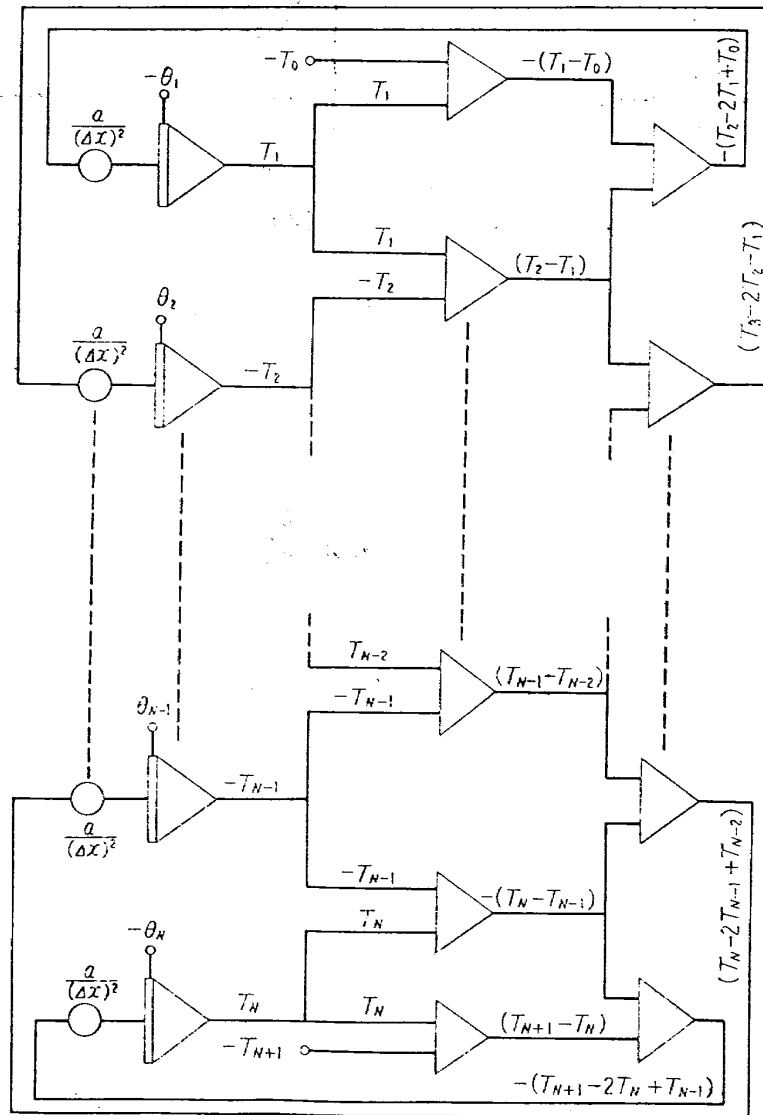


図3 簡略化した回路図

表 1

アルミニウム, アスベストおよびアルミニウムオキシドの熱伝導率 k , 比熱 C , 比重 ρ , そして熱拡散率 a

	k cal/sec·cm ² ·°C	C cal/g·C°	ρ g/cm ³	a cm/sec
アルミニウム	0.484	0.208	2.71	0.86
アスベスト	0.00036	0.250	0.58	0.00248
アルミニウムオキシド	0.064	0.28	3.2	0.0714

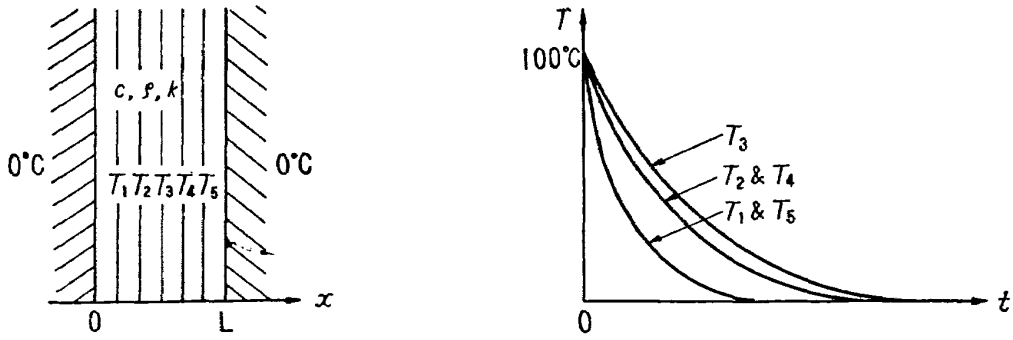


図4 単板の熱伝導

境界条件 $T(0, t) = T(L, t) = 0$ 初期条件 $T(x, 0) = 100^\circ\text{C}$

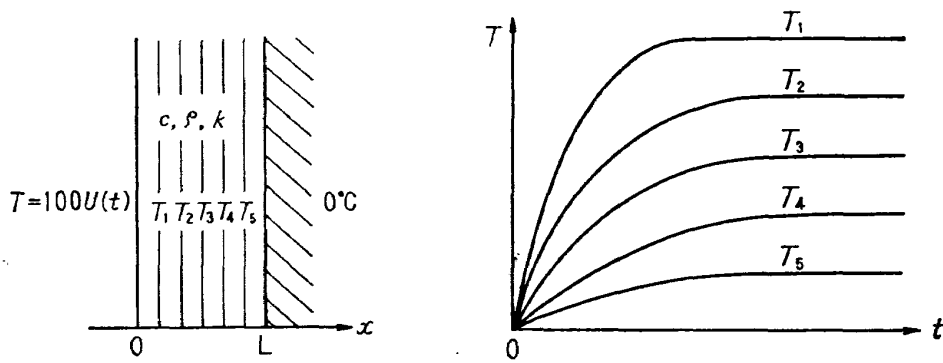


図5 単板の熱伝導

境界条件 $T(0, t) = 100^\circ\text{C}, T(L, t) = 0$ 初期条件 $T(x, 0) = 0$

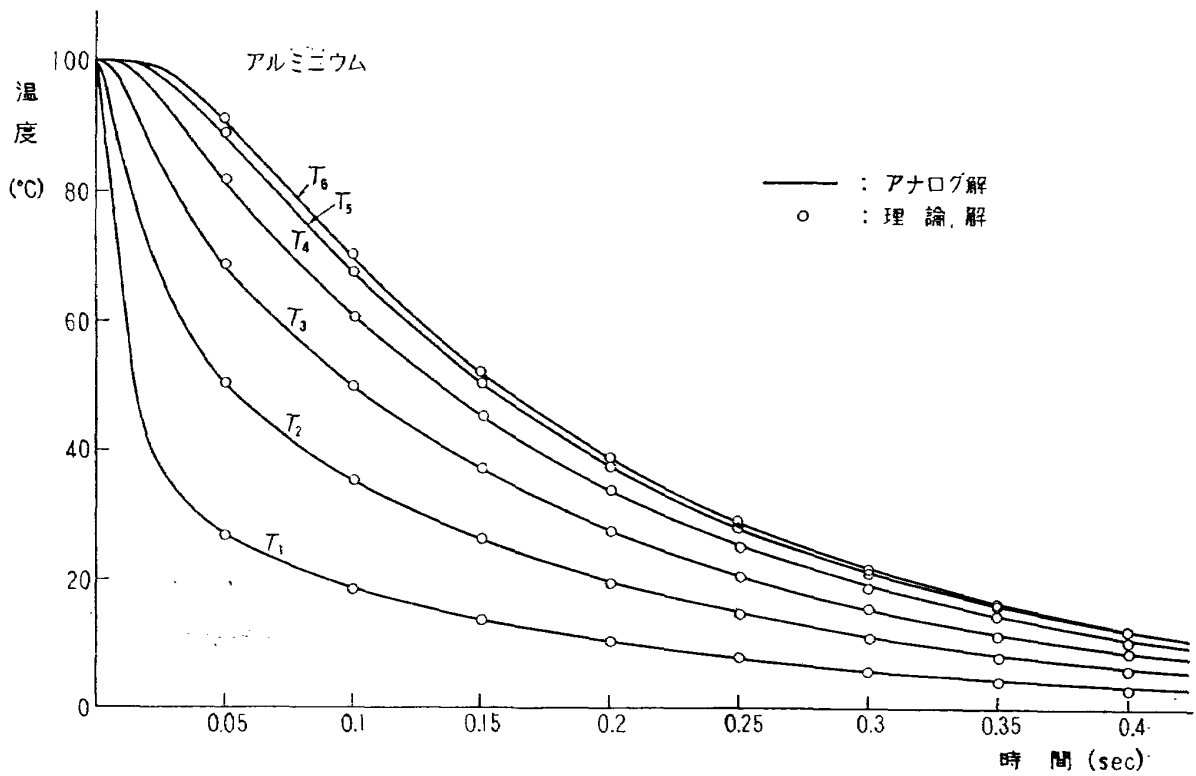


図6 分割数11.5のアナログ解と理論値

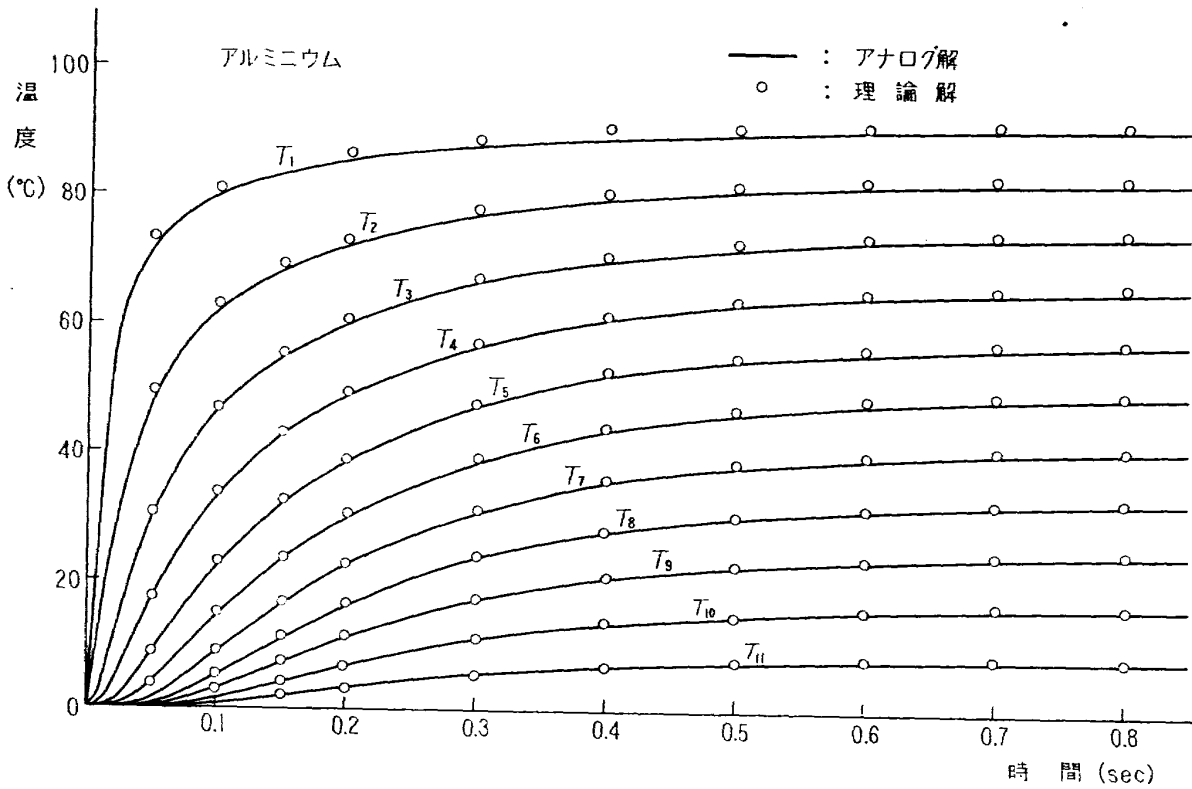


図7 分割数11.5のアナログ解と理論値

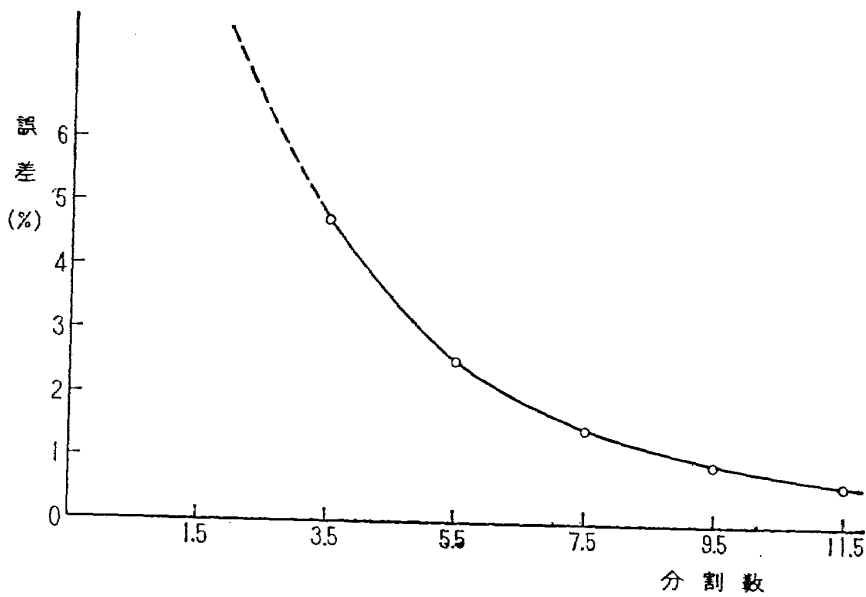


図8 誤差と分割数の関係

アルミニウムの $\frac{a}{(\Delta x)^2}$ は 86 (1/sec) であるからこの値を図3のポテンシオメータにセットする。

図4に示すように初期条件 $T(x, 0) = 100^\circ\text{C}$ 、境界条件 $T(0, t) = T(L, t) = 0$ および図5に示すように初期条件 $T(x, 0) = 0$ 、境界条件 $T(0, t) = 100^\circ\text{C}$ 、 $T(L, t) = 0$ のもとで行なったアナログ解を示すと図6および図7の実線となる。

さらに初期条件 $T(x, 0) = 100^\circ\text{C}$ および境界条件 $T(0, t) = T(L, t) = 0$ の条件のもとで板厚方

向の分割数を 3.5, 5.5, 7.5 および 9.5 としそれぞれの解を求めた。

また分割数 3.5, 5.5, 7.5 および 9.5 におけるそれぞれの分割点 x_n の位置の温度 T_n を次の「3.2」で求めた理論解 (3.6) を用いて計算した。これらのアナログ解と理論解を比較し誤差を求め分割数と誤差の関係を示すと図 8 となる。

3.2 単板熱伝導方程式の理論解

理論解を求める方法には種々考えらるがここでは変数分離法により得られる解を示す。

(i) 初期条件 $T(x, 0) = 100^\circ\text{C}$ および境界条件 $T(0, t) = T(L, t) = 0$ の理論解

基礎熱伝導方程式は

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (0 < x < L) \quad (3.4)$$

で与えられる。ここで a は熱拡散率で平板の材質により異なり a が小さいと温度変化はゆっくりで大きいと変化は急激である。図 4 に示すように初期条件として平板内の温度が一様に 100°C に保たれ境界条件は両端が 0°C の場合すなわち

$$\begin{cases} T(x, 0) = 100^\circ\text{C} & \text{初期条件} \\ T(0, t) = T(L, t) = 0^\circ\text{C} & \text{境界条件} \end{cases} \quad (3.5)$$

このような条件のもとで変数分離法により得られた解は

$$T(x, t) = \frac{400}{\pi} \sum_{p=1}^{\infty} \frac{1}{p} \sin\left(\frac{p\pi}{L} x\right) e^{-\frac{ap^2\pi^2}{L^2} t} \quad (3.6)$$

($p=1, 3, 5, \dots$)

(ii) 境界条件 $T(0, t) = 100^\circ\text{C}$, $T(L, t) = 0$ および初期条件 $T(x, 0) = 0$ の理論解

(i) と同様に基礎熱伝導方程式は

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (0 < x < L) \quad (3.7)$$

で与えられる。図 5 に示すように初期条件として平板内の温度が 0°C に保たれ、境界条件として片側表面 ($x=L$) を 0°C に保ち、他方表面 ($x=0$) を急激に 100°C の温度に熱する。すなわち、

$$\begin{cases} T(x, 0) = 0^\circ\text{C} & \text{初期条件} \\ T(0, t) = 100^\circ\text{C} \quad T(L, t) = 0 & \text{境界条件} \end{cases} \quad (3.8)$$

これらの条件のもとで変数分離法により得られた解は

$$T(x, t) = 100\left(1 - \frac{x}{L}\right) - \frac{200}{\pi} \sum_{p=1}^{\infty} \frac{1}{p} \sin\left(\frac{p\pi}{L} x\right) e^{-\frac{ap^2\pi^2}{L^2} t} \quad (3.9)$$

($p=1, 2, 3, 4, \dots$)

で与えられる。

以上 (i) と (ii) の場合につき理論解を求めた。この理論解に与えられた定数、条件を代入し

でデジタル計算機で計算した値とアナログ解と比較したものを図6, 7に示した。(i)の場合では両面が同じ様に冷やされるから単板については板厚中心に関して左右対称である。したがって図6では測定点数の半分だけ示してある。

3.3 アルミニウム単板の熱伝導アナログシミュレーションの検討

「3.1」, 「3.2」でアルミニウム単板の熱伝導をアナログ計算機でシミュレートさせ、これによって得られた解と理論解を示した。図6, 7に板厚方向を $(11+\frac{1}{2})$ 分割してそれぞれ異なった初期条件および境界条件のもとで行なった解を示したのであるが図で明らかのように非常によく理論解と一致している。さらに、図4と同じように、すなわち、初期条件 $T(x, 0) = 100^\circ\text{C}$ 、境界条件 $T(0, t) = T(L, t) = 0^\circ\text{C}$ のもとで分割数を変えて得られたアナログ解と理論解を比較し求めた誤差が図8である。この図で明らかなように分割数 $(9+\frac{1}{2})$ で1%程度であるから数%の誤差範囲がゆるされるなら分割数は $(3+\frac{1}{2})$ 以上でよい。分割数が少なくなればそれだけアナログ計算機上の結線も簡略化され容易に平板の熱特性を求めることができる。

4. アルミニウム基板に断熱材がコーティングされた二層板のアナログシミュレーションとその解

4.1 アナログ計算機の設定

アナログ計算機の結線図は「3.1」で述べたように図3で示される。いま板厚を1.15cmとして $\Delta x = 0.1\text{cm}$ とすると板厚方向に11.5等分され11個の常微分方程式が得られる。板厚1.15cmのうち $0 \leq x \leq 0.5\text{cm}$ を断熱材とし $0.5 \leq x \leq 1.15\text{cm}$ をアルミニウム基板とする。断熱材としてアスベストおよびアルミニウムオキサイドの二種類を用い、次の(a), (b)に述べるような初期条件および境界条件のもとでシミュレーションを行なうことにする。

(a) 図9に示すようにコーティングの施された平板が一様に 100°C に保たれている。この平板

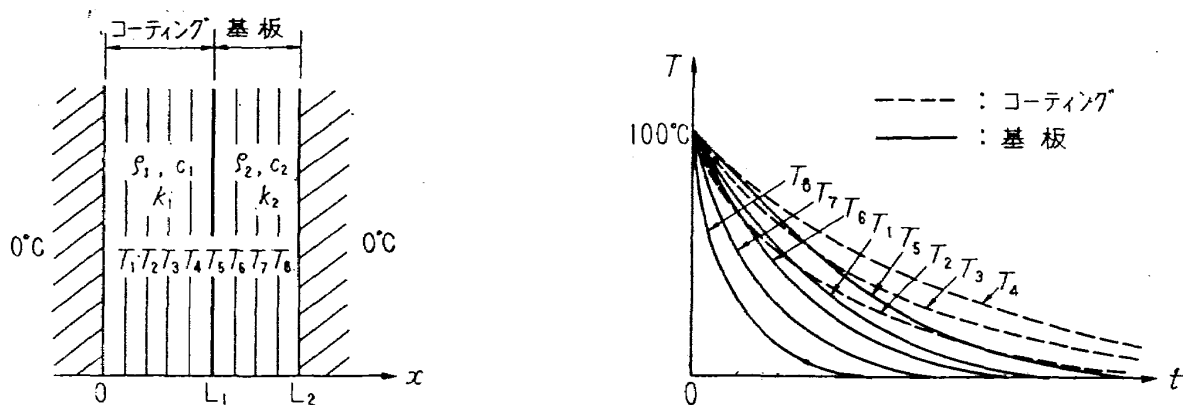


図9 コーティングがほどこされた二層板の熱伝導
境界条件 $T(0, t) = T(L_2, t) = 0$ 初期条件 $T(x, 0) = 100^\circ\text{C}$

が急激に 0°C の氷水に浸されたような場合、境界条件および初期条件は、

$$\text{境界条件} \quad \begin{cases} x=0 \text{ で } T_0=0^{\circ}\text{C} \\ x=L_2 \text{ で } T_{11+\frac{1}{2}}=0 \end{cases}$$

$$\text{初期条件} \quad t=0 \text{ で } \theta_1=\theta_2=\dots\dots\dots\theta_{11}=100^{\circ}\text{C}$$

である。

(b) 図10に示すように初期温度は一様に 0°C で片面 $x=L_2$ すなわち基板の裏面を常に 0°C に保ち、 $x=0$ すなわちコーティング表面を急激に 100°C にする場合、境界条件および初期条件は、

$$\text{境界条件} \quad \begin{cases} x=0 \text{ で } T_0=100^{\circ}\text{C} \\ x=L_2 \text{ で } T_{11+\frac{1}{2}}=0^{\circ}\text{C} \end{cases}$$

$$\text{初期条件} \quad t=0 \text{ で } \theta_1=\theta_2=\dots\dots\dots\theta_{11}=0^{\circ}\text{C}$$

である。

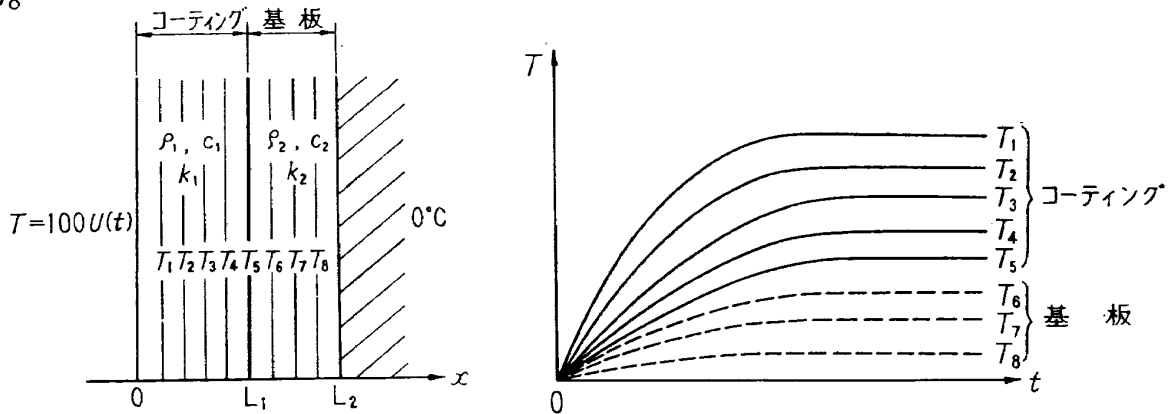


図 10 コーティングがほどこされた二層板の熱伝導
境界条件 $T(0, t)=100^{\circ}\text{C}$, $T(L_2, t)=0$ 初期条件 $T(x, 0)=0$

さらに (3.3) 式あるいは図3に基づきシミュレーションを行なうために定数 $\frac{a}{(\Delta x)^2}$ を定めなければならない。表1にアルミニウム、アスベスト、アルミニウムオキシサイドの熱的諸定数を示してあるが、この表によりアスベスト、アルミニウムオキシサイドおよびアルミニウムの $\frac{a}{(\Delta x)^2}$ は

アスベスト	$\frac{a}{(\Delta x)^2}=0.248 \quad (1/\text{s})$
アルミニウムオキシサイド	$\frac{a}{(\Delta x)^2}=7.14 \quad (1/\text{s})$
アルミニウム	$\frac{a}{(\Delta x)^2}=86 \quad (1/\text{s})$

ただし $\Delta x = 0.1\text{cm}$ となる。

$0 \leq x \leq 0.5\text{cm}$ ではアスベストあるいはアルミニウムオキシドの断熱材であるから計算機に設定する定数は $\frac{a}{(\Delta x)^2}$ アスベストに対し

$$\frac{a_1}{(\Delta x)^2} = \frac{a_2}{(\Delta x)^2} = \dots = \frac{a_5}{(\Delta x)^2} = 0.248 \text{ (cm/sec)}$$

でありアルミニウムオキシドに対し

$$\frac{a_1}{(\Delta x)^2} = \frac{a_2}{(\Delta x)^2} = \dots = \frac{a_5}{(\Delta x)^2} = 7.14 \text{ (cm/sec)}$$

であり、 $0.5 \leq x \leq 1.15\text{cm}$ ではアルミニウム基板であるから

$$\frac{a_6}{(\Delta x)^2} = \frac{a_7}{(\Delta x)^2} = \dots = \frac{a_{11}}{(\Delta x)^2} = 86 \text{ (cm/sec)}$$

である。

4.2 アナログ解

「4.1」で定められた諸定数を用い計算されたアナログ解を以下に示す。アナログ解は各分割点の温度に相当する電圧を積分器の出力電圧とし、図3に示しているように極性の異なる出力電圧はさらに積分器を通して X-Y 記録計で同一記録用紙に記録した。板厚はすべて 1.15cm 、 $\Delta x = 0.1\text{cm}$ として分割数は $(11 + \frac{1}{2})$ である。

(a) アルミニウム基板にアスベスト断熱材がコーティングされた平板およびアルミニウム基板

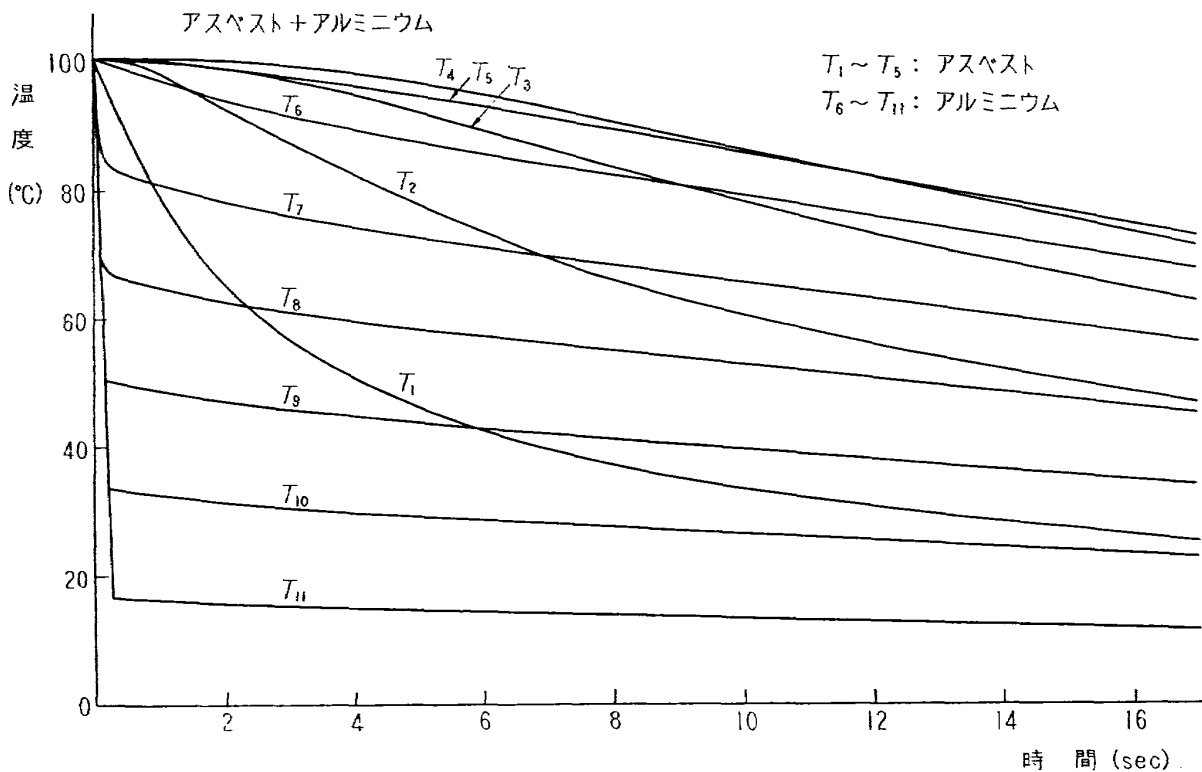


図 11 アナログ解

にアルミニウムオキシド断熱材がコーティングされた平板につき「4.1 (a)」で述べた初期条件、境界条件のもとで行なった結果を図11, 12に示す。

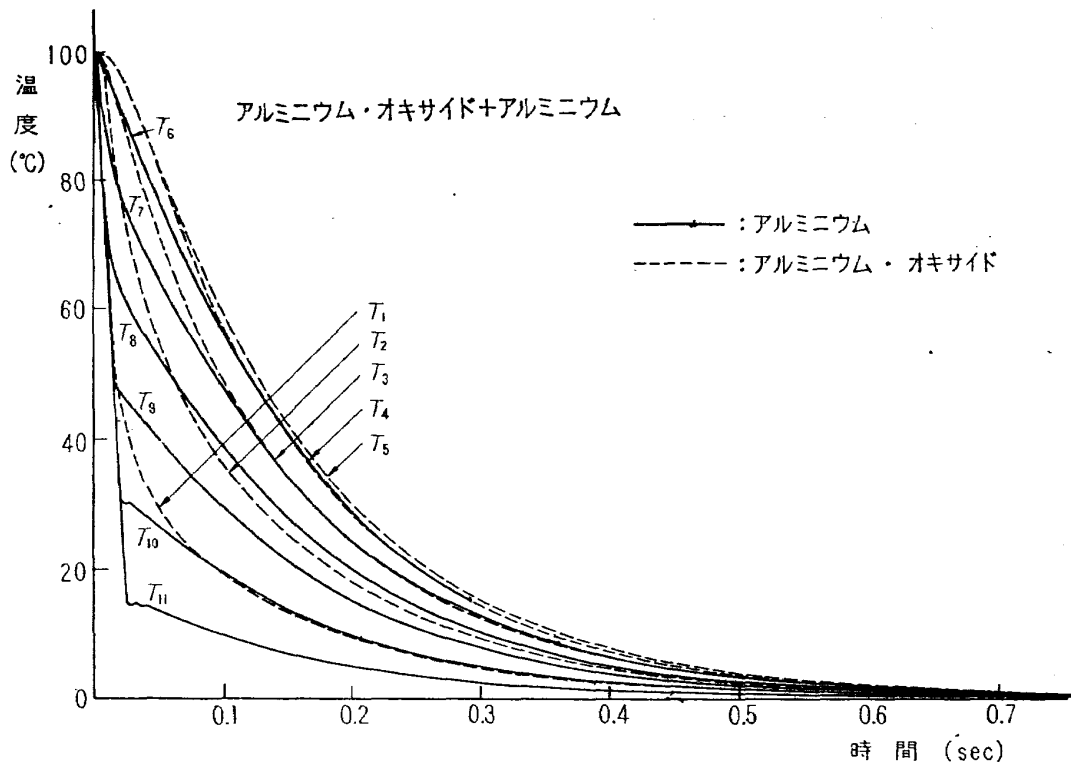


図 12 アナログ解

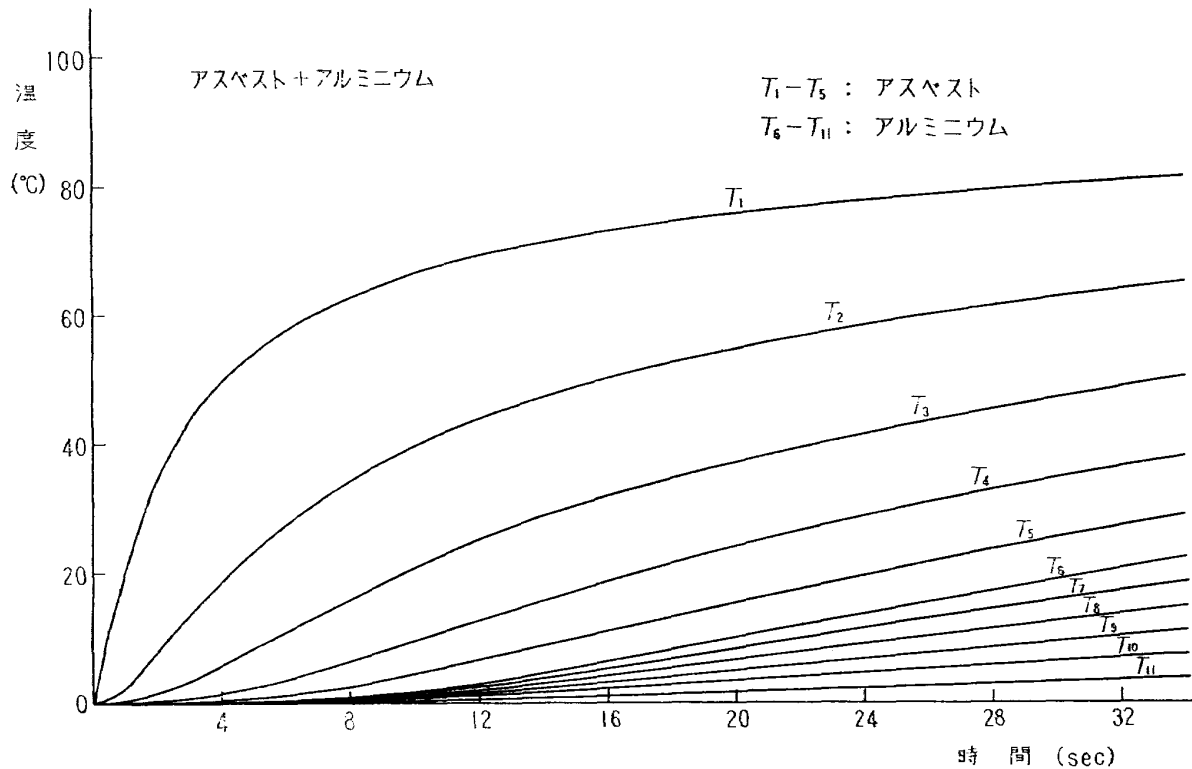


図 13 アナログ解

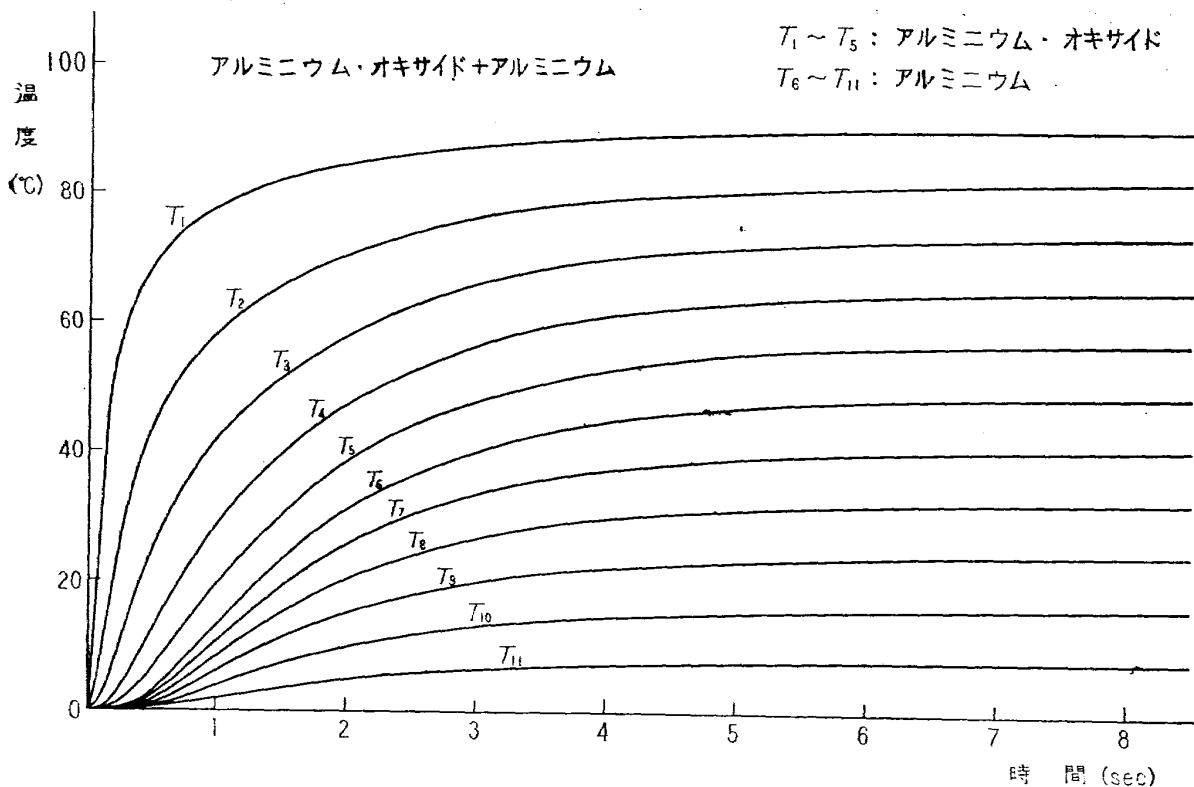


図 14 アナログ解

(b) アルミニウム基板にアスベスト断熱材, およびアルミニウム基板にアルミニウムオキシド断熱材がそれぞれコーティングされた平板につき「4.1 (b)」で述べた初期条件, 境界条件のもとで行なった結果を図13, 14に示す。

4.3 アナログ計算機による二層板断熱特性の結果と検討

「4.1」および「4.2」にアルミニウム基板にアスベストおよびアルミニウムオキシドの断熱材がコーティングされた二層板の断熱特性をアナログ計算機で求めたものを示した。図11, 12に示したように熱拡散率の大きいアスベスト内の温度は非常にゆるやかに減少しているがアスベストより熱拡散率の小さいアルミニウムオキシド内の温度は急激に下る様子がわかる。図13, 14は断熱材の表面を急激に 100°C にした場合で, アスベスト内は非常にゆるやかな温度上昇を示すのに反し, アルミニウムオキシド内の温度上昇は急激に変わる様子を示している。これらの曲線から明らかのように断熱効果がアスベストのほうがアルミニウムオキシドよりはるかに良いことを示している。このようなことは熱拡散率 a がわかっている材料では熱拡散率 a が大きいか小さいかによって断熱効果が良いか悪いかはただちに判定できる。

しかしその温度分布の時間的変化を実際に知ることは簡単にはできないし, また計算も容易ではない。ところがアナログ計算機を用いてシミュレーションを行なうなら一度図3のように結線を行ない, あとは二層板の材料および分割数で定まる定数をポテンシオメータにセットし, 境界条件および初期条件を計算機上にセットすることにより簡単にその断熱特性を求めることができる。

アナログ計算機で求められた断熱材が基板にコーティングされた二層板の断熱特性の精度は目下検討中であるが、ここに得られた結果は基板を分割数 $(6+\frac{1}{2})$ 、断熱材を分割数 5 としたので単板の精度から推察しておそらく誤差は数%以内におさまっているものと思われる。

5. む す び

一般に物理定数の異なる板を重ね合わせたような多層板の熱伝導を理論的に求めることはたいへん複雑となり、二層板以上の場合には実用上ほとんど不可能と言ってよい。このアナログシミュレーションによれば物理定数の判明している多層板の熱伝導問題を比較的簡単に近似解を求めることができ、層の厚さや物理定数の異なった材料の断熱効果を簡単に知ることができる。アナログ解の精度は平板の場合、板厚方向の分割数によるが、単板については図 8 にみるように分割数を 10 以上にとれば誤差は 1% 以内におさまる。

最後に終始有意義な御指導を賜った機体第一部熱弾性研究室長竹中幸彦技官に深く感謝の意を表わします。

文 献

- 1) H. S. Carslaw and J. C. Jaeger : Conduction of Heat in Solids, John Wiley & Sons, Inc. (1949)
- 2) Francis B. Hildebrand : Advanced Calculus for Applications, Prentice-Hall, Inc. (1964)
- 3) Frank Kreith : Principles of Heat Transfer, International Textbook Company (1957)
- 4) Leonard R. Ingersoll, Otto J. Zobel and Alfred C. Ingersoll : Heat Conduction, The Univ. of Wisconsin Press (1954)
- 5) Albert S. Jackson : Analog Computation, McGraw-Hill, Book Company (1960)
- 6) Robert M. Howe and Vincent S. Haneman, JR : The solution of Partial Differential Equations by Difference Methods Using the Electronic Differential Analyzer, Proceedings of The I, R, E. (1953)
- 7) P. J. Hermann, F. A. Pake and F. E. Galsener : Application of Geda Analog Computers to Study Temperature Transients in a Plastic Windshield, Proc. Nath. Simulation Conf. Dallas. Tex, January 19—21, (1956)
- 8) Stanley Fifer : Analogue Computation, Vol. III, Graw-Hill Book Company (1961)
- 9) C. Copple, D. R. Hartree, A. Porter and H. Tyson : The Evaluation of Transient Temperature Distributions in a Dielectric in an Alternating Field, The Journal of The I. E. E Vol. 85 (1939)
- 10) 竹中幸彦, 小川敏一, 林洋一 : コーティングの断熱効果に関する実験, 航技研資料 TM—12 (昭和38)
- 11) 竹中幸彦・江川幸一・小川敏一 : FRP コーティングの断熱特性, 航技研報告TR—81 (昭和40)

NAL TM-76

航空宇宙技術研究所

コンピュータの断熱効果のアナログシミュレーション

1966年2月

17ページ

ロケットおよび超音速機に用いられる防熱または断熱材料の熱的諸特性を知るためには熱伝導方程式を解くことが必要である。熱の伝導を板厚方向 x のみの一次元流れとし、熱伝導方程式に近似差分法を用いた板厚を $(N+1/2)$ 個等分し、これによって得られた N 個の時間に関する常微分方程式を時間に関して積分の行なえるアナログ計算機で同時に演算を行なう。この時積分器の出力から要求された板厚内の温度変化を近似的に求められることを示し、単板についてその精度を示した。

NAL TM-76

航空宇宙技術研究所

コンピュータの断熱効果のアナログシミュレーション

1966年2月

17ページ

ロケットおよび超音速機に用いられる防熱または断熱材料の熱的諸特性を知るためには熱伝導方程式を解くことが必要である。熱の伝導を板厚方向 x のみの一次元流れとし、熱伝導方程式に近似差分法を用いた板厚を $(N+1/2)$ 個等分し、これによって得られた N 個の時間に関する常微分方程式を時間に関して積分の行なえるアナログ計算機で同時に演算を行なう。この時積分器の出力から要求された板厚内の温度変化を近似的に求められることを示し、単板についてその精度を示した。

NAL TM-76

航空宇宙技術研究所

コンピュータの断熱効果のアナログシミュレーション

1966年2月

17ページ

ロケットおよび超音速機に用いられる防熱または断熱材料の熱的諸特性を知るためには熱伝導方程式を解くことが必要である。熱の伝導を板厚方向 x のみの一次元流れとし、熱伝導方程式に近似差分法を用いた板厚を $(N+1/2)$ 個等分し、これによって得られた N 個の時間に関する常微分方程式を時間に関して積分の行なえるアナログ計算機で同時に演算を行なう。この時積分器の出力から要求された板厚内の温度変化を近似的に求められることを示し、単板についてその精度を示した。

NAL TM-76

航空宇宙技術研究所

コンピュータの断熱効果のアナログシミュレーション

1966年2月

17ページ

ロケットおよび超音速機に用いられる防熱または断熱材料の熱的諸特性を知るためには熱伝導方程式を解くことが必要である。熱の伝導を板厚方向 x のみの一次元流れとし、熱伝導方程式に近似差分法を用いた板厚を $(N+1/2)$ 個等分し、これによって得られた N 個の時間に関する常微分方程式を時間に関して積分の行なえるアナログ計算機で同時に演算を行なう。この時積分器の出力から要求された板厚内の温度変化を近似的に求められることを示し、単板についてその精度を示した。

I. 小川 敏一

II. NAL TM-76

III. 536. 21

621-758

I. 小川 敏一

II. NAL TM-76

III. 536. 21

621-758

TM-49	Queen-Air 機の失速特性について	1965年2月	幸尾治朗, 岡田幸一, 尾井祐之, 鎌田武
TM-50	LS-A 型ロケットの曲げ剛性および振動試験について	1965年5月	中井暎一, 高島一明, 泉日出夫, 谷藤利洋
TM-51	超音速風洞空力データ表示記録装置	1965年5月	原直利, 板垣芳雄
TM-53	ベクトルのノルムと行列のノルム— —数値解法の収束条件その他への応用—	1965年5月	
TM-54	熱衝撃試験用風洞整備試験	1965年5月	武藤洋治郎, 池田為治, 坂元思無邪, 光山敏雄, 河崎俊夫, 谷
TM-55	ロケット模型風洞試験における超音速相似則の応用	1965年5月	
TM-56	2024-T4 アルミニウム合金平滑丸棒の常温回転曲げ疲労試験	1965年7月	石田誠, 河野哲雄
TM-57	極超音速における軸対称物体の前面抵抗	1965年7月	曾我 国男
TM-58	試験用飛しょう体の超音速風洞実験	1965年8月	斎藤秀夫, 木村友昭
TM-59	ジェットリフトエンジン空気取入口の実験 (I)	1965年9月	近藤 博, 増田 悠平
TM-60	吹出式超音速風洞における実験データの処理方式について (II)	1965年9月	原 直利, 高島一明, 関根英夫, 中 正夫, 戸川保子, 矢沢健司, 広末健一, 吉田村一, 塚野雄四郎, 能 宏, 佐別府信宏, 江川幸一
TM-61	クインエア機の風洞試験	1965年9月	飯田宗四郎
TM-62	高温歪ゲージの温度特性試験	1965年10月	
TM-63	2024T-3 アルミニウム合金の有孔補強平板の軸荷重による疲労特性	1965年10月	
TM-64	応力集中による材料の疲れ強さに関する一実験 (I)	1965年10月	池田為治, 坂元思無邪, 光山敏雄, 池田澄夫, 宮地敏雄
TM-65	ジェットエンジンの翼の固有振動に関する実験	1965年11月	武内谷昌二, 星谷昌二, 宮地敏雄
TM-69	質量分析計による水蒸気を含む試料のガス分析	1965年12月	斎藤浩子, 堀内正司
TM-71	可動アイアンバードの構造および機能	1965年12月	機体第一部, 計測部
TM-72	地上付近の風の影響による小型ロケットの姿勢角変化	1965年12月	戸川隼人, 石黒登美子
TM-73	固定端を有する薄肉円筒殻の自由振動について	1966年1月	田寺木一, 泉日出夫
TM-74	回転振動試験装置の計画, 構造および特性	1966年2月	武内澄夫, 宮地敏雄, 星谷昌二, 内谷健二, 牛田永崇
TM-75	高マッハ数風洞の消音装置について	1966年2月	清水福寿

注：欠番は配布先を限定したもの

航空宇宙技術研究所資料76号

昭和41年2月発行

発行所 航空宇宙技術研究所
東京都調布市深大寺町1880
電話武蔵野三鷹(0422) 44-9171(代表)

印刷所 奥村印刷株式会社
東京都千代田区西神田1~10