

UDC 534.12.08

# 航空宇宙技術研究所資料

TECHNICAL MEMORANDUM OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TM-104

平板翼模型の固有振動モードの測定

中井 暎一 ・ 森田 甫之

1967年4月

航空宇宙技術研究所  
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

既 刊 資 料

TM-40	国産中型輸送機 YS-11 胴体疲労試験 (I)	1964年 9 月	竹内和之, 川島矩郎
TM-41	抵抗線歪ゲージのゲージ率測定	1964年10月	田畑浄治, 大坪孔治 滝沢実次
TM-42	実在着氷条件の測定について	1964年10月	古関昌次, 田寺木一 泉日出夫
TM-44	高負荷燃焼器 (アニューラ模型) の実験結果	1964年12月	塚本貞吉, 鈴木邦男 大松宏, 石井浅五郎 広木強, 山中国雅 竹内和之, 山藤枝一
TM-46	翼胴結合金具の疲労特性	1964年12月	
TM-47	ローター後流中のヘリコプター胴体の抵抗について	1965年 1 月	幸尾治朗, 岡遠一
TM-48	極超音速風洞用ペブル加熱器の予備実験	1965年 2 月	平木一, 橋本登崇 林二識, 吉永崇 山口富夫
TM-49	Queen-Air 機の失速特性について	1965年 2 月	幸尾治朗, 岡遠一 井井映一, 田幸武
TM-50	LS-A 型ロケットの曲げ剛性および振動試験について	1965年 5 月	中井日出夫, 高島一明 泉日夫, 近藤洋史
TM-51	超音速風洞空力データ表示記録装置	1965年 5 月	原垣芳雄
TM-53	ベクトルのノルムと行列のノルム—数値解法の収束条件その他への応用—	1965年 5 月	
TM-54	熱衝撃試験用風洞整備試験	1965年 5 月	武藤洋治郎, 池田為治 坂元思無邪, 光山敏 河崎俊夫, 谷喬
TM-55	ロケット模型風洞試験における超音速相似則の応用	1965年 5 月	
TM-56	2024-T4 アルミニウム合金平滑丸棒の常温回転曲げ疲労試験	1965年 7 月	石田誠, 河野哲雄
TM-57	極超音速における軸対称物体の前面抵抗	1965年 7 月	曾我 国 男
TM-58	試験用飛しょう体の超音速風洞試験	1965年 8 月	斎藤秀夫, 木村友昭 近藤博, 増田惣平
TM-59	ジェットリフトエンジン空気取入口の実験 (I)	1965年 9 月	
TM-60	吹出式超音速風洞における実験データの処理方式について (II)	1965年 9 月	原垣利夫, 高島一明 戸根英子, 中 正夫 広末健一, 矢沢健司 塚野雄吉, 田村征一 佐野四郎, 能村 実 別府信宏
TM-61	クインエア機の風洞試験	1965年 9 月	
TM-62	高温歪ゲージの温度特性試験	1965年10月	
TM-63	2024-T3アルミニウム合金の有孔補強平板の軸荷重による疲労特性	1965年10月	飯田宗四郎
TM-64	応力集中による材料の疲れ強さに関する一実験 (I)	1965年10月	池田為治, 坂元思無邪 光山敏雄
TM-65	ジェットエンジンの翼の固有振動に関する実験	1965年11月	武内澄夫, 宮地敏雄 星谷昌二
TM-69	質量分析計による水蒸気を含む試料のガス分析	1965年12月	斎藤隆, 堀内正司 村浩子
TM-71	可動アイアンバードの構造および機能	1965年12月	機体第一部, 計測部 原動機部
TM-72	地上付近の風の影響による小型ロケットの姿勢角変化	1965年12月	戸川隼人, 石黒登美子
TM-73	固定端を有する薄肉円筒殻の自由振動について	1966年 1 月	田寺木一, 泉日出夫
TM-74	回転振動試験装置の計画, 構造および特性	1966年 2 月	武内澄夫, 宮地敏雄 星谷昌二
TM-75	高マッハ数風洞の消音装置について	1966年 2 月	吉永崇, 清水福寿 小川 鉦一
TM-76	コーティングの断熱効果のアナログシミュレーション	1966年 2 月	
TM-77	テレメータ電波の偏波面の回転を利用したロケットのスピン測定について	1966年 3 月	田畑浄治, 桜井善雄 三浦雅男
TM-78	昇降舵の操舵力特性に関するシミュレータ解析	1966年 3 月	堀川勇壮, 森 幹彦 中野佳直
TM-79	テレメータ機上装置の小型化の研究	1966年 3 月	新田慶治
TM-80	安定制御のための一計算法	1966年 3 月	石崎久蔵
TM-81	吹出式超音速風洞の起動時および停止時における過負荷防止装置	1966年 3 月	外立政隆, 斎藤秀夫 宗美均, 榑原盛三 長洲秀夫, 柏原登喜子
TM-82	ピトー管による境界層速度分布測定について	1966年 4 月	
TM-83	ジェットリフトエンジン空気取入口の実験 (II)	1966年 4 月	近藤博, 増田惣平

# 平板翼模型の固有振動モードの測定\*

中井暎一\*\*・森田甫之\*\*

## On the Measurement of the Natural Vibration Mode of Cantilevered Low Aspect-Ratio Plates by an Acceleration Method

Eiichi NAKAI and Toshiyuki MORITA

The first three natural vibration frequencies and mode shapes of cantilevered low aspect-ratio plates were measured by the technique exciting acoustically without adding any mass to the plate and using grains of sound as accelerometers.

The experimental results are shown as the table of normalized deflection and as the three dimensional views, and are compared with the calculated results with the use of "Rayleigh-Ritz" theory employing the deflection of the plate,  $w(x, y)$ , expressed by a general power series of variables of  $x$  and  $y$ .

### 1. はしがき

マグネシウムの平板翼模型について、重力加速度を利用して固有振動モードを測定し、翼弦方向の位置に6箇所、翼幅方向の位置に5箇所からなる座標に対してモードの正規化変位表を作製した。平板翼模型の固有振動数測定は、フラッタ模型加振装置により、また固有振動モード測定は音響振動によって加振し、いずれの場合も模型に質量を付加することなく行なっている。

実験の固有振動数および固有振動モードは、理論解析によって得られた結果と比較されている。この実験によって得られた固有振動数およびモードは、同じ平板翼模型によって行なった超音速フラッタの理論解析においてフラッタ・モードとして用いられたり。

### 2. 記号

$A$	アスペクト比
$C$	翼弦長
$C_r$	翼付根における翼弦長

$a, b, c, d$	おのおの異なる加振電圧によって1gとなる翼幅方向の位置
$a_{mn}$	係数比 ( $m=0, 1, 2, \dots, n=2, 3, 4, \dots$ )
$f_n$	$n$ 次固有振動数
$S$	半翼幅
$t$	板厚
$W$	重量
$w$	撓み
$x$	前縁から翼付根翼弦に平行に測った翼弦
$y$	翼付根から翼付根翼弦に直角に測った翼幅
$z$	加速度振幅
$\omega$	角振動数
$\delta r_n$	ある翼弦上の、ある大きさの振幅に対するある翼幅位置における変位
$\sigma_n$	ある振幅の大きさに対する歪

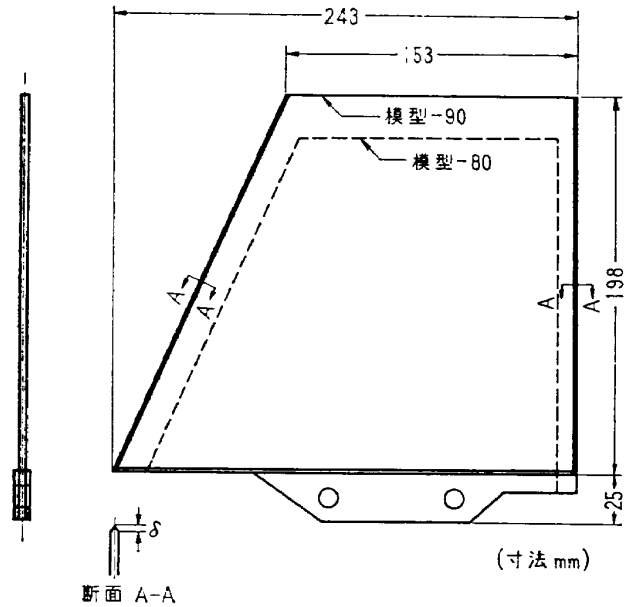
### 3. 模型

実験に用いた平板翼模型は、翼面のアスペクト比1.0、テーパー比0.63で、いずれも厚さ2mmのマグネシウム板で作られ、翼付根には軽金属を取り付けて、取付ブロックの溝にさし込まれて2本の10mmφの鋼製ボルトで取り付けている。平面形および翼の取り付

\* 昭和42年3月9日受付

\*\* 機体第一部

け方法は、航空宇宙技術研究所の研究用ロケット「NAL-16<sup>2)</sup>」と同じである。図1に平面形、寸法を示している。模型番号は、「NAL-16」ロケットの尾翼寸法に対する縮尺比をパーセントで表現したものである。



	模型-90	模型-80
A	1.0	1.0
W (gr)	135.2	106.7
t (mm)	2.0	2.0
δ	1.73	1.73

図1 模型平面図

### 4. 試験

#### 4.1 試験の原理

試験の方法は ref.3 に述べられている「1g法」と名づけられるもので、単純調和振動をしている物体の加速度は、その振幅と角振動数の二乗の積であるという原理に基づいている。したがって、ある一定の振動数では、等しい加速度の翼面上の物体は等しい振幅を有している。振動している翼面上に置かれた粒が表面から丁度離れ始めるときに、重力に相当する加速度がその点に生じている。

「1g法」では、翼面上に砂粒をまき、その固有振動数の一つで振動させ、そのときに砂粒のはねる領域と、静止している領域の間では加速度が重力に等しく、したがって振幅の一定な一本あるいはそれ以上の線が得られる。翼加振力の大きさを変えると翼の振幅が変わり、1gの線も変わる。

一例として第一次モードについて翼幅と加速度の関係を図2に示す。横軸は半翼幅、縦軸は加速度である。図中、横軸に平行な1g線は実線の砂粒のはねる領域と点線の静止領域の境界を示す。

付根の歪は翼の振幅に対し直線的で、変位は相似関係にあると仮定すると

$$\delta_{a4} = \frac{1}{\sigma_1} (\sigma_4 \cdot \delta_{a1}), \delta_{b4} = \frac{1}{\sigma_2} (\sigma_4 \cdot \delta_{b2}), \delta_{c4} = \frac{1}{\sigma_3} (\sigma_4 \cdot \delta_{c3}),$$

$$\delta_{d4} = \frac{1}{\sigma_4} (\sigma_4 \cdot \delta_{d4})$$

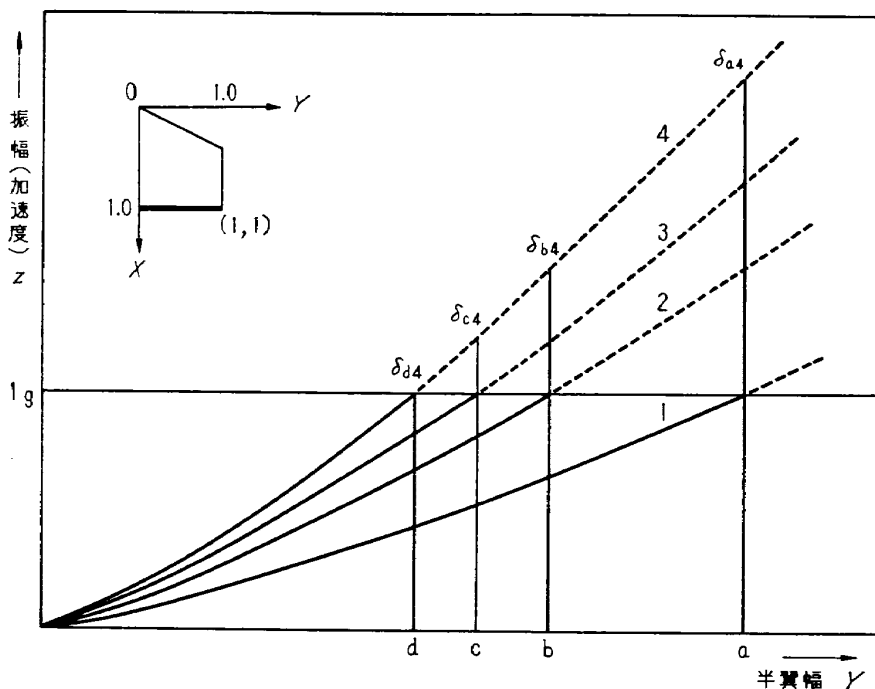
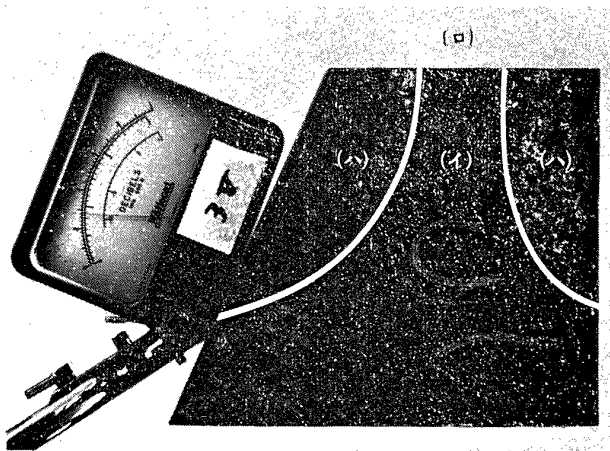


図2 1g線と翼振幅との関係 (模型-80の座標 (1.0, y) の1次について示す)

( ) 内の値はいずれも一定の値をとる。すなわち1g線群は、その線とともに表われる歪の逆数に等しい振幅を持った等振幅線群となる。

4.2 試験の方法

模型をブロックに取り付け、このブロックを強固な台に固定する。次にラウドスピーカーのホーン（コーン）の部分を取り去って翼面下に近づけ、このスピーカーを発振器からの出力を増幅し音響的に加振する。翼付根に貼付してある歪ゲージからは、加振電圧に比例した信号出力が得られる。この出力信号を動歪計、フィルター、増幅器を通し加振電圧を示す真空管電圧計と振動数測定用の電子管式カウンターへ導く。加振電圧に応じて描かれる翼面上の砂模様とその電圧値を翼模型の垂直上方から同時に写真に撮る。このようにして得た写真の一例が“模型-80”の二次モードについて示されている。加振電圧と1g線および砂粒の運動領域と静止領域を示している。図3に試験装置のブロックダイアグラムを示す。



模型-80 二次モードの1g線 (図11の2の場合)  
(i)砂の静止領域 (ii)1g線 (iii)砂の運動領域

5. 理論計算

実験結果との比較に用いた理論計算は ref. 4 に述べられている方法を用いて行なった。試験関数は撓み  $w$  を  $x, y$  のべき級数として

$$w(x, y) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=2, 3, \dots}^{\infty} a_{mn} x^m y^n$$

で表わし、固定条件は

$$y=0 : w(x, 0) = 0, \quad \frac{\partial w}{\partial y}(x, 0) = 0$$

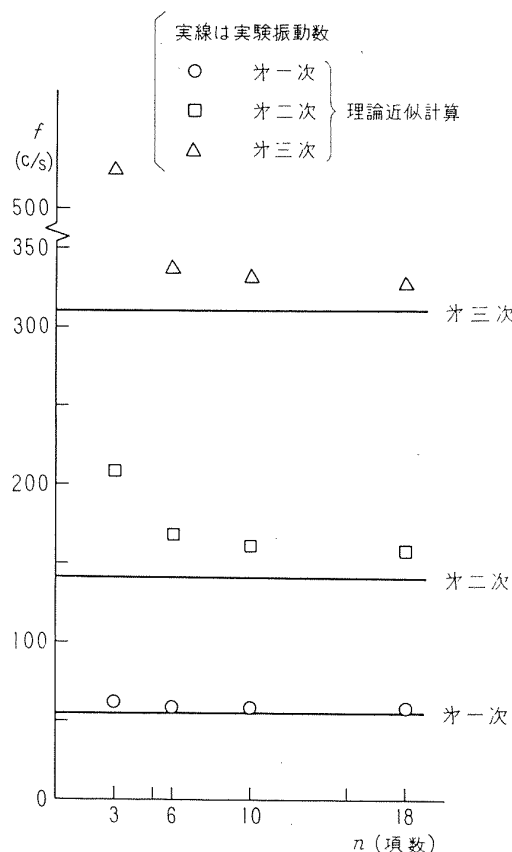


図4 理論近似計算の項数変化に対する収束状況 (模型-80について)

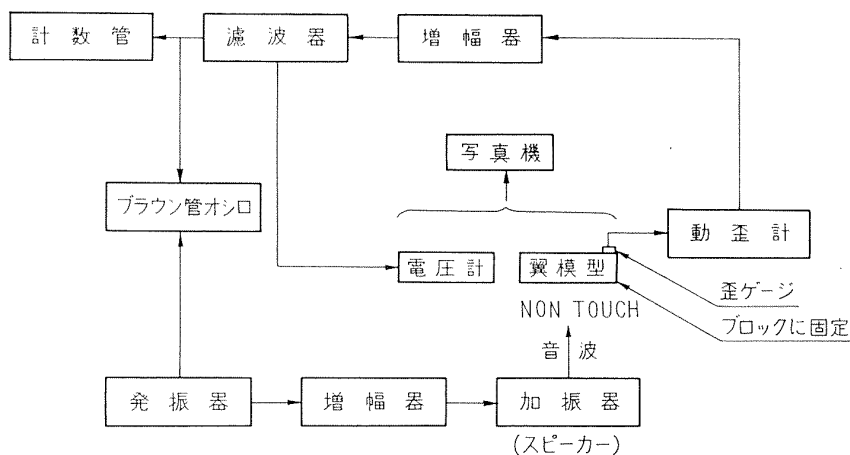


図3 試験装置のブロックダイアグラム

である。

理論計算において、試験関数  $w(x, y)$  を 3 項、6 項、10 項および 18 項で近似した理論計算を“模型-80”について行ない、その結果を実験値とともに図 4 にプロットしている。この計算により 10 項近似した場合の振動数は 18 項近似した場合に比較してその誤差が約 1 % であることがわかったので、理論計算は試験関数を 10 項近似した場合の結果が実験と比較されている。理論計算は航空宇宙技術研究所のパーロー-205 計数型電子計算機によって行なった。

## 6. 試験および理論計算の結果

試験は“模型-90”および“模型-80”について行な

った。表 1 にこれら二つの模型の実験および計算結果を第三次までの固有振動数を示している。

表 2 は 10 項近似計算による正規化変位表で最初の三つのモードまで示している。また実験によって得られた“模型-90”および“模型-80”の最初の三つのモードの正規化変位表をそれぞれ表 3 および表 4 に示している。“模型-90”および“模型-80”の実験および理論計算の一次、二次および三次の翼弦対正規化変位をスパン位置 ( $y/S$ ) 0.2, 0.4, 0.6, 0.8 および 1.0 について翼弦方向の変形を図 5, 6 および 7 に比較している。“模型-90”および“模型-80”についてそれぞれ図 8(a) ~ (c), 図 9(a) ~ (c) に一次、二次および三次のモードを透視的に示している。実線はノード

表 1 実験と計算の固有振動数の比較

単位 c/s

区分 \ 模型		90 % 翼			80 % 翼		
		一次	二次	三次	一次	二次	三次
実験値		43.9	110.2	238.9	54.9	141.3	311.8
計算値	10項近似	45.6	126.9	261.8	57.8	160.6	331.5
	18項近似	—	—	—	57.6	158.0	327.9

表 2 正規化変位表 (理論値)

一次

$x/C \backslash y/S$	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
0.0	0.029	0.137	0.324	0.574	0.856
0.2	0.042	0.170	0.372	0.623	0.895
0.4	0.052	0.196	0.409	0.662	0.928
0.6	0.059	0.215	0.436	0.691	0.956
0.8	0.064	0.227	0.453	0.711	0.980
1.0	0.066	0.232	0.462	0.723	1.000

二次

$x/C \backslash y/S$	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
0.0	0.129	0.392	0.652	0.835	0.908
0.2	0.100	0.293	0.490	0.563	0.559
0.4	0.056	0.157	0.292	0.239	0.175
0.6	0.002	-0.009	-0.048	-0.121	-0.226
0.8	-0.061	-0.196	-0.353	-0.499	-0.624
1.0	-0.130	-0.398	-0.670	-0.878	-1.000

三次

$x/C \backslash y/S$	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
0.0	-0.223	-0.535	-0.547	-0.089	0.763
0.2	-0.201	-0.458	-0.406	0.090	0.922
0.4	-0.200	-0.441	-0.357	0.169	0.995
0.6	-0.221	-0.482	-0.396	0.149	0.983
0.8	-0.261	-0.584	-0.526	0.029	0.885
1.0	-0.323	-0.744	-0.745	-0.191	0.703

表 3 正規化変位表 (実験値: 模型-90)

一次

$y/S \backslash x/C$	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
0.0	0.072	0.210	0.389	0.617	0.884
0.2	0.078	0.219	0.421	0.671	0.937
0.4	0.085	0.239	0.459	0.697	0.950
0.6	0.092	0.255	0.486	0.732	0.976
0.8	0.095	0.263	0.497	0.747	0.987
1.0	0.099	0.270	0.507	0.753	1.000

表 4 正規化変位表 (実験値: 模型-80)

一次

$y/S \backslash x/C$	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
0.0	0.062	0.155	0.320	0.531	0.755
0.2	0.074	0.177	0.366	0.575	0.840
0.4	0.082	0.196	0.396	0.640	0.900
0.6	0.089	0.207	0.424	0.660	0.935
0.8	0.093	0.217	0.435	0.677	0.965
1.0	0.096	0.227	0.439	0.693	1.000

二次

$y/S \backslash x/C$	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
0.0	0.250	0.548	0.891	0.991	1.000
0.2	0.182	0.407	0.577	0.632	0.538
0.4	0.095	0.213	0.261	0.246	0.070
0.6	0.006	-0.014	-0.082	-0.159	-0.358
0.8	-0.098	-0.259	-0.500	-0.616	-0.692
1.0	-0.197	-0.526	-0.751	-0.903	-0.952

二次

$y/S \backslash x/C$	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
0.0	0.110	0.366	0.638	0.764	0.836
0.2	0.086	0.290	0.455	0.520	0.567
0.4	0.048	0.160	0.218	0.240	0.213
0.6	0.002	-0.012	-0.050	-0.130	-0.226
0.8	-0.058	-0.150	-0.355	-0.555	-0.620
1.0	-0.103	-0.360	-0.715	-0.904	-1.000

三次

$y/S \backslash x/C$	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
0.0	-0.446	-0.773	-0.619	-0.142	0.787
0.2	-0.311	-0.526	-0.345	0.187	0.919
0.4	-0.207	-0.316	-0.121	0.302	1.000
0.6	-0.207	-0.329	-0.194	0.199	0.837
0.8	-0.265	-0.469	-0.408	-0.058	0.578
1.0	-0.331	-0.657	-0.619	-0.349	0.337

三次

$y/S \backslash x/C$	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
0.0	-0.265	-0.575	-0.570	-0.126	0.670
0.2	-0.223	-0.355	-0.321	0.104	0.810
0.4	-0.185	-0.292	-0.231	0.198	0.908
0.6	-0.208	-0.308	-0.234	0.145	1.000
0.8	-0.285	-0.440	-0.400	-0.013	0.760
1.0	-0.406	-0.665	-0.679	-0.259	0.476

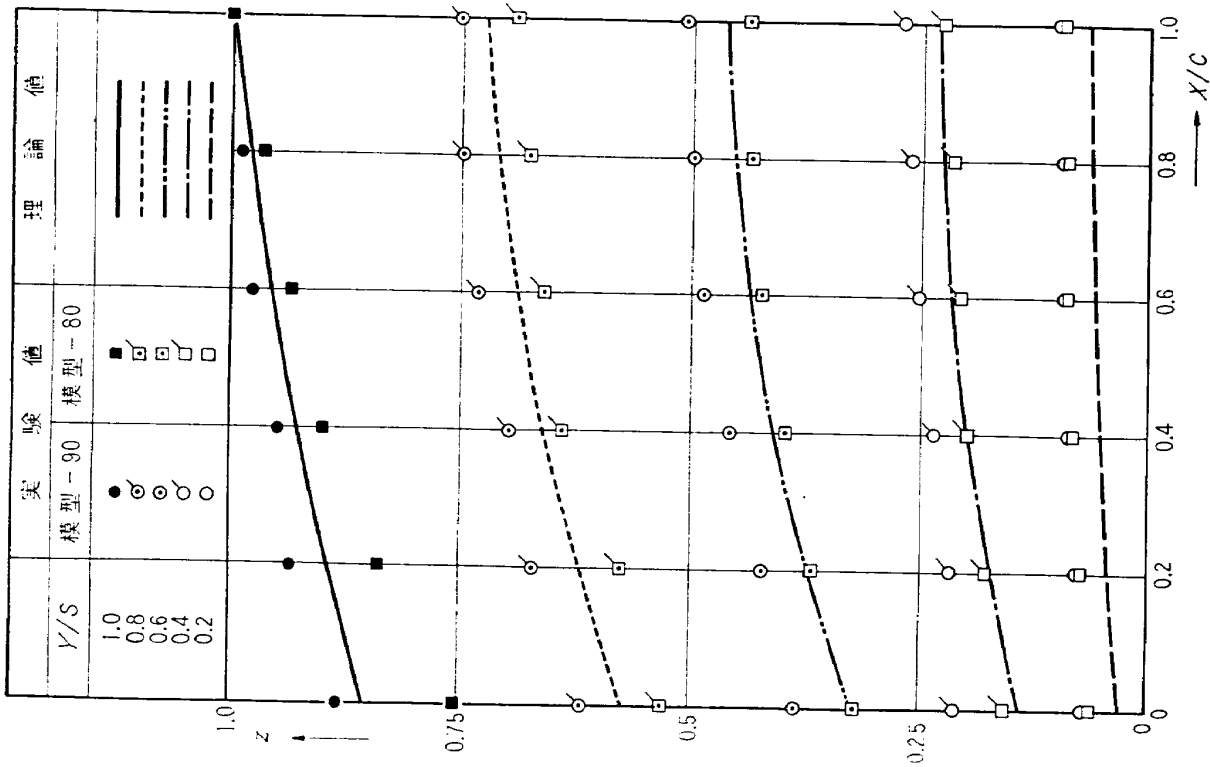


図5 翼弦の正規変位 (模型-90, 模型-80の第一次モード)

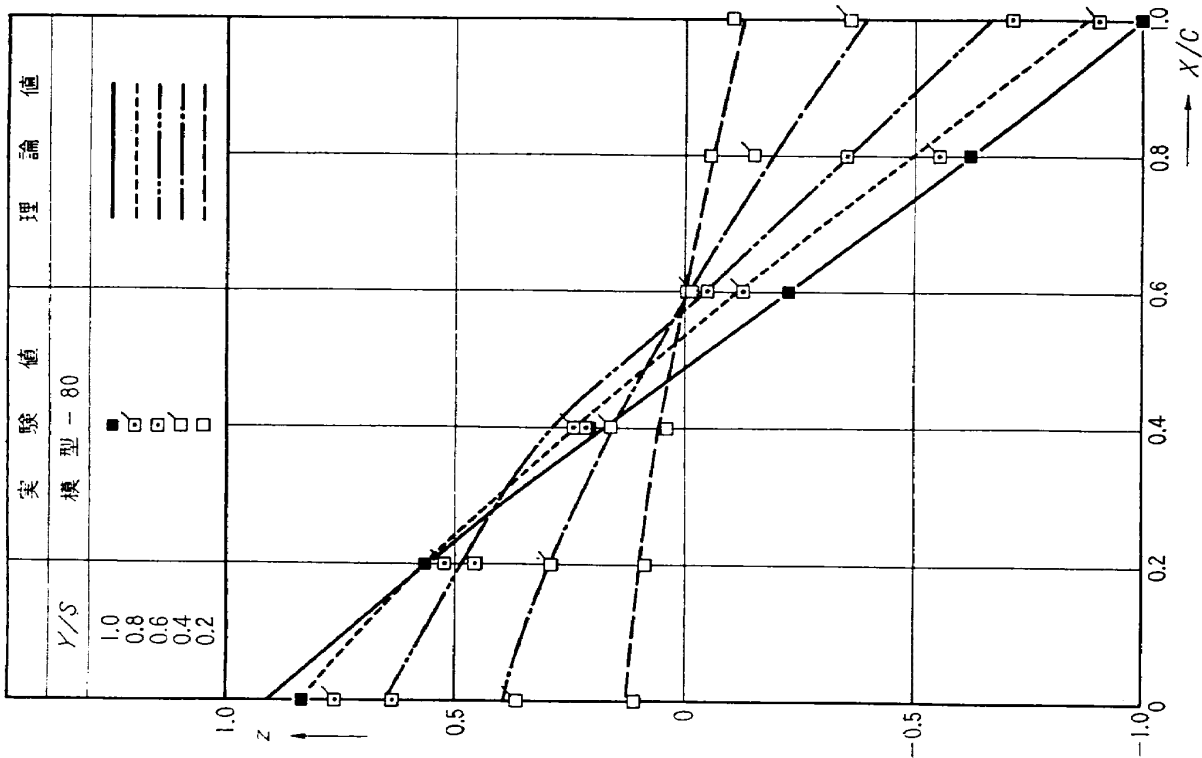


図6 (a) 翼弦の正規化変位 (模型-80の第二次モード)



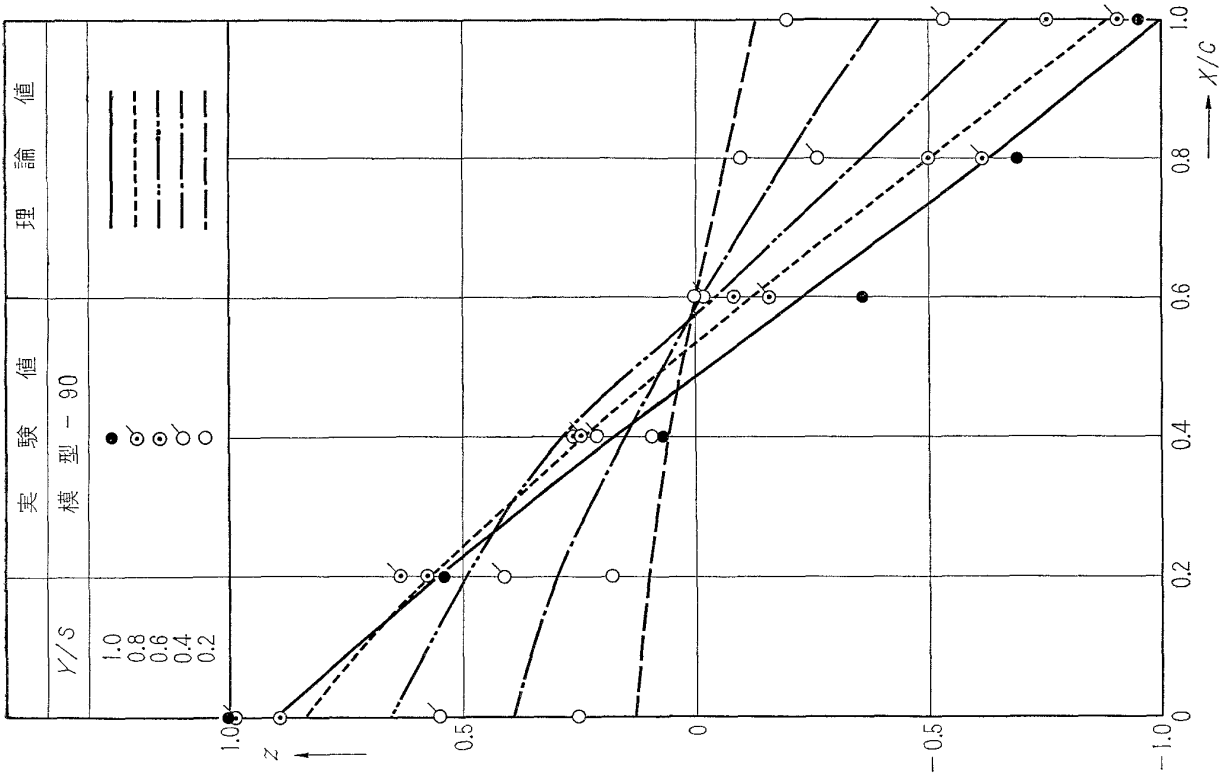


図6 (b) 翼弦の正規化変位 (模型-90の第二次モード)

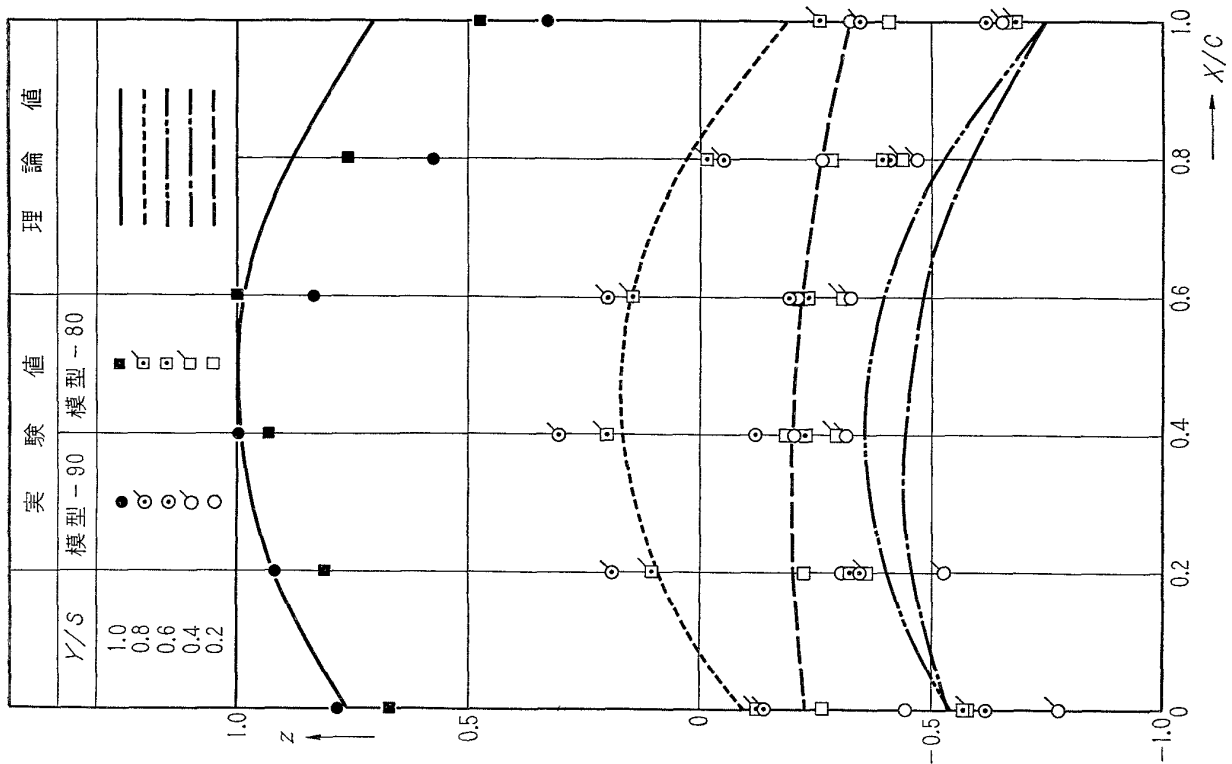


図7 翼弦の正規化変位 (模型-90, 模型-80の第三次モード)

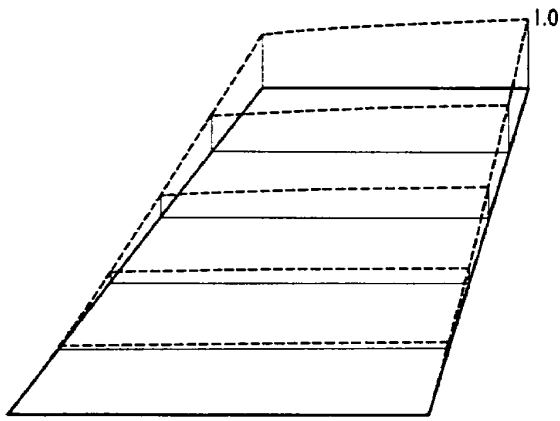


図8 模型-90の実験の固有振動モード  
(a) 第一次モード 43.9 c/s

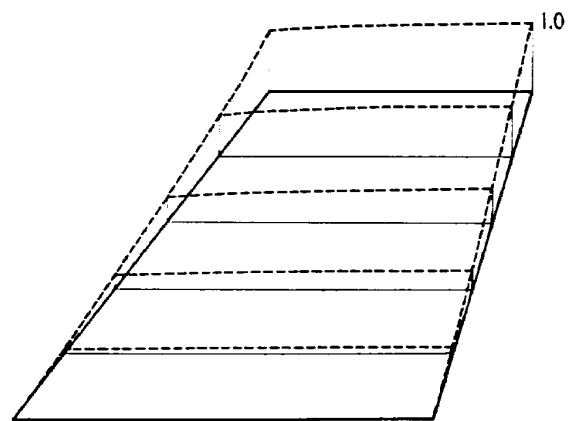


図9 模型-80の実験の固有振動モード  
(a) 第一次モード 54.9 c/s

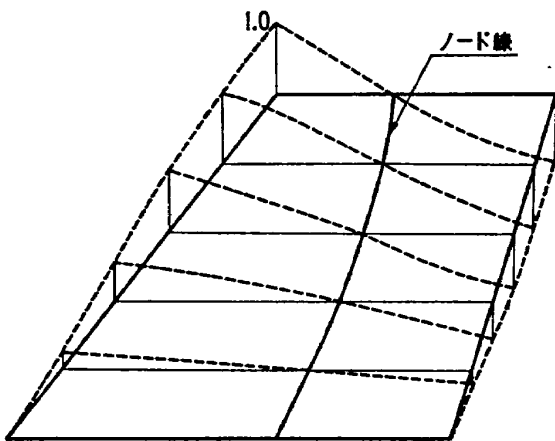


図8(b) 第二次モード 110.2 c/s

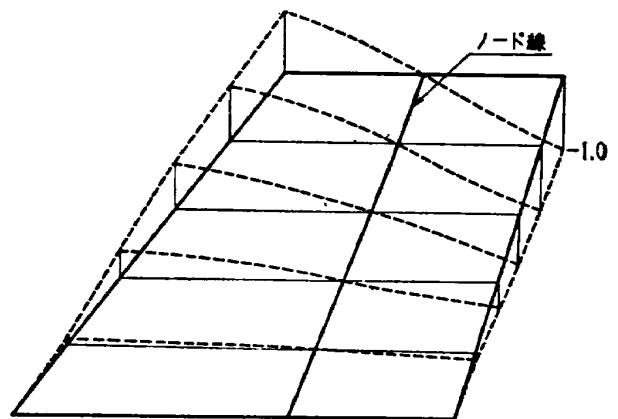


図9(b) 第二次モード 141.3 c/s

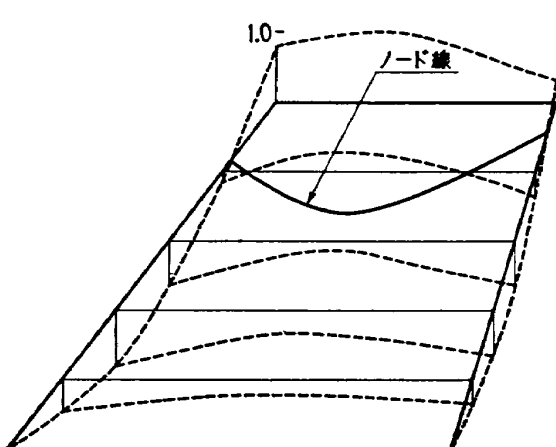


図8(c) 第三次モード 238.9 c/s

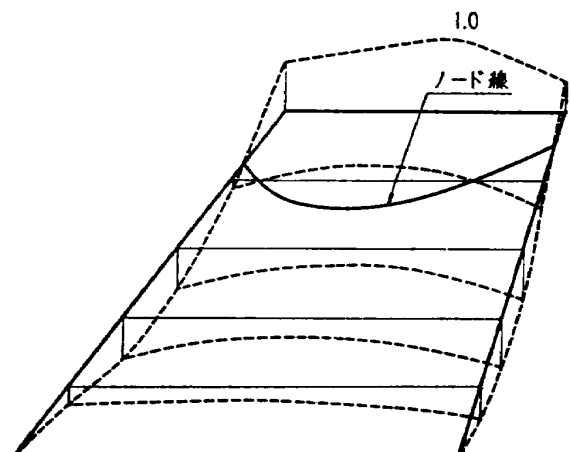


図9(c) 第三次モード 311.8c/s

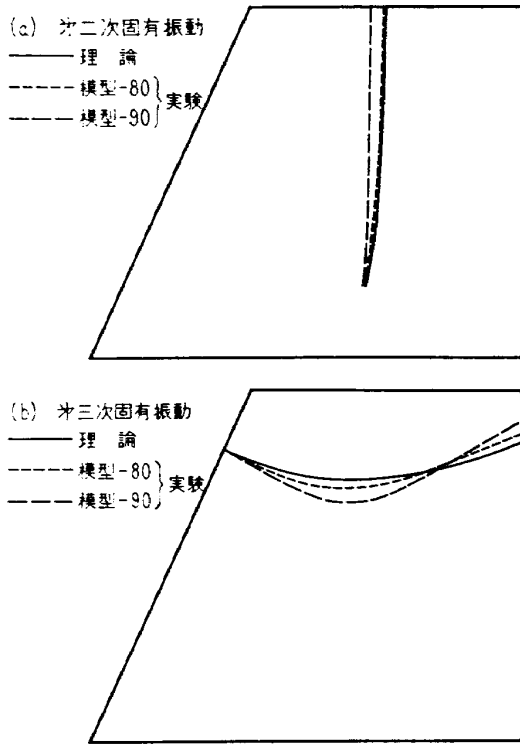


図10 固有振動におけるノード線の比較

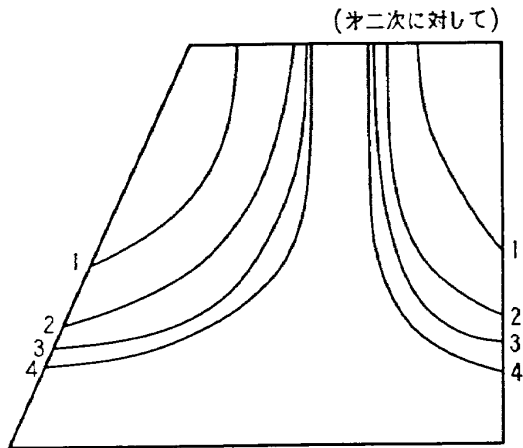


図11 加振電圧に対するlg線の変化

の線である。

図10に理論および実験により得られたノード線を翼面上に重ねて示している。図10(a)は二次、図10(b)は三次の固有振動に対するものである。図11は加振電圧の大きさによって、翼の振幅が変わり、lg線の位置が変わる状況を示してあり、加振電圧はlg線が1の場合最少で、2、3および4と順次大きくなる。

理論値の近似計算は Rayleigh の方法に基づいているため、この計算による振動数は実験の振動数より大であり、また翼付根は完全固定という条件

$$y=0 : w=0, \frac{\partial w}{\partial y} = 0$$

であるが、翼模型は図1に示されているように翼付根の一部に自由端を持ち、ボルト二本で固定されているため厳密には、完全固定でなく

$$y=0 : \frac{\partial w}{\partial y} \neq 0$$

となり、若干束縛がゆるくなる。しかし本報告に示したように理論計算値と実験値が互いにかなり近い値を示していることから、実験中の固定条件は完全固定にかなり近い条件下にあったと考えられる。

### 7. むすび

実験により平板翼「模型-90」および「模型-80」についてlg法によって最初の三つの翼弦の変形を含むモード形を測定し理論計算によるモード形と比較された。実測および理論計算のモード形はかなりよく一致しており、この「lg法」はこの種の模型に対し実用的なモードの測定法である。

### 8. 文献

- 1) E. Nakai, T. Takagi, K. Isogai & T. Morita; Experimental and Calculated Results of Supersonic Flutter Characteristics of Low Aspect-Ratio Flat-Plate Surfaces, NAL TR-125T (1967).
- 2) ロケット性能研究室; NAL-16 ロケットの研究試作および飛しょう実験, 航技研報告 TR-115 (昭和41年).
- 3) Perry W. Hanson & W. J. Tuovila; Experimentally Determined Natural Vibration Mode of Some Cantilever-Wing Flutter Models by Using An Acceleration Method, NACA TN-4010 (1957).
- 4) 川井忠彦, 埴 武敏, 戸川隼人, 高橋利之, 越出慎一; 平板翼の振動について, 航技研報告 TR-30 (昭和37年).

TM-84	二段ロケットの低速風洞試験	1966年7月	毛利浩, 田村敦宏 野四郎, 能村実 小野幸一
TM-85	航空機の滑走路走行時の振動に関する 実験的研究	1966年8月	池谷光栄, 畑山茂樹
TM-87	極小型超音速機用姿勢制御装置の特性 解析	1966年8月	犬丸矩夫, 岡部祐二郎 北村清美, 川幡長勝 木村友昭, 泉日出夫 川井忠彦, 戸川隼人, 石黒登美子
TM-88	プロペラ後流偏向型STOL機の風洞 試験 (I)	1966年9月	近藤博, 蓑田光弘 山崎紀雄, 吉田晃昇 大中山耕一, 菅原昇 中五味光澄, 宮地敏雄 武内昌二, 宮地敏雄 星谷澄昌 佐野政明, 孤岡一洋
TM-89	有孔板の振動について	1966年9月	
TM-90	地上付近の横風の影響による小型ロケ ットの方位角変化	1966年9月	
TM-91	高速タービン翼列二次元試験	1966年10月	
TM-92	リフトジェットエンジン試験設備 (I) 一台上運転設備一	1966年10月	
TM-94	J-3ジェットエンジン用タービン動翼 の固有振動特性	1966年11月	
TM-95	超軽量軸流圧縮機動翼の固有振動特性	1966年11月	
TM-96	2024-T4および7075-T6有孔平板の曲 げ疲労試験と2024-T4平滑丸棒の軸 荷重疲労試験	1966年11月	
TM-97	高マッハ数風洞について (II)	1967年1月	吉永崇, 井上建二 広田正茂, 行篤志 野村昭男, 相原康彦 大月正治, 鈴木孝一 田畑浄, 近藤博, 大城章一 近藤昌, 望月大五郎 望月克宜, 湯沢宜藤 伊藤彌敏, 伊藤敏一 越中武, 越中武 築地恒夫 林洋一
TM-98	40kWプラズマ発生装置の諸特性	1967年1月	
TM-99	搭載機器用環境試験装置の特性	1967年2月	
TM-100	二連型リフトエンジンの吸込抵抗	1967年3月	
TM-101	低圧環境下における固体ロケットモ ータの性能	1967年3月	
TM-102	弾性支持片持板の振動	1967年3月	
TM-103	結合梁の振動について	1967年3月	

注：欠番は配布先を限定したもの

## 航空宇宙技術研究所資料104号

昭和42年4月発行

発行所 航空宇宙技術研究所  
東京都調布市深大寺町1880  
電話武蔵野三鷹(0422)44-9171(代表)

印刷所 奥村印刷株式会社  
東京都千代田区西神田1-1-4

